

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية
بحث في الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات
الميل ± 1

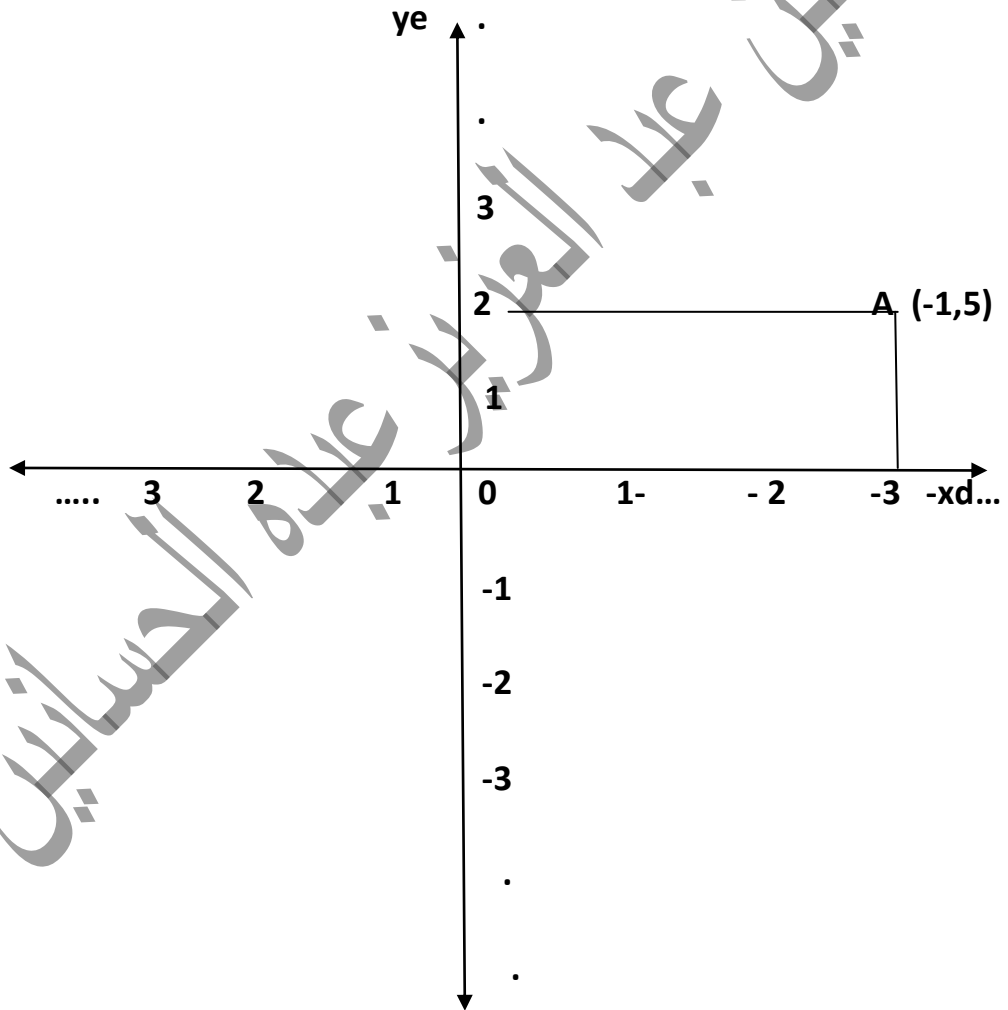
حسين عبد العزيز عبده الحسانين

2025 ميلادية - 1447 هجرية

الإحداثى المتعامد للأغلفة

إذا كان لدينا متوالية حسابية عدد حدودها لانتهائى ومتزايدة أساسها $+1$ وحدها الأوسط مساويا لصفر ، وأخرى عدد حدودها لانتهائى متناقصة من أساسها -1 وحدها الأوسط مساويا للصفر أيضا ، والمتوالية المتزايدة تتعامد مع المتوالية المتناقصة عند الحد الأوسط الصفرى ، ولما كانت المتوالية العددية تمثل بخط مستقيم ، فإن هذا التعامد عند الحد الصفرى لكل من المتواليتين ينشأ عنه مستوى إحداثى متعامد نطلق عليه المستوى المتعامد للأغلفة الخطية .

أى إذا كان لدينا المتوليتان العدديتان المتعامدتان عند الحد الصفرى للمتواليات كالتالى :



وهكذا نجد من الشكل السابق أن المتوالية المتزايدة من أسفل لأعلى تتواجد على المحور الرأسى والمتوالية المتناقصة من اليسار لليمين تتواجد على المحور الأفقى وأى نقطة تتواجد فى المستوى مثل النقطة A ما هى زوج مرتب خطى يعبر عن مجموع الإحداثيين الرأسى مع الأفقى $((3)+2)$ وكذلك الفرق بينهما $((5)-2)$ أى أن المجموع يعبر عن الفرق بعد فك

الأقواس والفرق يعبر عن المجموع بعد فك الأقواس وهكذا لبقية أى نقطة أخرى واقعة فى المستوى بصفة عامة ومثل هذه النقاط سوف نطلق عليها النقطة الغلافية .

النقطة الغلافية :

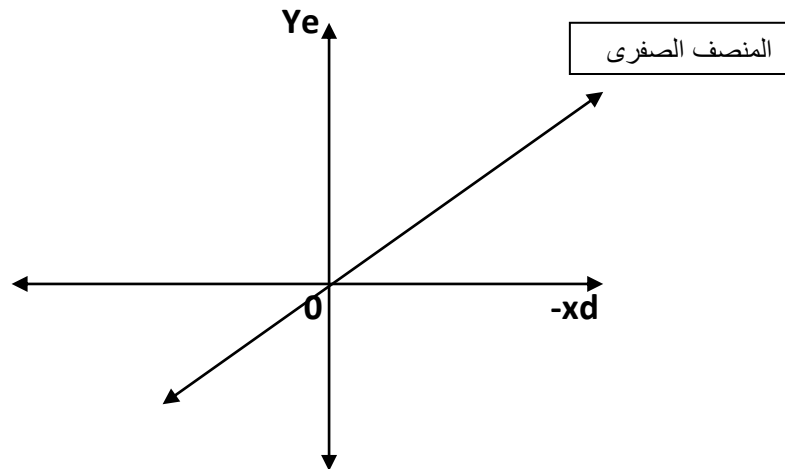
هى نقطة تتواجد فى المستوى الإحداثى المتعامد للأغلفة وتمثل زوجا مرتبا العنصر الأول فيه يمثل مجموع إحداثى المتعامد للأغلفة ، والعنصر الثانى منه يمثل الفرق بين إحداثى المتعامد للأغلفة أى إذا كانت لدينا النقطة A توجد فى المستوى الإحداثى المتعامد فإن :

$$A = (a, b) = ((ye + (-xd)), (ye - (-xd))) = (yd - xd, yd + xd)$$

ومن الملاحظ أن الإحداثى المتعامد للأغلفة الخطية مثله مثل الإحداثى المتعامد الديكارتى ولكن الفرق فى المحور الأفقى حيث أنه فى المتعامد للأغلفة هو عكس المحور الأفقى الديكارتى فإذا كان الإحداثى الأفقى الديكارتى xd والإحداثى الرأسى الديكارتى هو yd ، والإحداثى الأفقى للأغلفة xe والإحداثى الرأسى للأغلفة هو ye فإننا نجد الأتى :

$$Ye = yd , xe = -xd$$

إذا كانت كل نقطة فى المستوى كما قلنا ما هى الأزواج مرتب العنصر الأول منه يمثل مجموع الإحداثى الأفقى مع الرأسى والعنصر الثانى منه يمثل الفرق بينهما فإن الخط المنصف للإحداثى المتعامد للأغلفة سنطلق عليه المنصف الصفرى للإحداثى المتعامد للأغلفة ومن خلال الشكل التالى نوضح ما قلناه آنفا :

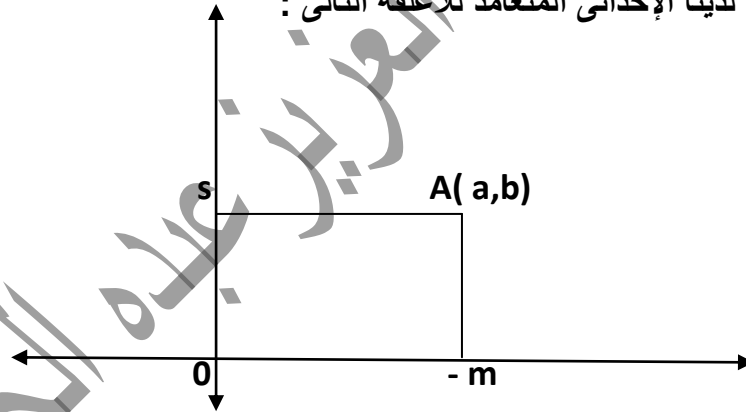


ومن خصائص المنصف الصفرى أنه يقسم المستوى الإحداثى للأغلفة إلى نصفين بين قيم المجموع (السالبة) بين الإحداثى الرأسى والإحداثى الأفقى وتقع على يمينه وأخرى قيم المجموع (الموجبة) بين الإحداثى الرأسى والأفقى وتقع على يساره ، وهذا المنصف يقوم بدورا مهما فى نظرية الأغلفة وسنراه لاحقا فى النقاط التالية :

• نظرية النقطة الغلاغية :

إذا كان لدينا متوليتان عدديتان أفقية متناقصة أساسها 1- ورأسية متزايدة وأساسها +1 ومتعامدتان على بعضهما البعض عند حدهما الأوسط الذى يساوى الصفر ن وتكونان معا الإحداثى المتعامد للأغلفة وكانت أحد حدودها المتوالية الأفقية $-m$ واحد حدود المتوالية الرأسية s وهناك نقطة فى المستوى $A(a,b)$ بحيث $a=s+(-m)=s-m$ وكذلك $b=s-(-m)=s+m$ فإن $s = (a+b) / 2$ وكذلك $m = (b-a) / 2$.

أى إن كان لدينا الإحداثى المتعامد للأغلفة التالى :



ومن معطيات النظرية نرى أن :

$$a = s - m \dots\dots\dots 1$$

$$b = s + m \dots\dots\dots 2$$

وبجمع 1 مع 2 :

$$a + b = 2s$$

وبالتالى نجد :

$$s = (a + b) / 2 \dots\dots\dots 3$$

وبالتعويض عن s من المعادلة 3 فى المعادلة 1 أو 2 نجد أن :

$$m = (a - b) / 2 \dots 4$$

ولكن ما معنى هذا ؟ وما هى دلالاته ؟ وكيف يتم إستخدام هذا الإحداثى المتعامد للأغلفة الخطية فى نظرية الأغلفة الخطية ؟ هذا ما سوف نشرحه كالتالى :

- ومن الآن فصاعدا سنتعامل مع الربع الأول فى المستوى المتعامد للأغلفة.
- بتأمل الإحداثى المتعامد للأغلفة نجد أنه عبارة عن نقاط فى المستوى تجمع مجموع الإحداثى الأفقى مع الإحداثى الرأسى وكذلك الفرق بينهما ، وبتجاور هذه النقاط مع بعضها نجد أنه تتواجد فى المستوى متواليات عديدة أفقية متناقصة واساسها 1- تتعامد مع متواليات عديدة رأسية متزايدة واساسها + 1 ، وهذا التجاور للمجاميع والفروق فى المستوى نلاحظ عليه الأتى :
- أن المجموع كعنصر أول بالزوج المرتب فى المستوى يعطى فروقا بين الإحداثى الرأسى والأفقى ويكون واضحا فى الربع الأول من الإحداثى المتعامد للأغلفة ، وهذه الفروق إذا نظرنا إليها أفقيا من اليسار لليمين ، نجد انها تكون متواليات عديدة متناقصة واساسها 1- ، وتتعامد مع متواليات رأسية متزايدة من أسفل لأعلى واساسها +1 .
- أما الفروق كعنصر ثان بالزوج المرتب فى المستوى يعطى مجموعا بين الإحداثى الرأسى والأفقى ويكون واضحا فى الربع الأول من الإحداثى المتعامد للأغلفة ، وهذه المجاميع إذا نظرنا إليها أفقيا من اليسار لليمين ، نجد انها تكون متوالية عديدة متزايدة واساسها +1 ، وتتعامد مع متواليات عديدة متزايدة من اسفل لأعلى واساسها +1 وهذا الجدول التالى يوضح ما نريد قوله :

				8	7,9	6,10	5,11	4,12
				7	6,8	5,9	4,10	3,11
				6	5,7	4,8	3,9	2,10
				5	4,6	3,7	2,8	1,9
				4	3,5	2,6	1,7	0,8
				3	2,4	1,5	0,6	-1,7
				2	1,3	0,4	-1,5	-2,6
				1	0,2	-1,3	-2,4	-3,5
4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
				-1				
				-2				
				-3				

- وكما هو من الجدول حيث كل خانة تمثل نقطة تحوى المجموع والفرق للإحداثيات الأفقية والرأسية للمتعامد للأغلفة ، والمنصف الصفرى للإحداثى المتعامد نرى على يمينه المجاميع ذات القيم السالبة ، وعلى يساره المجاميع ذات القيم الموجبة .
- وطالما أن الخطوط الرأسية والأفقية تقع عليها متواليات عددية ، فإن أى حد فيها ما هو إلا متوسط للحد الذى يسبقه والحد الذى يليه ، وهذا الأمر له علاقة وثيقة بتعريف الغلاف كبعد بين عددين يقع فى منتصف هذا البعد عددا بمثابة متوسط هذين العددين وهو ما أطلقنا عليه مركز الغلاف ، وعلى هذا الأساس فإن مستوى الإحداثى المتعامد يمثل مجالا للعمل عليه وفيه بنظرية الأغلفة .
- وبالنظر للجدول السابق يمكن أن نرى ما يلى :

				8	7,9	6,10	5,11	4,12
				7	6,8	5,9	4,10	3,11
				6	5,7	4,8	3,9	2,10
				5	4,6	3,7	2,8	1,9
				4	3,5	2,6	1,7	0,8
				3	2,4	1,5	0,6	-1,7
				2	1,3	0,4	-1,5	-2,6
				1	0,2	-1,3	-2,4	-3,5
4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
				-1				
				-2				
				-3				

- نرى أنه يمكن عمل أغلفة صاعدة وأخرى هابطة ، فالغلاف العلوى بالشكل أعلاه يمثل غلafa صاعدا $II E II (5,3,+)$ ومركزه $c=4$ ، أما الغلاف السفلى بالشكل أعلاه يمثل غلاف هابطا $II E II (4,6,-)$ ومركزه $t=5$ وهذا بالطبع لأن لدينا متواليات عددية رأسية كانت أو أفقية ، فإذا عملنا على المتواليات الأفقية المتناقصة وجعلنا الأعداد على القطر الرئيسى كلفة جزئية من حدودها فيمكن عمل الغلاف الصاعد ، وإذا عملنا على المتواليات الأفقية التزايدية وجعلنا الأعداد على القطر الرئيسى كلفة جزئية من حدودها فيمكن عمل الغلاف الهابط .