

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية
بحث في الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات
الميل ± 1

حسين عبد العزيز عبده الحسانين

2025 ميلادية - 1447 هجرية

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

تعاريف ومفاهيم – العمليات على الأغلفة الخطية

• مقلوب الغلاف

إذا كان لدينا الغلاف $||E||(a,b,+)$ حيث $a > b$ فإن الغلاف $||E||(b,a,-)$ يسمى بمقلوب الغلاف الأول وهو غلاف متناقص هابط حيث قمنا بتبديل الحافة اليمنى مكان اليسرى والعكس والجمع بينهما يؤدي لوجود الغلاف المتعادل الأفقى والطرح بينهما يؤدي إلى وجود الغلاف المتعادل الرأسى مركزه الصفر .

حيث عملية التبديل أدت إلى تغيير فى الحركة الغلافية وينعكس هذا بدوره على عملية الجمع والطرح بين الأغلفة .

• جمع وطرح الأغلفة المتعادلة

عرفنا أن الأغلفة المتعادلة نوعان رأسى وأفقى ويمكن أن نجرى عليهما عمليات الجمع والطرح كالتى فى هذه المثال العددي :

إذا كان لدينا الغلاف المتعادل أفقيا والذي تم جمعه مع الغلاف المتعادل رأسيا :

$$\begin{array}{c} 11 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 9 \quad 9 \quad 9 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 7 \end{array} + \begin{array}{c} 3 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 1 \quad 3 \quad 5 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 3 \end{array} = \begin{array}{c} 14 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 10 \quad 12 \quad 14 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 10 \end{array}$$

ومن الواضح من الشكل أن عملية الجمع بين الغلاف المتعادل الأفقى مع الغلاف المتعادل الرأسى قد أفرزت لنا غلاف مزدوجا متناقصا هابط .

إذا كان لدينا الغلاف المتعادل أفقيا والذي تم طرحه مع الغلاف المتعادل رأسيًا :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 11 & & \\ \hline 9 & 9 & 9 \\ \hline & 7 & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & & \\ \hline 1 & 3 & 5 \\ \hline & 3 & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 8 & & \\ \hline 8 & 6 & 4 \\ \hline & 4 & \\ \hline \end{array}$$

ومن الواضح من الشكل أن عملية الطرح بين الغلاف المتعادل الأفقي مع الغلاف المتعادل الرأسى قد أفرزت لنا غلاف مزدوجا متزايدا صاعدا .

وبالتالى يمكن القول بأن :

- إذا تم الجمع بين الغلاف المتعادل الأفقي والغلاف المتعادل الرأسى كان الناتج غلafa مزدوجا ومرتبيا متناقضا هابطا .

$$\text{أي : } \text{IIE1II}(r,h,\pm H) + \text{IIE2II}(m,s,\pm V) = \text{IIE1+E2II}(a,b,-)$$

- إذا تم الطرح بين الغلاف المتعادل الأفقي والغلاف المتعادل الرأسى كان الناتج غلafa مزدوجا ومرتبيا متزايدا صاعدا .

$$\text{أي : } \text{IIE1II}(r,h,\pm H) - \text{IIE2II}(m,s,\pm V) = \text{IIE1+E2II}(a,b,+)$$

ويمكن تفسير ذلك الأمر بمعرفة إتجاه الحركة الغلافية على الأقطار للأغلفة.

• جمع وطرح الأعداد الغلافية

- جمع الأعداد الغلافية

إن عملية الجمع بين عددين غلافيين ذو إتجاه واحد يكون الناتج عددا غلافيا له نفس الإتجاه .

$$\text{IIEII}(k,k,+) + \text{IIEII}(s,s,+) = \text{IIEII}(k+s,k+s,+)$$

$$\text{IIEII}(k,k,-) - \text{IIEII}(s,s,-) = \text{IIEII}(k-s,k-s,-) , k > s$$

جمع العدد الغلافى على نفسه الناتج هو ضعف العدد الغلاف نفسه

$$\text{IIEII}(k,k,+) + \text{IIEII}(k,k,+) = \text{IIEII}(k+k,k+k,+) = 2\text{IIEII}(k,k,+)$$

جمع العدد الغلافى مع معكوسه الجمعى الناتج هو الصفر الغلافى

$$\text{IIEII}(k,k,+) + \text{IIEII}(-k,-k,+) = \text{IIEII}(k-k,k-k,+) = \text{IIEII}(0,0,+)$$

- طرح الأعداد الغلافية

إن عملية الطرح بين عددين غلافيين ذو إتجاه واحد يكون الناتج عددا غلافيا له نفس الإتجاه .

$$||E||(k,k,+) - ||E||(s,s,+) = ||E||(k-s,k-s,+)$$

$$||E||(k,k,-) - ||E||(s,s,-) = ||E||(k-s,k-s,-) , k > s$$

طرح العدد الغلافى من نفسه الناتج صفرا غلافيا

$$||E||(k,k,+) - ||E||(k,k,+) = ||E||(k-k,k-k,+) = ||E||(0,0,+)$$

طرح المعكوس الجمعى لعدد غلافى من عدده الغلافى يكون الناتج ضعف العدد الغلافى

$$||E||(k,k,+) - ||E||(-k,-k,+) = ||E||(k+k,k+k,+) = 2||E||(k,k,+)$$

• جمع وطرح العدد الغلافى المتناقص مع العدد الغلافى المتزايد

- إن جمع عددا غلافيا متناقصا مع عددا غلافيا صاعدا يتطلب أن يكون العدد الغلافى المتناقص أكبر من العدد الغلافى المتزايد أو مساويا له ويكون الناتج عددا غلافيا متعادلا أفقيا ورأسيا معا فى آن واحد أى يمكن القول :

$$||E||(k,k,-) + ||E||(s,s,+) = ||E||(k+s,k+s,\pm HV), K \geq S$$

- إن طرح عددا غلافيا صاعدا من عدد غلافى هابطا يتطلب أن يكون العدد الغلافى المتناقص أكبر من العدد الغلافى المتزايد أو مساويا له ويكون الناتج عددا غلافيا متعادلا أفقيا ورأسيا معا فى آن واحد أى يمكن القول :

$$||E||(k,k,-) - ||E||(s,s,+) = ||E||(k-s,k-s,\pm HV), K \geq S$$

• جمع وطرح العدد الغلافى المتناقص والمتزايد مع الأغلفة المزدوجة المتناقصة

والمتزايدة

- جمع عدد غلافى متزايد مع غلاف مزدوج متناقص ولكن يجب أن يكون العدد الغلافى المتزايد أقل عدديا من الحافة اليسرى فى الغلاف المزدوج المتناقص أو يساويها على الأقل أى أن :

$$||E||(a,b,-) + ||E||(k,k,+) = ||E||(a+k,b+k,\pm CH), K \leq b, a < b$$

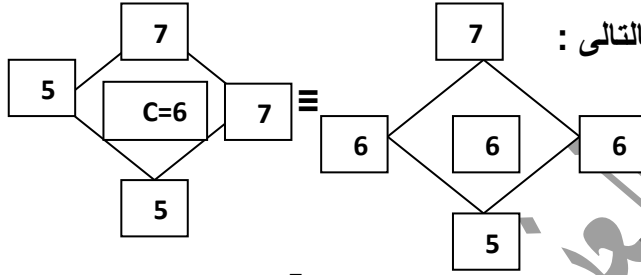
والغلاف الناتج من عملية الجمع هذه نسميه بالمتعادل المركزى الأفقى تميزا له عن

المتعادل الأفقى كما سبق وأن عرفناه ، ولكن كيف حصلنا على هذا المتعادل المركزى

الأفقى ؟ نعلم بأن العدد الغلافى ما هو إلا مجرد خط مائل مفرد والغلاف المزدوج

المتناقص كما هو مكتوب بعاليه يتكون من ثلاث خطوط مائلة ولذا فإن عملية الجمع العادية سيكون فيها ازدواجاً حسابياً في الغلاف الناتج من عملية الجمع، لذا جعلنا القيمة العددية لمركز الغلاف المزدوج المتناقص هي القيمة التي تنوب عن الحافة اليمنى واليسرى فيه، ونقوم بعملية الجمع بعد ذلك ونحصل منها على المتعادل الأفقى ، ولعلنا بعد هذا العرض عرفنا علة إضافة كلمة المركزى لكلمة المتعادل ، ولعدم الخلط فى مثل هذه الحالات سوف نقوم بعمل الغلاف المزدوج المتناقص المعدل

أفقى $II\bar{E}III(a,b,-)$ وهو غلاف مزدوج نحصل عليه بوضع القيمة العددية لمركز الغلاف $(c = (a+b)/2)$ على الحافة اليمنى واليسرى بالغلاف الأسمى وذلك كالتالى : إذا كان لدينا الغلاف المزدوج المتناقص $II\bar{E}II(5,7,-)$ فنحصل منه على الغلاف المعدل المتناقص $II\bar{E}III(5,7,-)$ كالتالى :



$$II\bar{E}II(5,7,-) \equiv II\bar{E}III(5,7,-)$$

أى أن :

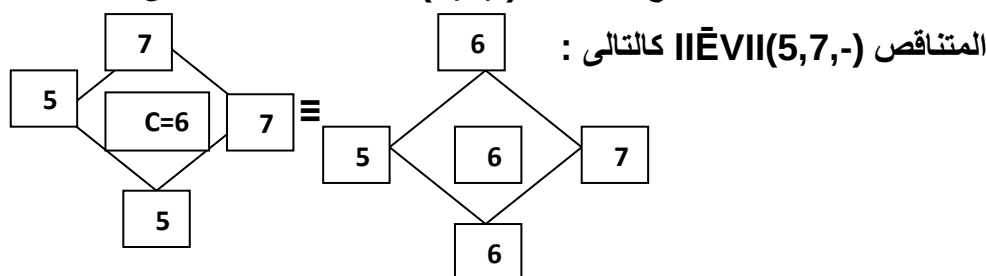
وبهذا التعديل نحصل على المتعادل الأفقى المركزى بعد عملية الجمع.

- طرح عدد غلافى متزايد من غلاف مزدوج متناقص ولكن يجب أن يكون العدد الغلافى المتزايد أقل عددياً من الحافة اليسرى فى الغلاف المزدوج المتناقص أو يساويها على الأقل أى أن :

$$II\bar{E}II(a,b,-) - II\bar{E}II(k,k,+) = II\bar{E}II(a-k,b-k,\pm CV), K \leq b, a > b$$

والغلاف الناتج من عملية الطرح هذه نسميه بالمتعادل المركزى الرأسى تمييزاً له عن المتعادل الرأسى كما سبق وأن عرفناه ، ولكن كيف حصلنا على هذا المتعادل المركزى الرأسى ؟ نعلم بأن العدد الغلافى ما هو إلا مجرد خط مائل مفرد والغلاف المزدوج المتناقص كما هو مكتوب بعاليه ، يتكون من ثلاث خطوط مائلة ولذا فإن عملية الطرح العادية سيكون فيها ازدواجاً حسابياً فى الغلاف الناتج من عملية الطرح ، لذا جعلنا القيمة العددية لمركز الغلاف المزدوج المتناقص هي القيمة التي تنوب عن الحافة العليا والسفلى فيه، ونقوم بعملية الطرح بعد ذلك ونحصل منها على المتعادل الرأسى ، ولعدم الخلط فى مثل هذه الحالات سوف نقوم بعمل الغلاف المزدوج المتناقص المعدل رأسياً $II\bar{E}VII(a,b,-)$ وهو غلاف نحصل عليه بوضع القيمة العددية لمركز الغلاف $(c = (a+b)/2)$ على الحافة العليا والسفلى بالغلاف الأصل وذلك كالتالى :

إذا كان لدينا الغلاف المزدوج المتناقص $II\bar{E}II(5,7,-)$ فنحصل منه على الغلاف المعدل



أى أن : $II\bar{E}II(5,7,-) \equiv II\bar{E}VII(5,7,-)$

وبهذا التعديل نحصل على المتعادل الراسى المركزى بعد عملية الطرح.

- جمع عدد غلافى متناقص مع غلاف مزدوج متزايد ، ولكن يجب أن يكون العدد الغلافى المتناقص أكبر عدديا من الحافة اليسرى فى الغلاف المزدوج المتزايد أو يساويها على الأقل أى أن :

$$II\bar{E}II(a,b,-) + II\bar{E}II(k,k,+) = II\bar{E}II(a+k,b+k,\pm CH), K \geq a, a > b$$

والغلاف الناتج من عملية الجمع هذه نسميه بالمتعادل المركزى الأفقى تميزا له عن المتعادل الأفقى كما سبق وأن عرفناه ، وطريقة الحصول عليه لن تختلف عما قمنا بعمله أثناء عمليات الجمع والطرح بالنسبة للعدد الغلافى المتزايد مع المزدوج المتناقص ، وطريقة الحصول على الغلاف المزدوج المتزايد والمعدل أفقيا $II\bar{E}II(a,b,+)$ هى نفس الطريقة السابقة .

- طرح غلاف مزدوج متزايد من عدد غلافى متناقص ، ولكن يجب أن يكون العدد الغلافى المتناقص أكبر من الحافى اليسرى للغلاف المزدوج المتزايد أو يساويها على الأقل أى أن :

$$II\bar{E}II(K,K,+) - II\bar{E}II(a,b,-) = II\bar{E}II(K-a,k-b,\pm CV), K \geq a, a > b$$

والغلاف الناتج من عملية الجمع هذه نسميه بالمتعادل المركزى الرأسى تميزا له عن المتعادل الرأسى كما سبق وأن عرفناه ، وطريقة الحصول عليه لن تختلف عما قمنا بعمله أثناء عمليات الجمع والطرح بالنسبة للعدد الغلافى المتزايد مع المزدوج المتناقص ، وطريقة الحصول على الغلاف المزدوج المتزايد والمعدل رأسيا $II\bar{E}VII(a,b,+)$ هى نفس الطريقة السابقة .

• ضرب الأغلفة الخطية

عملية الضرب بين الأغلفة غير ممكنة على إطلاقها وذلك لكون الأغلفة خطية وعملية الضرب تخرجها من كونها خطية إلى غير خطية ولكن يمكن لأى عملية ضرب أن تتم

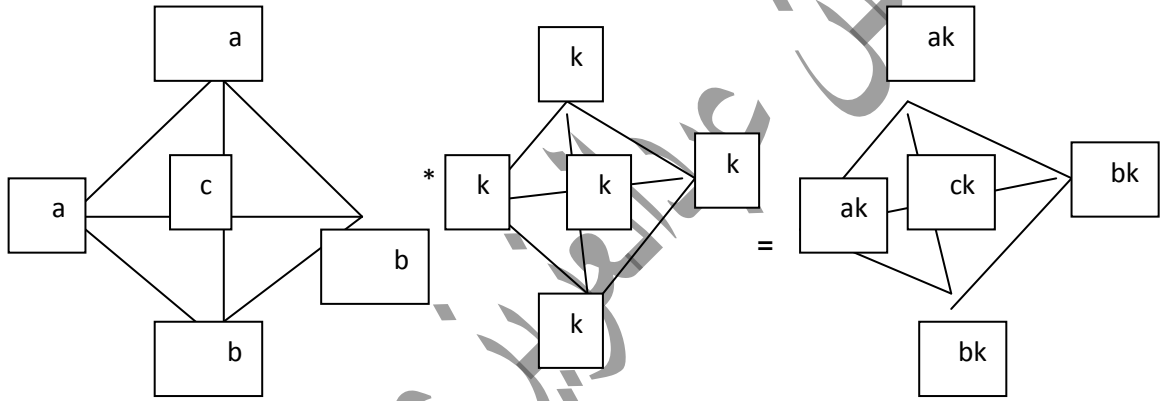
شرط ألا تخرجها من كونها أغلفة خطية إلى أغلفة غير خطية وهذا لا يمكن تحقيقه إلا من خلال الضرب في عدد أو بالأحرى في عدد غلافى .

- الضرب في عدد غلافى

إذا كان لدينا الغلاف $||EI||(a,b)$ ولدينا العدد الغلافى $||EI||(k,k)$ فإن حاصل ضربهما :

$$||EI||(a,b) * ||EI|| (k,k) = ||EI|| (ka.kb)$$

أى بصورة رمزية مجردة



وهكذا تم ضرب الحواف المتناظرة بين الغلاف والعدد الغلافى k وعملية الضرب في عدد لم تغير من طبيعة الغلاف الخطية ولكن أدت إلى تمدد الغلاف وزيادة في بعده وبالتالي زيادة حزمة الخطوط التى يحتويها الغلاف .

- بعد الغلاف بعد الضرب في عدد :

$$|EI|(ak,bk) = ak-bk = k(a-b) = k|EI|(a,b)$$

أى بعد الغلاف بعد ضربه فى عدد يكون مساويا العدد مضروبا فى البعد الغلافى قبل الضرب فى العدد الغلافى .

- ضرب الغلاف فى الواحد الغلافى هو نفسه الغلاف أى الواحد الغلافى محايدا ضربى أى :

$$||EI||(a,b) * ||EI|| (1,1) = ||EI|| (a. b)$$

- ضرب الغلاف فى الصفر الغلافى يكون الناتج صفرا غلافيا أى :

$$||EI||(a,b) * ||EI|| (0,0) = ||EI|| 0.0$$

- ضرب العدد الغلافى فى نفسه عملية غير ممكنه .

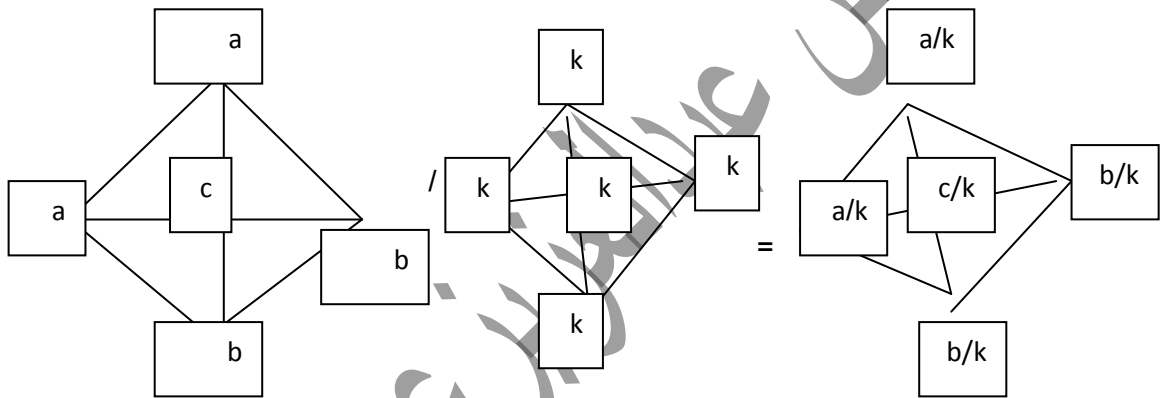
• القسمة بين الأغلفة الخطية

إن عملية القسمة بين الأغلفة مثلها مثل عملية الضرب غير ممكنة ما لم تكن القسمة على عدد فمن الممكن إجراء عملية القسمة في هذه الحالة أي :

إذا كان لدينا الغلاف $||E||(a,b)$ وكانت $a > b$ وكانت k عددا غلافيا ولا يساوي الصفر الغلافى فإن:

$$||E||(a,b) / k = ||E||(a/k, b/k) , k \neq 0$$

أي بصورة رمزية مجردة



بالطبع إذا كانت : $k = 1$ أي أن k تساوى الواحد الغلافى فإن الناتج هو الغلاف نفسه أي :

$$||E||(a,b) / 1 = ||E||(a/1, b/1) = ||E|| (a, b) , k = 1$$

- عملية القسمة ينتج عنها تغير في أبعاد الغلاف بالنقصان .