النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

بحث فى الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات الميل 1±

حسين عبد العزيزعبده الحسانين

2025 ميلادية -1447 هجرية

حسين عبد العزيز عبده الحسانين

المصفوفة الغلافية الخطية

من خلال العرض السابق يمكن أن نقدم عرضا لنظرية الأغلفة فى شكل جبرى خطى نعبر عنه بما أسميناه المصفوفة الغلافية الخطية والتى نرمز لها بالرمز IIMII وهى مشتقة من تعرفينا للغلاف المزدوج المرتب .

- المصفوفة الغلافية الخطية : هى ترتيب معين لمجموعة من الأعداد الموجودة على قطرى الغلاف المزدوج المرتب ووضعها بين قائمين .

فإذا كان لدينا الغلاف IIEII(5,3) غلافا مزدوجا مرتبا كالتالى :

$$C= (5+3)/2=4$$

$$IIEII(5,3)= \begin{matrix} & 5 & \\ 5 & 4 & 3 \\ & 3 & \end{matrix} \equiv IIMII = \begin{vmatrix} & 5 & \\ 5 & 4 & 3 \\ & 3 & \end{vmatrix}$$

أى أن نظام الأغلفة يكافىء نظاما أخر وهو المصفوفة الغلافية الخطية وكل ما هنالك أخذنا الأعداد التى تقع على القطر الرئيسى والفرعى وقد أعدنا ترتيبها بين القائمين .

أى أن المصفوفة الغلافية تتكون من صف وعمود وكلاهما يتعامد على الأخر عند المركز الغلافى .والذى سنطلق عليه هنا بمركز المصفوفة ونرمز له بالرمز Cm.

وبصورة رمزية مجردة يمكن أن نشير للمصفوفة الغلافية بصورة عامة وكانت a>b ومركز المصفوفة CM= a+b / 2 وبالتالى :

$$IIMII = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

والمصفوفة الغلافية بهذه الصورة تسمى <u>بالمصفوفة الغلافية البسيطة</u> حيث يحيط بالمركز غلافا واحدا فقط ، وهذا يختلف عن <u>المصفوفة الغلافية المركبة</u> التى تحتوى على أكثر من غلاف حول المركز وتأخذ الشكل مع مراعاة أن a1,a2>b1,b2 وبالتالى :

حسين عبد العزيز عباه الحسانين

$$\|M\|_2 = \begin{vmatrix} & & a1 & & \\ & & a2 & & \\ a1 & a2 & c & b1 & b2 \\ & & b1 & & \\ & & b2 & & \end{vmatrix}$$

وهكذا تكون المصفوفة المركبة من الرتبة 2 أى التى تحتوى على عدد 2 من الأغلفة تحيط بمركزها ، وبالتالى تكون المصفوفة الغلافية من الرتبة $\|M\|_n$ أى التى يحيط بمركزها عدد n من الأغلفة .

- **المصفوفة الغلافية الصفرية :**

هى المصفوفة الغلافية التى كل عناصرها مساوية للصفر وهى تقوم مقام الصفر العادى كمحايد جمعى ونرمز لها بالرمز $\|0\|_1$ وتكون بالشكل التالى :

$$\|0\|_1 = \begin{vmatrix} & 0 & \\ 0 & 0 & 0 \\ & 0 & \end{vmatrix}$$

- **مصفوفة الوحدة الغلافية :**

وهى المصفوفة الغلافية التى كل عناصرها مساوية للواحد الصحيح وهو تقوم مقام الواحد كمحايد ضربى ونرمز لها بالرمز$\|1\|_1$وتكون على الشكل التالى :

$$\|1\|_1 = \begin{vmatrix} & 1 & \\ 1 & 1 & 1 \\ & 1 & \end{vmatrix}$$

حسن عبد العزيز عبده الحسابى

مقلوب المصفوفة الغلافية :

هى مصفوفة غلافية ناتجة من قلب القطر الرئيسى للمصفوفة الأصلية ، أى جعل العنصر فى أقصى اليمين يسارا ، والعنصر فى أقصى اليسار يمينا ونرمز لها بالرمز IIM*II حيث نحصل عليها من الصفوفة الغلافية الأصلية كالتالى :

إذا كان لدينا IIMII 1 كمصفوفة غلافية بسيطة حيث a >b فإن :

$$IIMII1 = \begin{vmatrix} a & & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

فإن مقلوب المصفوفة الغلافية السابقة هو :

$$IIM*II1 = \begin{vmatrix} a & & \\ b & C & a \\ & b & \end{vmatrix}$$

وهكذا رأينا كيفية الحصول على مقلوب المصفوفة الغلافية من المصفوفة الأصلية حيث تم قلب القطر الرئيسى للمصفوفة الغلافية الأصلية وتم التبادل بين العنصرين a,b مع مراعاة أن a>b .

المعكوس الجمعى للمصفوفة الغلافية :

هى مصفوفة غلافية تحوى نفس عناصر المصفوفة الغلافية الأصلية ولكن بعد تغيير جميع إشارت هذه العناصر السالب إلى موجب والموجب إلى سالب ونرمز لها بالرمزII-MII .

فإذا كان لدينا المصفوفة الغلافية البسيطة حيث a>b كالتالى :

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

$$\|M\|_1 = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

فإن المعكوس الجمعى للمصفوفة الغلافية يكون كالتالى :

$$\|-M\|_1 = \begin{vmatrix} & -a & \\ -a & -c & -b \\ & -b & \end{vmatrix}$$

المصفوفة الغلافية المتزايدة :

هى مصفوفة يكون فيها العنصر الأيسر من القطر الرئيسى والعنصر العلوى من القطر الفرعى لها أكبر من العنصر الأيمن على القطر الرئيسى والعنصر السفلى من القطر الفرعى ومركز المصفوفة الغلافية مشترك بينهما ويرمز لها بالرمز $\|M+\|$ مثل المصفوفة التالية :

$$\|M+\|_1 = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

حيث العنصر $a>b$ فى المصفوفة الغلافية التزايدية .

المصفوفة الغلافية المتناقصة :

هى مصفوفة يكون فيها العنصر الأيسر من القطر الرئيسى والعنصر السفلى من القطر الفرعى لها أقل من العنصر الأيمن على القطر الرئيسى والعنصر العلوى من القطر الفرعى ومركز المصفوفة الغلافية مشترك بينهما ويرمز لها بالرمز $\|M-\|$ مثل المصفوفة التالية :

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

$$\text{llM-ll1} = \begin{vmatrix} & r & \\ h & t & r \\ & h & \end{vmatrix}$$

حيث h>r حيث مركز المصفوفة الغلافية CM= t مشترك بينهما .

المصفوفة الغلافية المتماثلة :

وهى مصفوفة غلافية كل عناصرها تتساوى مع بعضها البعض وهى تقابل العدد الغلافى فى نظام الأغلفة الخطية ونرمز لها بالرمز llM"all وتكون كالتالى :

$$\text{llM"all1} = \begin{vmatrix} & a & \\ a & a & a \\ & a & \end{vmatrix}$$

الصف الغلافى المتماثل :

وهو عبارة عن متجه صفى غلافى جميع عناصره متساوية ويرمز له بالرمز llMRllوهو كالتالى : $\text{llM"aRll} = \begin{vmatrix} a & a & a \end{vmatrix}$

العمود الغلافى المتماثل :

وهو عبارة عن متجه عمودى غلافى جميع عناصره متساوية ويرمز له بالرمز llMaClوهو كالتالى : $\text{llM"aCll} = \begin{vmatrix} a \\ a \\ a \end{vmatrix}$

أبعاد المصفوفة الغلافية :

وهو القيمة المطلقة للفرق بين العنصر الأيسر والعنصر الأيمن على القطر الرئيسى الأفقى ونرمز له بالرمز ldHl وكذلك القيمة المطلقة للفرق بين العنصر العلوى والسفى على القطر

حسين عبد العزيز عبد الحسابين

الفرعى الرأسى ونرمز له بالرمز IdVI . وجميع المصفوفات الغلافية التى نتعامل معها تتساوى فيها الأبعاد الأفقية مع الأبعاد الرأسية أى :

$$IdHI = IdVI$$

العمليات على المصفوفة الغلافية :

يقصد بالعمليات على المصفوفة الغلافية هى إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة بالنسبة لها .

جمع المصفوفات الغلافية

لكى تتم عملية الجمع بين مصفوفتين غلافيتين لابد من تساوى بعدى المصفوفيتين على أقطارهما المتناظرة .

فإذا كانت لدينا المصفوفتان الغلافيتين البسيطتان التاليتين :

IIM1II1,IIM2II1 وكان بعديهما متساويا أى :

$$IdH1I,IdV1I = IdH2I,IdV2II$$

يمكن الإستعاضة بهذا الشرط الأخير بأن نذكر بأن المصفوفة الغلافية بسيطة أو مركبة فقط ودون ذكرالشرط الخاص بالأبعاد حيث :

كل مصفوفتين غلافيتين بسيطتين متساويتين فى الأبعاد .

كل مصفوفتين غلافيتين مركبتين متساويتين فى الأبعاد .

وعلى هذا الأساس يكون الجمع بين مصفوفتين غلافيتين بجمع العناصر المتناظرة بين المصفوفتين كالتالى :

$$IIM1II1 = \begin{vmatrix} & a1 & \\ a1 & c1 & b\,1 \\ & b\,1 & \end{vmatrix}$$

حسين عبد العزيز عبد السلام الحسابين

$$\|M2\|1 = \begin{vmatrix} a2 & & \\ a2 & c2 & b\,2 \\ & b2 & \end{vmatrix}$$

فإن جمع المصفوفتين هو :

$$\|M1\|1 + \|M2\|1 = \begin{vmatrix} a1+a2 & & \\ a1+a2 & c1+c2 & b1+b \\ & b1+b2 & \end{vmatrix}$$

وكما قلنا سابقا فى نظام الأغلفة الخطية :

- **الجمع بين كل مصفوفتين غلافيتين متزايدتين ينتج عن هذا الجمع مصفوفة غلافية متزايدة .**
- $\|M+\|1 + \|M+\|1 = \|M+\|1$
- **الجمع بين كل مصفوفتين غلافيتين متناقصتين ينتج عن هذا الجمع مصفوفة غلافية متناقصة.**
- $\|M-\|1 + \|M-\|1 = \|M-\|1$
- **الجمع بين المصفوفة الغلافية ومصفوفة غلافية صفرية ينتج عنه المصفوفة الغلافية الأصلية أى إذا كان لدينا :**

$$\|M\|1 + \|0M\|1 = \|M\|1$$

- **الجمع بين المصفوفة الغلافية ومعكوسها الغلافى ينتج عنهما المصفوفة الغلافية الصفرية أى إذا كان لدينا :**
- $\|M\|1 + \|-M\|1 = \|0M\|1$

حسين عبد العزيز عبده الحمادين

- **الجمع بين المصفوفات الغلافية المتناقصة والمتزايدة**

إذا تم الجمع بين مصفوفة غلافية متناقصة و مصفوفة غلافية متزايدة كان الناتج مصفوفة غلافية متعادلة أفقيا ويمكن أخذ منها متجها عموديا غلافيا يحوى قيما مختلفة يبدأ بأعلى قيمة بناحيته العليا وينتهى بأدنى قيمة بناحيته السفلى وكذلك متجها صفيا غلافيا متماثلا .

فإذا كان لدينا مصفوفة غلافية متناقصة بسيطة IIM-II 1 وأخرى متزايدة بسيطة IIM+II فإن مجموعهما :

$$IIM-II + IIM+II = IIM\pm HII$$

أى: مصفوفة متعادلة أفقيا IIM±HII

أى إذا كان لدينا :

$$IIM+II1 = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

$$IIM-II1 = \begin{vmatrix} & r & \\ h & t & r \\ & h & \end{vmatrix}$$

فإن المجموع :

$$IIM\pm HII = IIM-II + IIM+II = \begin{vmatrix} & r+a & \\ h+a & t+c & r+b \\ & h+b & \end{vmatrix}$$

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

حيث أن المتجه العمودى الغلافى الغير متماثل يقع على القطر الفرعى الرأسى حيث r+a>t+c>h+b (العمود الغلافى الغير متماثل llMCll) ، والمتجه الصفى الغلافى المتماثل يقع على القطر الأفقى الرئيسى حيث h+a=t+c=r +b (متجه الصف الغلافى المتماثل llM"Rll).

طرح المصفوفات الغلافية

لكى تتم عملية الطرح بين مصفوفتين غلافيتين لابد من تساوى بعدى المصفوفيتين على أقطارهما المتناظرة .

فإذا كانت لدينا المصفوفتان الغلافيتين البسيطتان التاليتين :

llM1ll1,llM2ll1 وكان بعديهما متساويا أى :

IdH1I,IdV1I= IdH2I,IdV2II

يمكن الإستعاضة بهذا الشرط الأخير بأن نذكر بأن المصفوفة الغلافية بسيطة أو مركبة فقط ودون ذكرالشرط الخاص بالأبعاد حيث :

كل مصفوفتين غلافيتين بسيطتين متساويتين فى الأبعاد .

كل مصفوفتين غلافيتين مركبتين متساويتين فى الأبعاد .

وهناط شرطا أخر لابد من توافره فى عملية الطرح أن تكون المصفوفة الأولى والمطروح منها أن تكون أعدادها المكونة لها أكبر من الأعداد المكونة للمصفوفة الثانية أى : llM1ll1 > llM2ll1

وعلى هذا الأساس يكون الطرح بين مصفوفتين غلافيتين بطرح العناصر المتناظرة بين المصفوفتين كالتالى :

$$llM1ll1 = \begin{vmatrix} & a1 & \\ a1 & c1 & b1 \\ & b1 & \end{vmatrix}$$

$$\|M2\|1 = \begin{vmatrix} a2 & & \\ a2 & c2 & b\,2 \\ & b2 & \end{vmatrix}$$

فإن طرح المصفوفتين هو :

$$\|M1\|1 - \|M2\|1 = \begin{vmatrix} a1\text{-}a2 & & \\ a1\text{-}a2 & c1\text{-}c2 & b1\text{-}b \\ & b1\text{-}b2 & \end{vmatrix}$$

وكما قلنا سابقا فى نظام الأغلفة الخطية :

- **الطرح بين كل مصفوفتين غلافيتين متزايدتين ينتج عن هذا الطرح مصفوفة غلافية متماثلة ولها إتجاه متزايد .**
- $-\|M+\|1 - \|M+\|1 = \|M"+\|1-$ **الطرح بين كل مصفوفتين غلافيتين متناقصتين ينتج عن هذا الطرح مصفوفة غلافية متماثلة ولها إتجاه متناقص .**
- $\|M-\|1 - \|M-\|1 = \|M"-\|1$
- **الطرح بين المصفوفة الغلافية ومصفوفة غلافية صفرية ينتج عنه المصفوفة الغلافية الأصلية أى إذا كان لدينا :**

$$\|M\|1 - \|0M\|1 = \|M\|1$$

- **الطرح بين المصفوفة الغلافية ومعكوسها الغلافى ينتج عنهما مصفوفة غلافية ضعف المصفوفة الأصلية وتأخذ إتجاهها من طبيعة المصفوفة المطروح منها معكوسها أى إذا كان لدينا :**
- $\|M\|1 - \|-M\|1 = 2\ \|\ M\|1$
- $\|M+\|1 - \|-M+\|1 = 2\|M+\|1$

حسين عبد العزيز عباه الحسابي

- llM-ll1 -ll-M-ll1 =2llM-ll1

- **الطرح بين المصفوفات الغلافية المتناقصة والمتزايدة**

إذا تم الطرح بين مصفوفة غلافية متناقصة و مصفوفة غلافية متزايدة كان الناتج مصفوفة غلافية متعادلة رأسيا ويمكن أخذ منها متجها صفيا غلافيا يحوى قيما مختلفة يبدأ بأعلى قيمة بناحيته اليمنى وينتهى بأدنى قيمة بناحيته اليسرى وكذلك متجها عموديا غلافيا متماثلا .

فإذا كان لدينا مصفوفة غلافية متناقصة بسيطة llM-ll 1 وأخرى متزايدة بسيطة llM+ll فإن مجموعهما :

llM-ll - llM+ll = llM±Vll

أى : مصفوفة متعادلة رأسيا llM±Vll

أى إذا كان لدينا :

$$llM+ll1 = \begin{vmatrix} a & & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

$$llM-ll1 = \begin{vmatrix} r & & \\ h & t & r \\ & h & \end{vmatrix}$$

فإن الفرق بينهما :

$$llM±Vll \quad 1=llM-ll1 - llM+ll1 = \begin{vmatrix} r-a & & \\ h-a & t-c & r-b \\ & h-b & \end{vmatrix}$$

هبين عبد العزيز عبده الحسانين

حيث أن المتجه الصفى الغلافى الغير متماثل يقع على القطر الفرعـــى الرأسى حيث r-b>t-c>h-a(الصف الغلافى الغير متماثل IIMRII) ، والمتجه العمـــودى الغلافى المتماثل يقع على القطر الأفقى الرئيسى حيث r-a=t-c=h-b(متجه العمود الغلافى المتماثل IIM"CII).

- **جمع وطرح المصفوفات الغلافية المتعادلة**

عرفنا أن المصفوفة الغلافية المتعادلة نوعان رأسى وأفقى ويمكن أن نجرى عليهما عمليات الجمع والطرح كالأتى فى هذه المثال العددى :

إذا كان لدينا المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا والذى تم جمعها مع المصفوفة الغلافية والمتعادلة رأسيا :

$$\begin{vmatrix} & 11 & \\ 9 & 9 & 9 \\ & 7 & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} & 3 & \\ 1 & 3 & 5 \\ & 3 & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} & 14 & \\ 10 & 12 & 14 \\ & 10 & \end{vmatrix}$$

ومن الواضح من الشكل أن عملية الجمع بين المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا مع المصفوفة الغلافية المتعادلة رأسيا قد أفرزت لنا مصفوفةغلافية متناقصة .

إذا كان لدينا الغلاف المتعادل أفقيا والذى تم طرحه مع الغلاف المتعادل رأسيا :

$$\begin{vmatrix} & 11 & \\ 9 & 9 & 9 \\ & 7 & \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} & 3 & \\ 1 & 3 & 5 \\ & 3 & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} & 8 & \\ 8 & 6 & 4 \\ & 4 & \end{vmatrix}$$

ومن الواضح من الشكل أن عملية الطرح بين المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا مع المصفوفة الغلافية المتعادلة رأسيا قد أفرزت لنا مصفوفة غلافية متزايدة .

وبالتالى يمكن القول بأن :

- إذا تم الجمع بين المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا والمصفوفة الغلافية المتعادلة رأسيا كان الناتج مصفوفة غلافية متناقصة.

حسين عبد العزيز عبده الحسباني

أى : IIM±HII 1+ IIM±VII 1 = IIM-II1

- إذا تم الطرح بين المصفوفة الغلافية المتعادلة الأفقية والمصفوفة الغلافية المتعادلة الرأسية كان الناتج مصفوفة غلافية متزايدة.
- أى : IIM±HII 1- IIM±VII 1 = IIM+II1
- ويمكن تفسير ذلك الأمر بمعرفة إتجاه الحركة الغلافية داخل المصفوفات الغلافية.

- **ضرب المصفوفات الغلافية**

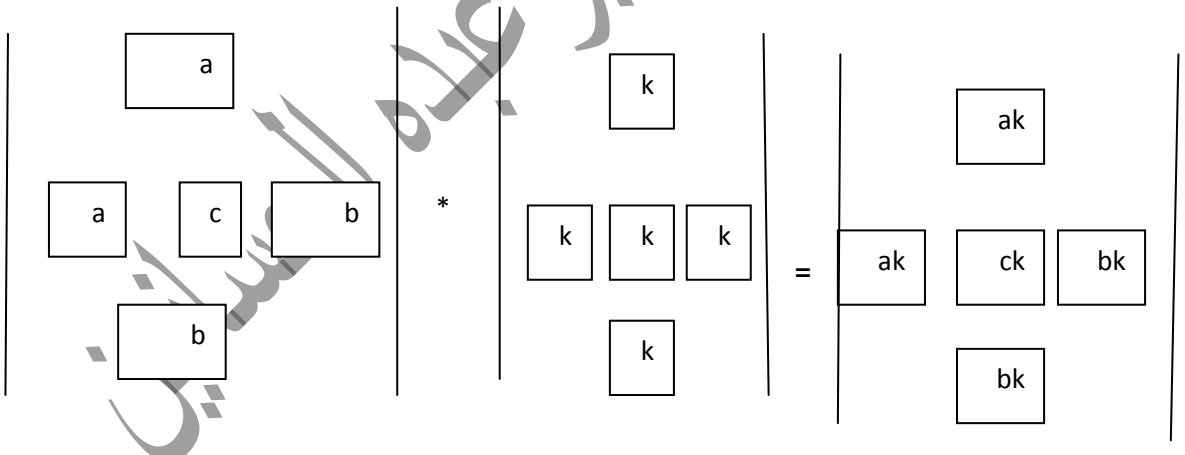
عملية الضرب بين المصفوفات الغلافية غير ممكنة على إطلاقها وذلك لكونها خطية وعملية الضرب تخرجها من كونها خطية إلى غير خطية وهذا لا يمكن تحقيقه إلا من خلال الضرب فى عدد أو بالأحرى فى عدد غلافى .

- الضرب فى المصفوفة المتماثلة للعدد K كضرب عدد فى مصفوفة غلافية

إذا كان لدينا المصفوفة الغلافية IIMII1 ولدينا المصفوفة المتماثلة IIM"II1(K) فإن حاصل ضربهما :

IIMII1 * IIM"II1 (k)=K IIMII1

أى بصورة رمزية مجردة



وهكذا تم الضرب للعد K فى المصفوفة المتماثلة له فى كل عنصر مناظر له فى المصفوفة الغلافية ، وعملية الضرب ينتج عنها تغير فى أبعاد المصفوفة بالزيادة .

- ضرب المصفوفة الغلافية فى المصفوفة المتماثلة للعدد 1 الناتج يكون الكصفوفة الغلافية نفسها أى مصفوفة الوحدة تكون كمحايد ضربى أى :

IIMII1 * II1MII 1 = IIMII1

- ضرب المصفوفة الغلافية فى المصفوفة الصفرية يكون الناتج مصفوفة صفرية أى :
- IIMII1* IIE0II1 = IIE0II 1

حسين عبد العزيز عبده الصنان

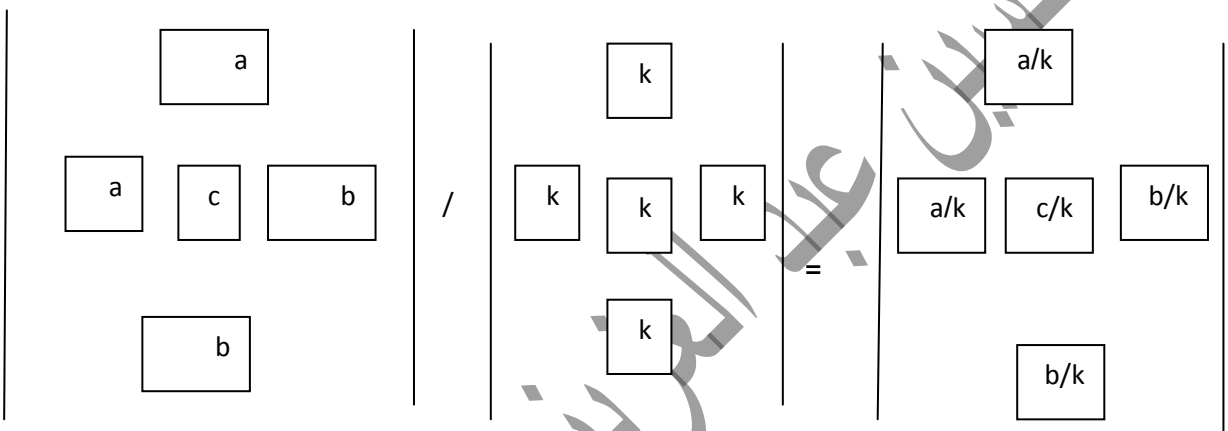
- **القسمة بين المصفوفات الغلافية الخطية**

إن عملية القسمة بين المصفوفات الغلافية مثلها مثل عملية الضرب غير ممكنة ما لم تكن القسمة على عدد فمن الممكن إجراء عملية القسمة فى هذه الحالة أى :

إذا كان لدينا المصفوفة الغلافية IIMII1 وكانت k عددا ولا يساوى الصفر فإن:

$$IIMII1 / k = IIM/KII1 \quad , k \neq 0$$

أى بصورة رمزية مجردة



بالطبع إذا كانت : k = 1 فإن الناتج هوالمصفوفة الغلافية نفسها أى :

$$IIMII1 /1 = IIMII1 / II1MII1 = IIMII 1$$

أى المصفوفة الغلافية مقسومة على مصفوفة الوحدة الغلافية فالناتج هو المصفوفة الغلافية .

- **عمليةالقسمة ينتج عنها تغير فى أبعاد المصفوفة الغلافية بالنقصان .**

المصفوفة الغلافية ومقلوبها وعمليات الجمع والطرح

قلنا بأن المصفوفة الغلافية المقلوبة ناتجة من المصفوفة الغلافية الأصلية وذلك بقلب القطر الرئيسى للمصفوفة الأصلية ، أى جعل العنصر فى أقصى اليمين يسارا ، والعنصر فى أقصى اليسار يمينا ورمزنا لها بالرمز IIM*II حيث نحصل عليها من الصفوفة الغلافية الأصلية كالتالى :

حسين عبد العزيز عبده الحمادين

إذا كان لدينا llMll 1 كمصفوفة غلافية بسيطة حيث a >b فإن :

$$llMll1 = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

فإن مقلوب المصفوفة الغلافية السابقة هو :

$$llM*ll1 = \begin{vmatrix} & a & \\ b & C & a \\ & b & \end{vmatrix}$$

ومن الملاحظ أن مقلوب المصفوفة الغلافية يغير من إتجاه حركتها بمعنى أنها إن كانت تناقصية فمقلوبها مصفوفة غلافية تزايدية، وإن كانت المصفوفة الغلافية تزايدية فمقلوبها مصفوفة غلافية تناقصية أى أن :

$$llM+ll1 \longrightarrow llM*-ll$$

$$llM-ll1 \longrightarrow llM*+ll$$

وبالتالى جمع المصفوفة الغلافية التزايدية مع مقلوبها يؤدى إلى مصفوفة غلافية متعادلة أفقيا أى أن :

$$llM+ll1+llM*-ll1= llM\pm Hll1$$

وطرح المصفوفة الغلافية التزايدية من مقلوبها يؤدى إلى مصفوفة غلافية متعادلة رأسيا أى أن :

$$llM*-ll1 - llM+ll1= llM\pm Vll1$$

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

وجمع المصفوفة الغلافية التناقصية مع مقلوبها يؤدى إلى مصفوفة غلافية متعادلة أفقيا أى أن :

$$IIM\text{-}II1+IIM^{*}+II1= IIM\pm HII1$$

وطرح مقلوب المصفوفة الغلافية التناقصية من المصفوفة نفسها ينتج لنا مصفوفة غلافية متعادلة رأسيا أى أن :

$$IIM\text{-}II1 - IIM^{*}+II1= IIM\pm VII1$$

- **جمع وطرح المصفوفات المتماثلة**

قلنا من قبل أن المصفوفة الغلافية المتماثلة تقابل العدد الغلافى بنظرية الأغلفة ، وعملية الجمع والطرح بين المصفوفات الغلافية المتماثلة تخضع لنفس القواعد التى ذكرناها من قبل الأعداد الغلافية أثناء تعريفها ومعرفة إتجاهها وعمليات الجمع والطرح لها والشروط المتوفرة لذلك.

- **الجمع بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين**

- الجمع بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين لهما إتجاها واحدا ينتج عنه مصفوفة غلافية متماثلة لها نفس الإتجاه كالتالى :

$$IIE"k,+II1+IIE"s,+II1= IIE"k+s,+II\ 1$$

$$IIE"k,-\ II1+IIE"s,-\ II1= IIE"k+s,-II\ \ 1$$

فمثلا إذا كان لدينا :

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & s & \\ s & s & s \\ & s & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & k+s & \\ k+S & K+S & K+S \\ & K+S & \end{pmatrix}$$

وكذلك إذا كان لدينا :

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} & s & \\ s & s & s \\ & s & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & k-s & \\ k-S & K-S & K-S \\ & K-S & \end{pmatrix}$$

الجمع بين مصفوفة غلافية متماثلة ونفسها يكون الناتج ضعف المصفوفة الغلافية المتماثلة ولها إتجاه المصفوفة الغلافية المتماثلة الأصلية

IIE"k,+II1 +IIE"k,+II1 = 2 IIE"k,+II1

IIE"k,-II1 +IIE"k,-II1 = 2 IIE"k,-II1

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} = 2 \quad \begin{pmatrix} & k & \\ k & k & K \\ & K & \end{pmatrix}$$

الجمع بين مصفوفة غلافية متماثلة ومعكوسها الجمعى يكون الناتج مصفوفة غلافية صفرية

IIE"k,+II+IIE"-k,+II=II0E"+II1

أى إذا كان لدينا :

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & -k & \\ -k & -k & -k \\ & -k & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & 0 & \\ 0 & 0 & 0 \\ & 0 & \end{pmatrix}$$

- **<u>الطرح بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين</u>**

- الطرح بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين لهما إتجاها واحدا ينتج عنه مصفوفة غلافية متماثلة لها نفس الإتجاه كالتالى :

IIE"k,+II1-IIE"s,+II1= IIE"k-s,+II 1

IIE"k,- II1-IIE"s,- II1= IIE"k-s,-II 1

فمثلا إذا كان لدينا :

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} & s & \\ s & s & s \\ & s & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & k-s & \\ k-S & K-S & K-S \\ & K-S & \end{pmatrix}$$

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

وكذلك إذا كان لدينا :

الطرح بين مصفوفة غلافية متماثلة ونفسها يكون الناتج المصفوفة الغلافية المتماثلة الصفرية ولها إتجاه المصفوفة الغلافية المتماثلة الأصلية

$$IIE"k,+II1 - IIE"k,+II1 = IIE"0,+II1$$

$$IIE"k,-II1 - IIE"k,-II1 = IIE"0,-II1$$

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & 0 & \\ 0 & 0 & 0 \\ & 0 & \end{pmatrix}$$

الطرح بين مصفوفة غلافية متماثلة ومعكوسها الجمعى يكون الناتج ضعف المصفوفة الغلافية المتماثلة

$$IIE"k,+II- IIE"-k,+II=2IIE"+II1$$

أى إذا كان لدينا :

$$\begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} & -k & \\ -k & -k & -k \\ & -k & \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} & k & \\ k & k & k \\ & k & \end{pmatrix}$$

- **الجمع والطرح للمصفوفات الغلافية المتماثلة التناقصية الهابطة والتزايدية الصاعدة**

الجمع بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين أحدهما متناقصة هابطة والأخرى متزايدة صاعدة الناتج مصفوفة غلافية متماثلة ومتعادلة رأسيا وأفقيا شرط أن المصفوفة الغلافية المتماثلة الهابط تكون أكبر عدديا من الأخرى الصاعدة أو تساويها على الأقل .

أى أن : $IIE"k,-II1 + IIE"s,+II 1 = IIE"k+s,\pm HV\ II1\ ,\ k \geq s$

حسين عبد العزيز عبده الحسانين

طرح بين مصفوفتين غلافيتين متماثلتين أحدهما متناقصة هابطة ويطرح منها أخرى متزايدة صاعدة الناتج مصفوفة غلافية متماثلة ومتعادلة رأسيا وأفقيا شرط أن المصفوفة الغلافية المتماثلة الهابط تكون أكبر عدديا من الأخرى الصاعدة أو تساويها على الأقل .

أى أن : IIE"k,-II1 - IIE"s,+II1 = IIE"k+s,±HV II1 , k≥s

- **الجمع والطرح بين المصفوفات الغلافية المتناقصة والمتزايدة والمصفوفات المتماثلة المتناقصة والمتزايدة**

- الجمع بين مصفوفة غلافية متزايدة ومصفوفة غلافية متماثلة متزايدة يكون ناتج الجمع مصفوفة غلافية متزايدة أى أن :

IIE+II1 +IIE"k,+II1= IIE+k,+II1

- الجمع بين مصفوفة غلافية متناقصة ومصفوفة غلافية متماثلة متناقصة يكون ناتج الجمع مصفوفة غلافية متناقصة أى أن :

- IIE-II1 +IIE"k,-II= IIE+k,-II1

- الجمع بين مصفوفة غلافية متزايدة ومصفوفة غلافية متماثلة متناقصة يكون ناتج الجمع مصفوفة غلافية مركزية متعادلة أفقيا IIE+K±CHII مع ملاحظ أن K أكبر من العنصر الأيسر أو يساويه على الأقل و الموجود على القطر الرئيسى للمصفوفة الغلافية المتزايدة .

وللحصول على المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة أفقيا يتم الحصول أولا على المصفوفة الغلافية المعدلة أفقيا IIĒ+HII ، بجعل العنصر الأيمن والأيسر بالقطر الرئيسى للمصفوفة الأصلية مساويا لمركز المصفوفة من ملاحظة أن c=(a+b)/2 وكذلك k≥a,a>bوذلك حسب ما يلى :

$$\begin{pmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} & a & \\ c & c & c \\ & b & \end{pmatrix}$$

وبعد ذلك نجرى عملية الجمع مع المصفوف المتماثلة التناقصية مع المصفوفة المعدلة أفقيا ليكون الناتج هو المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة أفقيا أى أن :

IIE"-kII1 + IIĒH+II1= IIĒ+k±CHII

حسين عبد العزيز عبده الحباني

- الجمع بين مصفوفة غلافية متناقصة ومصفوفة غلافية متماثلة متزايدة يكون ناتج الجمع مصفوفة غلافية مركزية متعادلة أفقيا IIE+K±CHII مع ملاحظ أن K أقل من العنصر الأيسر أو يساويه والموجود على القطر الرئيسى للمصفوفة الغلافية المتزايدة .

وللحصول على المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة أفقيا يتم الحصول أولا على المصفوفة الغلافية المعدلة أفقيا IIĒ+HII ، بجعل العنصر الأيمن والأيسر بالقطر الرئيسى للمصفوفة الأصلية مساويا لمركز المصفوفة من ملاحظة أن c=(a+b)/2 وكذلك k≤a,a<b وذلك حسب ما يلى :

$$\begin{pmatrix} & b & \\ a & c & b \\ & a & \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} & b & \\ c & c & c \\ & a & \end{pmatrix}$$

وبعد ذلك نجرى عملية الجمع مع المصفوف المتماثلة التناقصية مع المصفوفة المعدلة أفقيا ليكون الناتج هو المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة أفقيا أى أن :

IIE"-kII1 + IIĒH+II1= IIĒ+k±CHII

- الطرح بين مصفوفة غلافية متزايدة ومصفوفة غلافية متماثلة متزايدة يكون ناتج الطرح مصفوفة غلافية متزايدة أى أن :

IIE+II1 -IIE"k,+II1= IIE-k,+II1

- الطرح بين مصفوفة غلافية متناقصة ومصفوفة غلافية متماثلة متناقصة يكون ناتج الطرح مصفوفة غلافية متناقصة أى أن :

- IIE-II1 -IIE"k,-II= IIE-k,-II1

- الطرح بين مصفوفة غلافية متزايدة ومصفوفة غلافية متماثلة متناقصة يكون ناتج الطرح مصفوفة غلافية مركزية متعادلة رأسيا IIE+K±CVII مع ملاحظ أن K أكبر من العنصر الأيسر أو يساويه على الأقل و الموجود على القطر الرئيسى للمصفوفة الغلافية المتزايدة .

وللحصول على المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة رأسيا يتم الحصول أولا على المصفوفة الغلافية المعدلة رأسيا IIĒ+VII ، بجعل العنصر العلوى والسفلى بالقطر الفرعى للمصفوفة الأصلية مساويا لمركز المصفوفة من ملاحظة أن c=(a+b)/2 وكذلك k≥a,a>b وذلك حسب ما يلى :

حسين عبد العزيز عبده الحسابى

$$\begin{pmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} & c & \\ a & c & b \\ & c & \end{pmatrix}$$

وبعد ذلك نجرى عملية الجمع مع المصفوف المتماثلة التناقصية مع المصفوفة المعدلة رأسيا ليكون الناتج هو المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة رأسيا أى أن :

IIE"-kII1 - IIĒH+II1= IIĒ-k±CVII

- الطرح بين مصفوفة غلافية متناقصة ومصفوفة غلافية متماثلة متزايدة يكون ناتج الطرح مصفوفة غلافية مركزية متعادلة رأسيا **IIE+K±CVII** مع ملاحظ أن **K** أقل من العنصر الأيسر أو يساويه والموجود على القطر الرئيسى للمصفوفة الغلافية المتزايدة .

وللحصول على المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة رأسيا يتم الحصول أولا على المصفوفة الغلافية المعدلة رأسيا **IIĒ+VII**، بجعل العنصر الأيمن والأيسر بالقطر الرئيسى للمصفوفة الأصلية مساويا لمركز المصفوفة من ملاحظ أن **c=(a+b)/2** وكذلك **a<b ,a≤k**وذلك حسب ما يلى :

$$\begin{pmatrix} & b & \\ a & c & b \\ & a & \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} & c & \\ a & c & b \\ & c & \end{pmatrix}$$

وبعد ذلك نجرى عملية الطرح بين المصفوف المتماثلة التناقصية و المصفوفة المعدلة أفقيا ليكون الناتج هو المصفوفة الغلافية المركزية المتعادلة رأسيا أى أن :

IIE"-kII1 - IIĒH+II1= IIĒ- k±CVII 1

حسين عبد العزيز عبده الحسابين