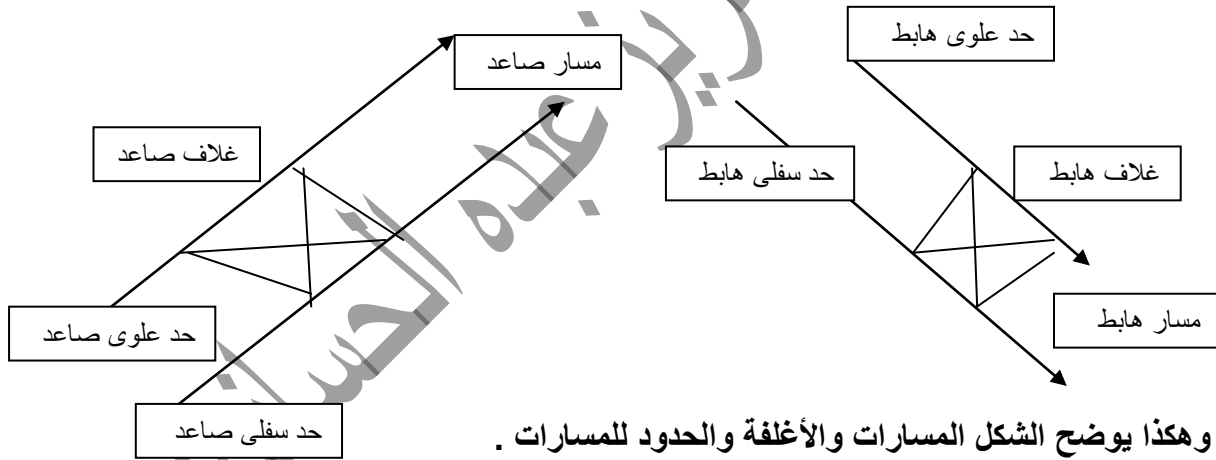


## مسارات الأغلفة

لكل غلاف مساراً يصعد ويهبط من خلاله ن وهذه المسارات تقع عليها أعداداً متساوية على جوانب المسارات ، وهذه الجوانب سنطلق عليها حدود المسارات للأغلفة وهذه الحدود كما نرى حدوداً علوية وأخرى سفلية .  
فالحدود العلوية للمسار وهي ذات العدد الأكبر في الغلاف وفي المثال السابق تحمل الأعداد 5,6 ، والحدود السفلية للمسار وهي ذات العدد الأقل في الغلاف وهي في المثال السابق تحمل الأعداد 3,4 .

وهذه المسارات متوازية ولا يمكن أن تتلاقى للغلاف الواحد ويمكن القول :

- الأغلفة المتشابهة متوازية ولا تتلاقى مع بعضها نظراً لتوازي المسارات الخاصة بها .
- لكل غلاف مسار واحد حتى وإن كان غلafa مركباً فالعبارة هنا بحدود المسار للغلاف فالحد العلوي يمر بالحافة العليا للغلاف والحد السفلي يمر بالحافة السفلى للغلاف .
- المسارات المتزايدة الصاعدة تحمل أغلفة متزايدة صاعدة والمسارات المتناقصة الهابطة تحمل أغلفة متناقصة هابطة ويمكن توضيح ما سبق بالشكل التالي :



وهكذا يوضح الشكل المسارات والأغلفة والحدود للمسارات .

وهنا نسأل : هل المسارات هي التي تحدد وتعين الأغلفة أم أن الأغلفة هي التي تحدد

المسارات ؟ أى بمعنى آخر هل الأغلفة لها وجود مستقل عن المسار أم أن المسار يوجد أولاً

ثم تتواجد الأغلفة ؟

إننا يمكن أن نوجد الغلاف من خلال التعريف الذى قدمناه سابقاً ، ومن ثم يتم التعرف على المسارات من خلال تعريف الغلاف وليس العكس ، فمن خلال معرفة الحافة العليا والسفلى

للغلاف يمكن تحديد المسار بحدوده ، إذن يستدل على المسار بحدوده من الغلاف وليس العكس .

- جميع الأغلفة داخل المسار الواحد متساوية .
- جميع الأغلفة الغير متساوية ذات المسارات المتوازية ولها الإتجاه الواحد متشابهة ، ولذلك تكون الأغلفة المتشابهة متوازية .
- لا يمكن تحديد موقعا معينا في مستوى الإحداثى المتعامد للأغلفة وذلك للغلاف داخل مساره نظرا لتساوى الأغلفة داخل المسار الواحد .

### • المسارات الغلافية ومراكز الأغلفة والنقطة الغلافية

- قمنا من قبل بتعريف مركز الغلاف حيث يمثل نقطة المنتصف فى البعد الغلافى ويعامد عنده القطر الفرعى مع القطر الرئيسى داخل الغلاف .
- وطالما أن الأغلفة داخل المسار الواحد متساوية فإن مراكزها متساوية ، ولهذا نرى أن المسارات للأغلفة إنما تمر على مراكز الأغلفة المتساوية .
- كل مسار صاعد يمر بمراكز أغلفة لها تغيرات غلافية هابطة على قطرها الرئيسى .
  - كل مسار هابط يمر بمراكز أغلفة لها تغيرات غلافية صاعدة على قطرها الرئيسى .
  - كل نقطة غلافية تحوى مركزين للأغلفة أولهما مركزا لغلاف صاعد وثانيهما لغلاف هابط .
  - كل نقطة غلافية يتقاطع عنها مسارين أحدهما صاعدا والآخر هابطا .
  - تتواجد النقطة الغلافية بتقاطع مسارين معا أحدهما صاعد وآخر هابط وبالتالي يمكن إعادة تعريف النقطة الغلافية بأنها النقطة التى يتقاطع عندها مسارين للأغلفة أحدهما صاعدا والآخر هابطا .

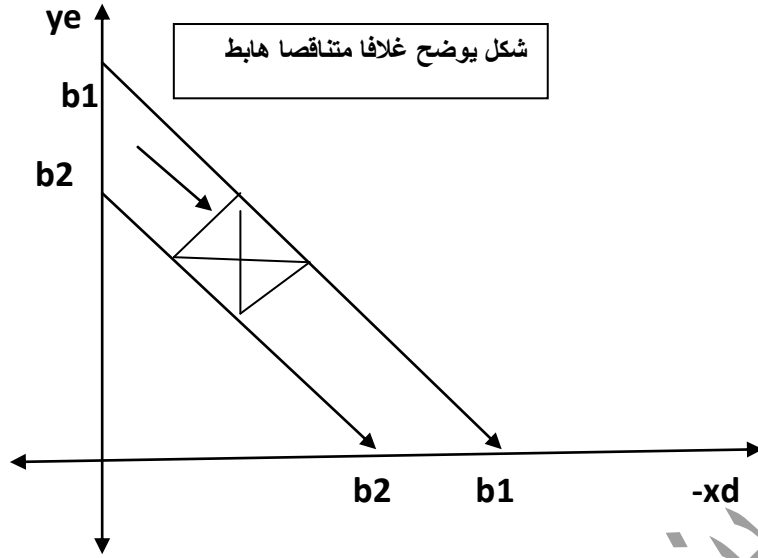
### • مسارات الأغلفة والخطوط المائلة المتوازية ذات الميل $\pm 1$

مما سبق بعاليه نجد أن هناك تطابقا بين المسارات للأغلفة وبين الخطوط المائلة المتوازية ذات الميل  $\pm 1$  والتى يمكن رسها بالإحداثى المتعامد للأغلفة ، فكل مسار للغلاف ما هم إلا خطا مائلا ميله بحسب إتجاه المسار الذى يتخذه الغلاف ، وبالتالي يمكن أن نستخدم الخطوط المائلة المتوازية ذات الإتجاه الطردى وميلها  $+1$  وذات الإتجاه العكسى وميلها  $-1$  للتعبير عن المسارات للأغلفة.

### • الأغلفة المتناقصة الهابط والخطوط المائلة ذات الإتجاه العكسى وميلها

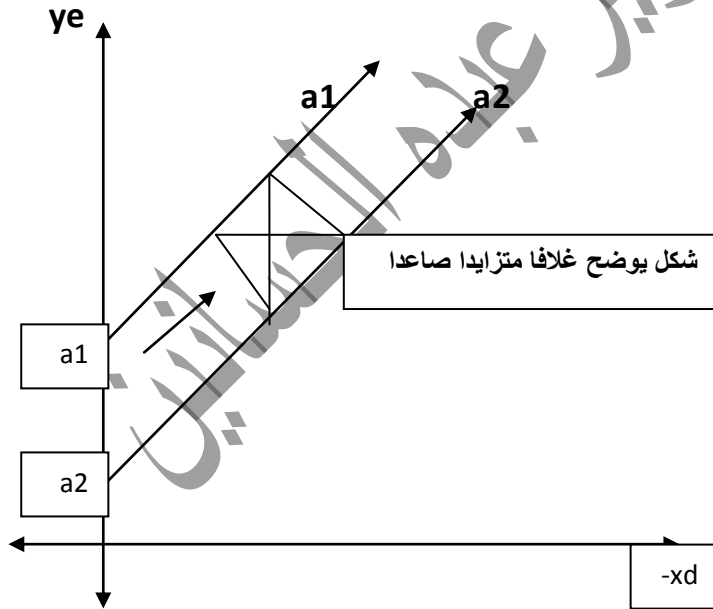
-1

يمكن تبين ذلك من خلال الشكل التالى :



ومن الشكل الإحداثى المتعامد للأغلفة حيث الخطين المائلين المتوازيين وميلهما 1- وهما  $b_1b_2$  و  $b_2b_1$  يحصران بينهما غلafa هابطا كما يشير السهم المتجهة لأسفل بين الخطين وفى مؤخرة الغلاف .

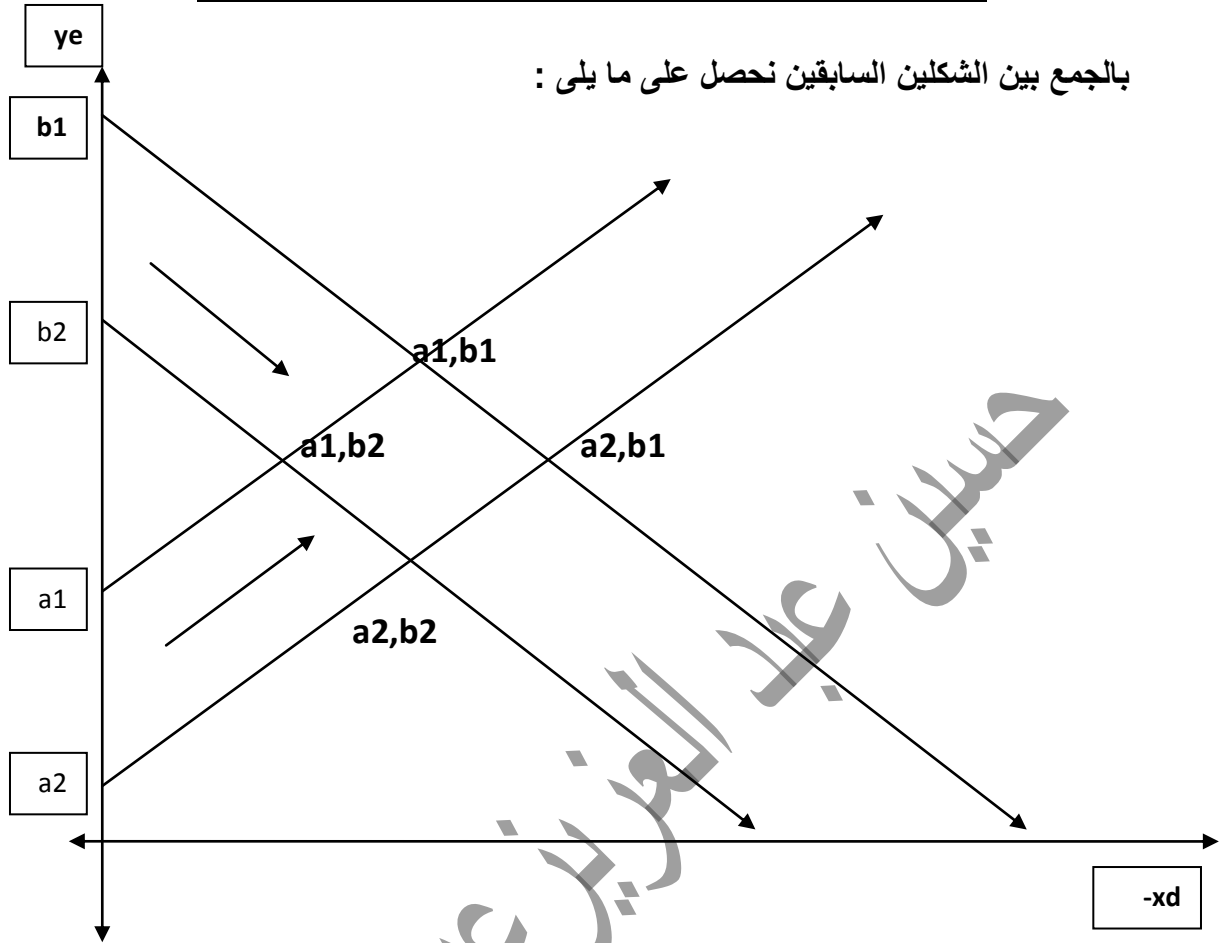
• الأغلفة المتزايدة الصاعدة والخطوط المائلة ذات الإتجاه الطردى وميلها



ويمكن تبين ذلك من الشكل التالى

ومن الشكل الإحداثى المتعامد للأغلفة حيث الخطين المائلين المتوازيين وميلهما 1+ وهما  $a_1a_2$  و  $a_2a_1$  يحصران بينهما غلafa صاعدا كما يشير السهم المتجهة لأعلى بين الخطين وفى مؤخرة الغلاف .

## • الأغلفة المتزايدة الصاعدة والأغلفة المتناقصة الهابطة معا



ومن الشكل نرى أن كلا الغلافين قد تحركا بمسارهما الخاص بهما ، فالغلاف الهابط بين الخطين  $b1b2$  والغلاف الصاعد بين الخطين  $a1a2$  قد إلتقيا معا عند الغلاف الذى نقاطه الغلافية التالية : الحافة العليا  $(a1,b1)$  والحافة اليسرى  $(a1,b2)$  والحافة السفلى  $(a2,b2)$  والحافة اليمنى  $(a2,b1)$  أى أن الغلاف الهابط والغلاف الصاعد قد صار كلا منهما عاشقا ومعشوقا للآخر وقد إستقرا معا ، وكل نقطة غلافية كزوج مرتب هى ملتقى لخطين منبعهما المحور الراسى للإحداثى المتعامد وهى نقطة إستقرار وتوازن عند كل حافة من حواف الغلاف التوازنى ويمكن بإستخدام نظرية النقطة الغلافية إيجاد الإحداثيات الرأسية والأفقية عند كل نقطة غلافية من النقاط التى تظهر بالغلاف المتوازن .

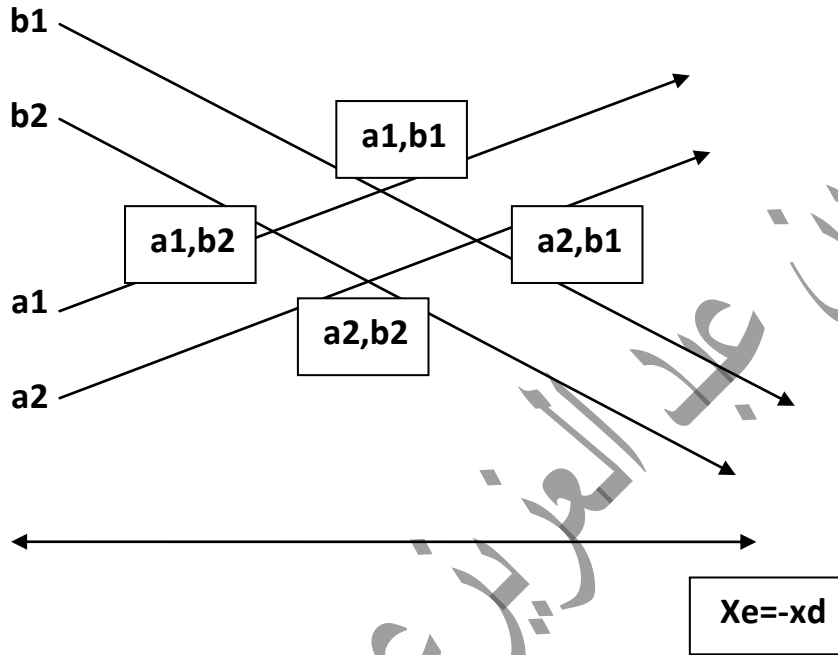
## • نظرية الغلاف المتوازن

إذا كان لدينا الأعداد التالية على المحور الراسى المتعامد للأغلفة  $a2, a1, b2, b1$  بحيث  $a2 < a1 < b2 < b1$  ، وكان لدينا خطين مائلين متوازيين ميلهما 1- ويقطعان المحور الراسى

للإحداثى المتعامد للأغلفة فى النقطتين  $b_1, b_2$  على التوالى ويلتقيان مع خطين مائلين ومتوازيين ميلهما  $+1$  ويقطعان المحور الرأسى فى النقطتين  $a_1, a_2$  ، فإن نقاط التقائهما هى  $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_1, b_2), (a_2, b_1)$  وتعتبر نقاط غلافية وتمثل رؤوسا لغلاف متوازن .

ويمكن تمثيل هذه النظرية بالشكل التالى :

$$y_e = y_d$$



يجب ملاحظة أن :

مجموع إحداثى المتعامد للأغلفة = فروق إحداثى المتعامد الديكارتى

فروق إحداثى المتعامد للأغلفة = مجموع إحداثى المتعامد الديكارتى

• عدد النقط الغلافية وعلاقتها بعدد الخطوط المائلة المتناقصة والمتزايدة

ذات الميل  $\pm 1$

من الشكل السابق عرضه بعاليه نرى خطين مائلين متناقصين قط التقيا بخطين مائلين متزايدان فنشأ عنهما الغلاف وعليه أربعة نقاط غلافية كما هو موضح بالشكل ولذلك يمكن صياغة هذه القاعدة :

إذا كان لدينا عددا  $m_1$  خطا مائلا متناقضا ذو ميل 1- وعددا  $m_2$  خطا مائلا متزايدا ذو ميل 1+ ونشأ عنهما غلافا متوازنا فإن عدد النقاط الغلافية  $Pe$  بالغلاف المتوازن يكون مساويا أى أن :

$$Pe = m_1 \times m_2$$

وعندما تكون :

$$m_1 = m_2 = n$$

فإن :

$$Pe = n^2$$

وهذه حالة خاصة عندما تتساوى عدد الخطوط المائلة المتناصبة مع عدد الخطوط المائلة المتزايدة وينشأ عنهما غلافا كاملا ، أما فى الحالات التى فيها  $m_1 \neq m_2$  كحالات خطوط مائلة متناقصة وعددا غلافيا متزايد أى أن :

عدد الخطوط المائلة المتناقصة  $m_1$  والعدد الغلافى المتزايد  $m_2=1$  فإن :

$$Pe = m_1 \times m_2 = m_1 \times 1 = m_1$$

أى  $pe$  تساوى عدد الخطوط المتناقصة  $m_1$