

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية
بحث في الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات
الميل ± 1

حسين عبد العزيز عبده الحسانين

2025 ميلادية - 1447 هجرية

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

تعاريف ومفاهيم – العمليات على الأغلفة الخطية

• جمع الأغلفة المزدوجة المرتبة

لا تختلف عملية الجمع بالنسبة للأغلفة المزدوجة عن الجمع بين الأغلفة الأخرى

حيث يتم الجمع بين الحواف المتناظرة ولكن هنا لابد من الاعتبار ما يلي :

- عملية الجمع بين الأغلفة المزدوجة المتزايدة (الصاعدة) ينتج عنها غلafa مزدوجا وله نفس الإتجاه أى أن :

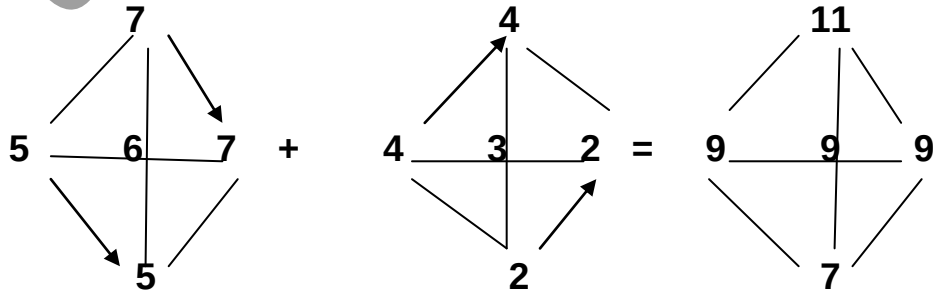
$$||E1|| (a1, b1, +) + ||E2|| (a2, b2, +) = ||E1+E2|| (a1+a2, b1+b2, +)$$

- عملية الجمع بين الأغلفة المزدوجة المتناقصة (الهابطة) ينتج عنها غلafa مزدوجا وله نفس الإتجاه أى أن :

$$||E1|| (a1, b1, -) + ||E2|| (a2, b2, -) = ||E1+E2|| (a1+a2, b1+b2, -)$$

- أما عملية الجمع بين غلafa مزدوجا متزايدا (صاعد) مع غلafa متناقصا (هابط) فينتج عنه غلafa متعادلا أفقيا تتساوى فيه القيم على قطره الرئيسى وتختلف القيم على قطره الفرعى ، أى نحصل منه على عمود القيم المختلفة أكبرها يبدأ من الحافة العليا للغلaf وأدناها عند الحافة السفلى للغلaf.

أى أننا هنا أمام غلaf متناقص هابط يتم جمعه مع غلaf متزايد صاعد ، وبالطبع الغلaf المتناقص الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للغلaf المتزايد الصاعد ولنأخذ هذا المثال العددي التالى :



ومن الواضح من الشكل وهذا المثال العددي أن عملية الجمع للحواف المتناظرة بين الغلaf الهابط والغلaf الصعد نجم عنها الغلaf المتعادل أفقيا حيث تتساوى القيم

على القطر الرئيسي للغلاف الناتج من عملية الجمع والقيم المختلفة نحصل عليها والتي تقع على القطر الفرعي للغلاف والغلاف الناتج من عملية الجمع لا اتجاه له ونلاحظ أن الغلاف بعده الأفقى مساويا للصفر ومن هنا يمكن أن نقوم بتقديم التعريف التالى :

الغلاف المتعادل أفقيا :

وهو ذلك الغلاف الناتج من عملية الجمع بين غلاف متناقص هابط وغلاف متزايد صاعد ، وهو غلاف لا اتجاه له لذا أطلقنا عليه غلafa متعادلا أفقيا فلأن بعده الأفقى يكون مساويا للصفر أى تنطبق الحافة اليمنى واليسرى على بعضهما البعض عند مركز الغلاف ويكون خطا مستقيما رأسيا بين حافته العليا والسفلى وعليه تقع القيم المختلفة الممكن الحصول عليها منه .

وعندما نترجم ذلك بصورة رياضية ويكون كالتالى :

إذا كان لدينا غلافين أحدهما هابطا والآخر متصاعد وكان الغلاف الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للهابط أى :

$$||E1|| (a1, b1, -) , ||E2|| (a2, b2, +)$$

$$||E1|| (a1, b1, -) > ||E2|| (a2, b2, +)$$

$$||E|| (a1, b1, -) + ||E|| (a2, b2, +) = ||E1 + E2|| (a1+a2, b1+b2, H \pm)$$

وهنا نلاحظ أن الغلاف الناتج متعادل أفقيا $H \pm$ هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى

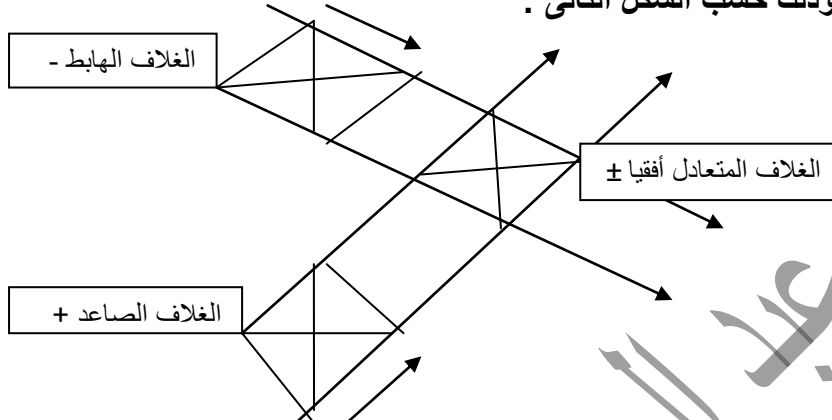
$$||E1+E2|| H = 0 \quad \text{نجد أن :}$$

أى البعد الأفقى له يكون مساويا للصفر ، والبعد الرأسى له يكون أكبر من الصفر

$$||E1+E2|| V > 0$$

ولكن ما تفسير ظهور هذا الغلاف المتعادل أفقيا ؟.

وذلك نجده في تخيلنا أن الغلاف المتناقص الهابط يهبط بين مستقيمين متوازيين فالمستقيم العلوى يمر بحافته العليا واليمنى ، والمستقيم الموازى له يمر بحافته اليسرى والسفلى ، وكذلك الغلاف المتزايد الصاعد يصعد بين مستقيمين متوازيين فالمستقيم العلوى يمر بحافته اليسرى والعليا ، والمستقيم الموازى له يمر بحافته السفلى واليمنى وذلك حسب الشكل التالى :

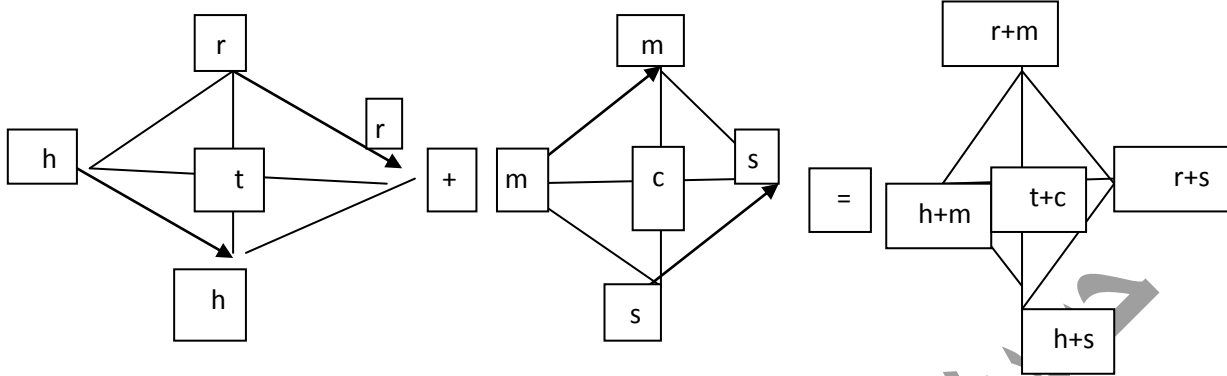


وكأنهما ألتقيا عند تقاطع الخطوط المتوازية والتي هي بمثابة ممرات لهما وقد تداخلا في بعضهما البعض وأستقرا معا في الغلاف المتعادل والذي هو فى حقيقة أمره (عاشق ومعشوق) قد إنطبقت حافته اليمنى مع حافته اليسرى عند مركز الغلاف المتعادل أفقيا $H \pm$ ، ولكن من أين جاء التعادل للقيم على القطر الرئيسى للغلاف المتعادل أفقيا ؟

عندما نمعن النظر فى المثال العدد السابق ، ففى الأعداد الموجودة على القطر الرئيسى للصاعد نجد انها متناقصة بمعدل ثابت فى حين الأعداد الموجودة على القطر الرئيسى للهابط نجد أنها متزايدة بنفس المعدل الثابت الذى تتناقص به الأعداد على القطر الرئيسى للهابط ومن هنا جاء التعادل والنقص فى الصاعد عوضته الزيادة فى الهابط ومن هنا جاء الثبات فى قيم القطر الرئيسى .

أما إذا أمعنا النظر على القطر الفرعى فى كل من الغلافين السابقين نجد أنهما يتناقصان معا فى ذات الوقت وفى إتجاه واحد من الحافة العليا للسفلى أو يتزايدان معا فى ذات الوقت وفى إتجاه واحد من الحافة السفلى للعليا فعندما يتناقص أحدهما أو يزداد يتناقص الآخر معه أو يزداد ومن ثم تأتى الفروق فى القيم على القطر الفرعى للغلاف المتعادل أفقيا .

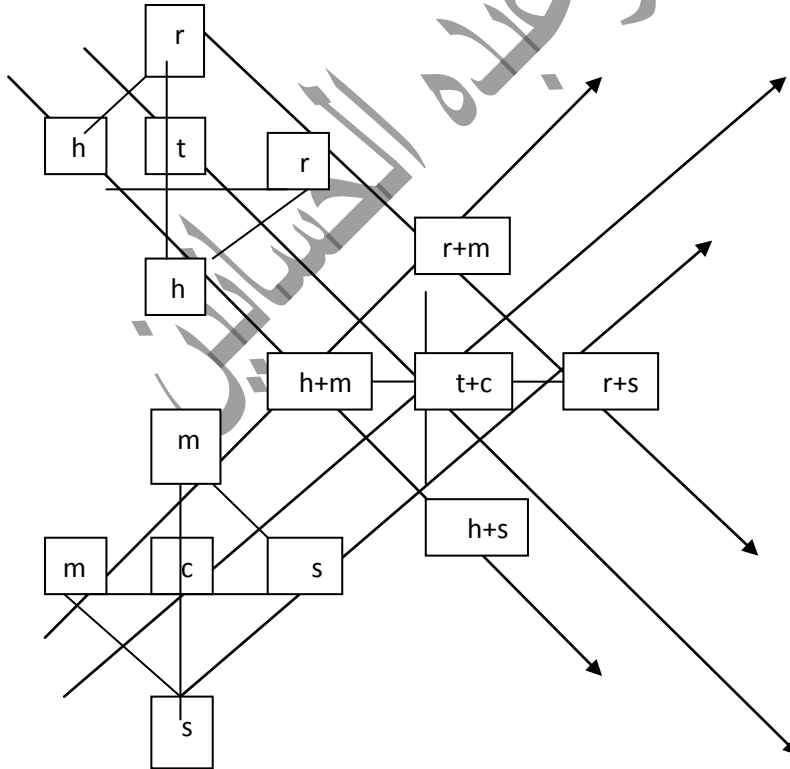
وإذا أستعضنا عن المثال العددي السابق وأعدناه بصورة رمزية مجردة يمكن عمل
الأتى :



ومن خلال الشرح السابق نرى أن : $h+m = t+c = r+s = k$

كذلك نرى أن : $r+m > t+c > h+s$

مع مراعاة أن : الغلاف الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للغلاف الصاعد وكذلك
وبالنظر إلى رؤوس الغلاف المتعادل أفقياً يمكن قراءتها بصورة أخرى وهى أن الرأس التى
تحمل المجموع $r+m$ هى نقطة إلتقاء الخط المتناقص m مع الخط المتزايد r وهكذا لبقية
الرؤوس بالغلاف المتعادل ، أى أن كلا الخطين قد إلتقيا معا عند هذه النقطة ويمكن توضيح
هذه النقطة بالشكل الأتى :



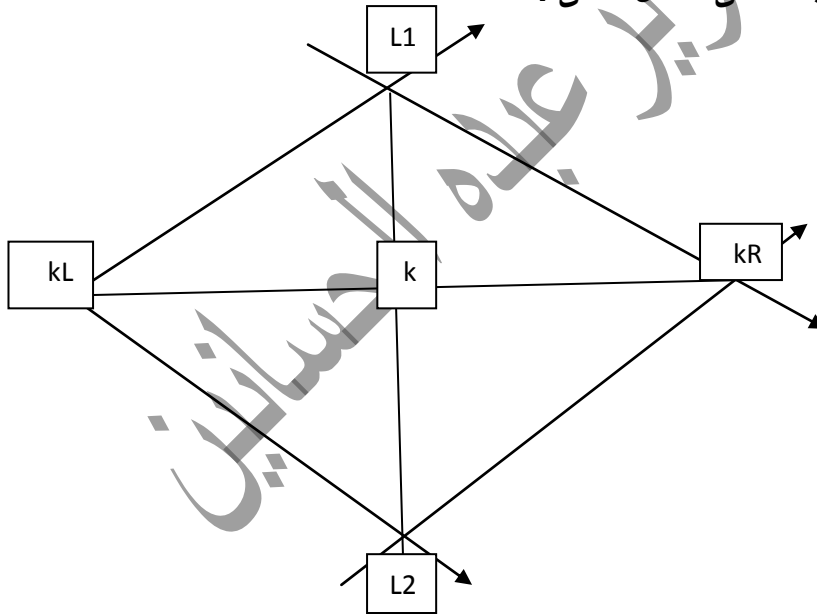
وواضح من الشكل أن رؤوس الغلاف المتعادل الأفقى ما هى إلا نقط لالتقاء الخطوط المتناقصة الهابطة مع المتزايدة الصاعدة ، بما فى ذلك مركز الغلاف وهو نقطة إلتقاء الخط المنصف t والهابط من أعلى منصفا ما بين الحواف اليسرى والعليا والسفلى واليمنى ، والخط المنصف c والصاعد من أسفل منصفا ما بين الحواف اليسرى والسفلى واليمنى والعليا ، ومن الواضح أن : $r>t>h>m>c>s$ وأن القيم العددية تحقق كل الشروط التى تم ذكرها فى تعريف الغلاف .

وكذلك بلغة مجازية واضح من الشكل بأن كلا من الغلاف الصاعد والغلاف الهابط يبحثن عن بعضهما البعض ويبحثان معا عن نقطة إلتقاءهما معا ، فكلاهما لا يحس بمعنى فى ذاته إلا مع الآخر وعلاقتهما كعلاقة العاشق بالمعشوق ولا يستقران ويعيدان لحياتهما التوازن إلا إذا إلتقيا معا ومن ثم يستقران فى الغلاف المتعادل الأفقى فلديه المقر والإستقرار والسكن وإعادة التوازن لحياتهما .

ويمكن أن نستخلص من الغلاف المتعادل الأفقى النظرية التالية :

بداية نعرف أن الغلاف هو ترتيب لمجموعة من الأعداد تحت شروط معينة ، وبالتالي لكل غلاف حواف ومركز يساوى متوسط الحواف وبالتالي يتعامد عنده قطرى الغلاف وينصف كل منهما الآخر فالغلاف ما هو إلا مربع مائل كما عرفنا من قبل .

فإذا كان لدينا غلاف متعادلا أفقيا كما فى الشكل التالى :



من شكل الغلاف المتعادل الأفقى نحصل على الفروض التالية :

- كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .
 - الغلاف المتعامد الأفقى قطراه متعامدان وينصف كلا منهما الآخر أى البعد $L1k = kL2$
 - القطر الفرعى $L1L2$ ينصف الغلاف المتعادل الأفقى إلى مثلثين متطابقين
- وعلى هذا الأساس يمكن صياغة النظرية التالية :

"إذا كان لدينا غلافًا متعادلًا أفقياً فإن الحافة اليمنى والحافة اليسرى تتساويان مع

مركز الغلاف المتعادل الأفقي وتتعينان بمتوسط الحافة العليا والسفلى"

$$\text{أي أن : } KL = KR = K = (L1 + L2) / 2 = (KL + KR) / 2 = 2K / 2 = K$$

أي KL, KR يتعينان بمعرفة الحواف العليا والسفلى بالغلاف المتعادل الأفقي وإيجاد متوسطهما مثلهما مثل مركز الغلاف .

• عملية طرح الأغلفة الخطية

توصلنا إلى أن الغلاف ما هو إلا خطأ أو مجموعة من الخطوط المائلة والمتوازية وبالتالي نقوم بعملية الطرح بالنسبة للأعداد المتناظرة والواقعة على هذه الخطوط.

إذا كان لدينا الغلاف الأفقي متناقص وي طرح منه غلافًا أفقياً آخر متناقص كالتالى :

$$5 \quad 4 \quad 3 \quad - \quad 1 \quad 0 \quad -1 = 4 \quad 4 \quad 4$$

وإذا كان لدينا الغلاف الأفقي المتزايد وتم طرح منه غلافًا أفقياً متزايد كالتالى :

$$5 \quad 6 \quad 7 \quad - \quad 1 \quad 2 \quad 3 = 4 \quad 4 \quad 4$$

وسوف يعطينا الغلاف الرأسى المتناقص أو المتزايد عند الطرح منه نفس النتيجة نفس النتيجة .

ولكن إذا أخذنا المثال التالى لغلاف أفقى متزايد وتم الطرح منه بغلاف متزايد أيضا كالتالى :

$$8 \quad 6 \quad 4 \quad - \quad 3 \quad 2 \quad 1 = 5 \quad 4 \quad 3$$

وإذا كان لدينا الغلاف الأفقى المتزايد وتم طرح منه غلافًا أفقياً متزايد كالتالى :

$$8 \quad 12 \quad 16 \quad - \quad 5 \quad 8 \quad 11 = 3 \quad 4 \quad 5$$

من خلال الأمثلة السابقة رأينا فى المثالين الأولين الغلاف الأفقى المتزايد أو المتناقص حالة الطرح غلافًا متزايد مثله أو متناقص مثله أعطى نتيجة عدد غلافيا ، وفى المثالين التاليين أعطى غلافًا وكل غلاف يأخذ نفس الإتجاه من الأغلفة التى تتضمنتها عملية الطرح فما السبب فى ذلك ؟

السبب يكمن فى بعد الغلاف ففى المثالين الأولين كان البعدان متساويان لذا كان الناتج عددا غلافيا ، وفى المثالين الآخرين كان البعد مختلفا فكان الناتج غلafa يأخذ إتجاه الأغلفة الداخلى فى عملية الطرح ، ولذا يمكن عمل القواعد التالية :

- طرح أغلفة متساوية البعد من بعضها البعض يكون الناتج عدد غلافيا بعده صفر.
- طرح أغلفة مختلفة البعد من بعضها يكون الناتج غلafa وفى نفس إتجاه الأغلفة التى تتضمنها عملية الطرح .

ويمكن وضع ذلك بصورة رمزية كالتالى :

إذا كان لدينا الغلاف الأفقى $IE1I(a1,b1,+,H)$ ولدينا غلafa أفقيا آخر $IE2I(a2,b2,+,H)$ بحيث $IE1I > IE2I$ أى الحواف العديدة فى الغلاف الأول أكبر فى القيمة من الحواف العديدة فى الغلاف الثانى فإن عملية الطرح تكون كالتالى:

- فى حالة تساوى الأبعاد الغلافية فى كل غلاف أى : $IE1I = IE2I$ نجد أن :
 $IE1I(a1,b1,+,H) - IE2I(a2,b2,+,H) = IE1-E2I(K,K,H)$
- فى حالة عدم تساوى الأبعاد الغلافية فى كل غلاف أى : $IE1I > IE2I$ نجد أن :
- $IE1I(a1,b1,+,H) - IE2I(a2,b2,+,H) = IE1-E2I(a1-a2,b1-b2,+,H)$
- وفى حالة الأبعاد الغلافية الأفقية المتناقضة فإنها تعطى أعدادا غلافية فى حالة تساوى الأبعاد وتعطى أغلفة تأخذ إتجاهها حالة عدم تساوى الأبعاد أى :
- $IE1I(a1,b1,-,H) - IE2I(a2,b2,-,H) = IE1-E2I(a1-a2,b1-b2,-,H)$
- ومن الملاحظ أن عملية الطرح تقوم بالتأثير على البعد الغلافى مثلها مثل عملية الجمع ، فإذا كانت الأخيرة تزيد من البعد الغلافى فإن عملية الطرح تنقصها وبالتالي تفقل من حزمة الخطوط المائلة التى تحتويها ويمكن تبين ذلك كالتالى :
- إذا كان لدينا البعد الغلافى الأول :

$$a1 > b1 \text{ حيث } IE1I = a1 - b1$$

والبعد الغلافى الثانى :

$$a2 > b2 \text{ حيث } IE2I = a2 - b2$$

وكان البعد الغلافى للفرق كالتالى :

$$IE1-E2I = a1-a2-b1+b2 = (a1-b1) - (a2-b2) = IE1I - IE2I$$

أى أن البعد الناتج من عملية الطرح يكون مساويا البعد بالغلاف الأول مطروحا منه البعد الغلافى فى الثانى مما ينقصه وبالتالي تقلل من عدد حزمة الخطوط بالغلاف ناتج عملية الطرح ويمكن إثبات ذلك كالتالى :

$$nIE1I=(IE1/2)+1$$

$$nIE2I=(IE2/2)+1$$

$$nIE1-E2I=(IE1I-IE2I / 2)+1$$

ومن الملاحظ أن عدد الأغلفة فى عملية الطرح أقل من حيث البسط ينقص بمقدار البعد الغلافى فى الأول مما ينعكس على عدد الأغلفة الناتج بالنقصان وبالتى عدد الخطوط يقل.

- طرح أى غلاف مع الصفر الغلافى هو الغلاف نفسه أى :

$$IEI(a,b) - IEI(0,0)=IE I(a-0,b-0) = IEI(a,b)$$

أى أن الصفر الغلافى يقوم مقام الصفر فى الطرح مثل الأعداد الحقيقية أى محايد جمعى

- طرح أى عدد غلافى من أى عدد غلافى آخر هو عدد غلافى أيضا أى :

$$IEI(k,k)- IEI(m,m)=IEI(k-m,k-m)$$

حيث $k>m$ و $k-m$ هو الفرق بين عددين k,m وبالتالى الناتج يكون عددا أقل ومن ثم عددا غلافيا أقل ، وكلا منهما بعده صفرا كما هو معلوم بتعريف العدد الغلافى .

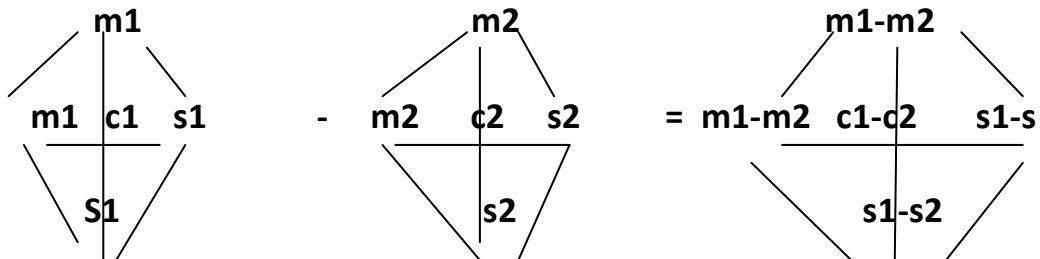
- طرح أى غلاف من نفسه يكون الناتج صفرا غلافيا أى :

$$IEI(a,b)- IEI(a,b)=IEI(a-a,b-b)=IEI(0,0)$$

- ما ينطبق على الغلاف الأفقى ينسحب على كافة أنواع الأغلفة الأخرى ، ففى حالى

الغلاف المزدوج يتم طرح الحواف المتناظرة مع بعضها البعض بما فى ذلك مركز الغلافين ، بشرط أن يكون الغلاف الأول حوافه العددية أكبر من الحواف العددية فى

الثانى وكذلك $m1-s1 \geq m2-s2$ ففى الغلافين المزدوجين التاليين :



وكما هو واضح من الشكل عاليه أنه تم الطرح بين الحواف المتناظرة العليا مع العليا والسفلى مع السفلى المناظرة لها وهكذا بالنسبة لبقية الحواف والمركز .
كما علينا أن ننتبه فى حالة $m_1 - s_1 = m_2 - s_2$ يكون الغلاف مزدوج عددا غلافيا أما إذا كان $m_1 - s_1 > m_2 - s_2$ فإن الناتج يكون غلafa مزدوجا .

• طرح الأغلفة المزدوجة المرتبة

لا تختلف عملية الطرح بالنسبة للأغلفة المزدوجة عن الطرح بين الأغلفة الأخرى

حيث يتم الطرح بين الحواف المتناظرة ولكن هنا لابد من الاعتبار ما يلى :

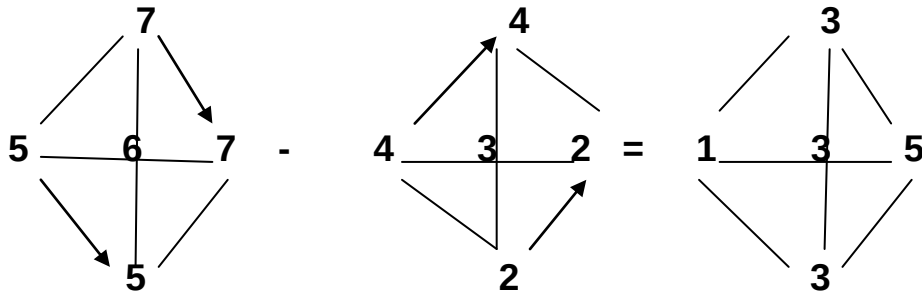
- مراعاة شرط عملية الطرح بأن $||E_1|| > ||E_2||$ أى البعد فى الغلاف المزدوج الأول المرتب يجب أن يكون أكبر من البعد فى الغلاف المزدوج المرتب الثانى .
- عملية الطرح بين الأغلفة المزدوجة المتزايدة (الصاعدة) ينتج عنها غلafa مزدوجا وله نفس الإتجاه أى أن :

$$||E_1|| (a_1, b_1, +) - ||E_2|| (a_2, b_2, +) = ||E_1 - E_2|| (a_1 - a_2, b_1 - b_2, +)$$

- عملية الطرح بين الأغلفة المزدوجة المتناقصة (الهابطة) ينتج عنها غلafa مزدوجا وله نفس الإتجاه أى أن :

$$||E_1|| (a_1, b_1, -) - ||E_2|| (a_2, b_2, -) = ||E_1 - E_2|| (a_1 + a_2, b_1 + b_2, -)$$

- أما عملية الطرح بين غلafa مزدوجا متزايدا (صاعد) مع غلafa متناقصا (هابط) فينتج عنه غلafa متعادلا رأسيا تتساوى فيه القيم على قطره الفرعى وتختلف القيم على قطره الرئيسى ، أى نحصل منه على صف القيم المختلفة أكبرها يبدأ من الحافة اليمنى للغلاف وأدناها عند الحافة اليسرى للغلاف.
- أى أننا هنا أمام غلاف متناقص هابط يتم الطرح منه غلاف متزايد صاعد ، وبالتبع الغلاف المتناقص الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للغلاف المتزايد الصاعد ولنأخذ هذا المثال العددي التالى :



ومن الواضح من الشكل وهذا المثال العددي أن عملية الطرح للحواف المتناظرة بين الغلاف الهابط والغلاف الصاعد نجم عنها الغلاف المتعادل رأسيا حيث تتساوى القيم على القطر الفرعى الرأسى للغلاف الناتج من عملية الطرح والقيم المختلفة نحصل عليها والتي تقع على القطر الرئيسى للغلاف والغلاف الناتج من عملية الجمع لا إتجاه له ونلاحظ أن الغلاف بعده الرأسى مساويا للصفر ومن هنا يمكن أن نقوم بتقديم التعريف التالى :

الغلاف المتعادل رأسيا :

وهو ذلك الغلاف الناتج من عملية الطرح بين غلاف متناقص هابط وغلاف متزايد صاعد ، وهو غلاف لا إتجاه له لذا أطلقنا عليه غلafa متعادل رأسيا فلأن بعده الرأسى يكون مساويا للصفر أى تنطبق الحافة العليا والسفلى على بعضهما البعض عند مركز الغلاف ويكون خطا مستقيما أفقيا بين حافته اليمنى واليسرى وعليه تقع القيم المختلفة الممكن الحصول عليها منه .

وعندما نترجم ذلك بصورة رياضية ويكون كالتالى :

إذا كان لدينا غلافين أحدهما هابطا والآخر متصاعد وكان الغلاف الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للهابط وكذلك $||E1|| = ||E2||$ أى :

$$||E1|| (a1, b1, -) , ||E2|| (a2, b2, +)$$

$$||E1|| (a1, b1, -) > ||E2|| (a2, b2, +)$$

$$||E|| (a1, b1, -) - ||E|| (a2, b2, +) = ||E1 - E2|| (a1 - a2, b1 - b2, V \pm)$$

وهنا نلاحظ أن الغلاف الناتج متعادل رأسيا $V \pm$ هذا من ناحية ، ومن ناحية

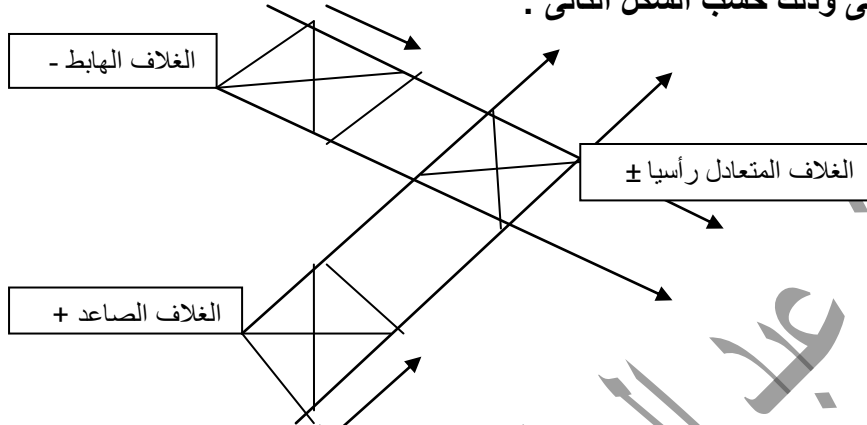
أخرى نجد أن : $|E1 - E2| V = 0$

أى البعد الرأسى له يكون مساويا للصفر ، والبعد الأفقى له يكون أكبر من الصفر

$$|E1 - E2| H > 0$$

ولكن ما تفسير ظهور هذا الغلاف المتعادل رأسياً ؟.

وذلك نجده فى تخيلنا أن الغلاف المتناقص الهابط يهبط بين مستقيمين متوازيين فالمستقيم العلوى يمر بحافته العليا واليمنى ، والمستقيم الموازى له يمر بحافته اليسرى والسفلى ، وكذلك الغلاف المتزايد الصاعد يصعد بين مستقيمين متوازيين فالمستقيم العلوى يمر بحافته اليسرى والعليا ، والمستقيم الموازى له يمر بحافته السفلى واليمنى وذلك حسب الشكل التالى :

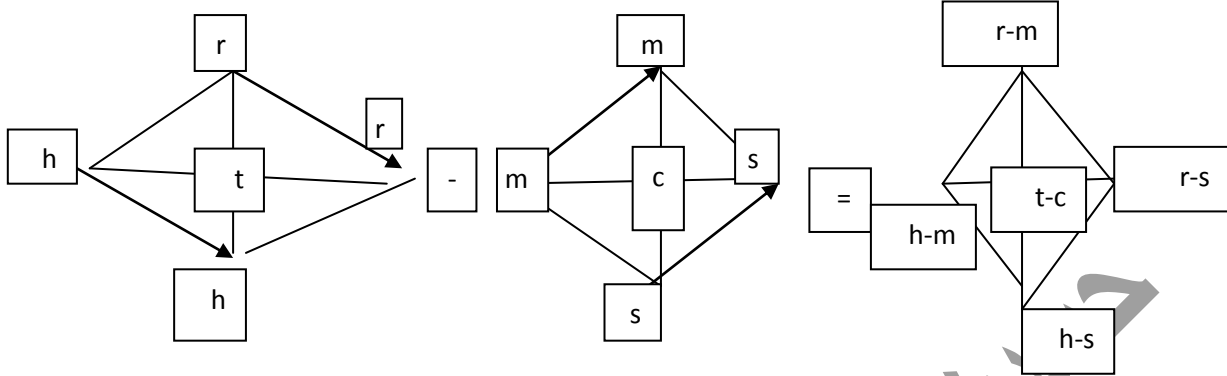


وكأنهما ألتقيا عند تقاطع الخطوط المتوازية والتي هى بمثابة ممرات لهما وقد تداخلا فى بعضهما البعض وأستقرا معا فى الغلاف المتعادل الذى هو فى حقيقة أمره (عاشق ومعشوق) قد إنطبقت حافته العليا مع حافته السفلى عند مركز الغلاف المتعادل رأسياً $\pm V$ ، ولكن من أين جاء التعادل للقيم على القطر الفرعى للغلاف المتعادل رأسياً ؟

عندما نمعن النظر فى المثال العدد السابق ، ففى الأعداد الموجودة على القطر الفرعى للصاعد نجد انها متناقصة بمعدل ثابت فى حين الأعداد الموجودة على القطر الفرعى للهابط نجد انها متناقصة بنفس المعدل الثابت الذى تتناقص به الأعداد على القطر الفرعى للهابط ولكن عملية الطرح غيرت من إتجاه التناقص فى الغلاف الثانى ومن هنا جاء التعادل والزيادة فى الصاعد عوضت النقص فى الهابط ومن هنا جاء الثبات فى قيم القطر الفرعى .

أما إذا أمعنا النظر على القطر الرئيسى فى كل من الغلافين السابقين نجد أنهما يتزايدان معا فى ذات الوقت وفى إتجاه واحد من الحافة اليسرى لليمنى أو يتزايدان معا فى ذات الوقت وفى إتجاه واحد من الحافة اليمنى لليسى والسبب فى أن الطرح أحوال عملية التناقص فى القطر الرئيسى للثنائى إلى تزايد ومن ثم أصبحا القطران يتزايدان معا ويتناقصان معا ومن ثم تأتى الفروق فى القيم على القطر الرئيسى للغلاف المتعادل رأسياً .

وإذا أستعضنا عن المثال العددي السابق وأعدناه بصورة رمزية مجردة يمكن عمل
الأتى :

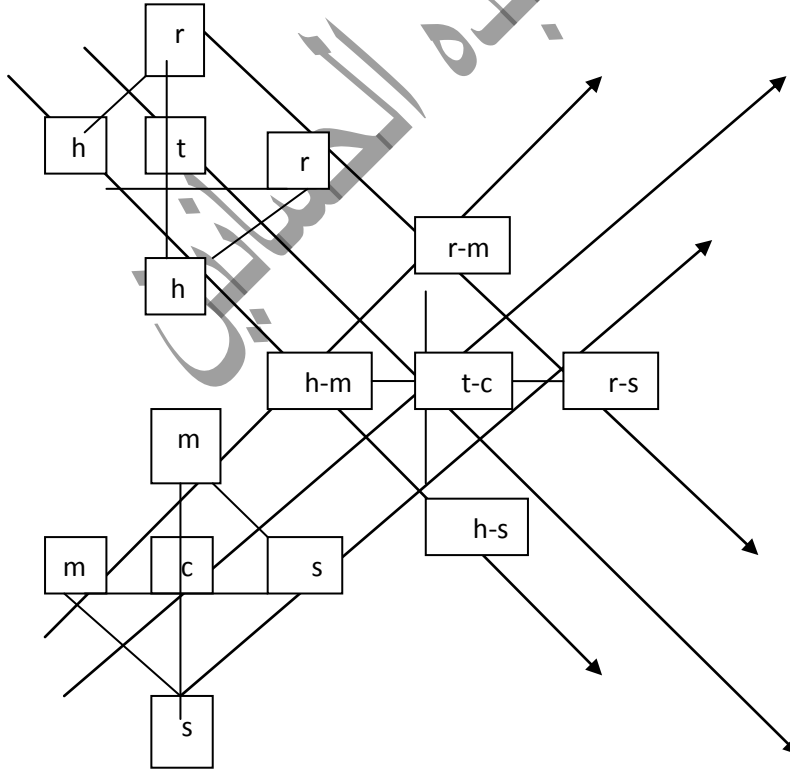


ومن خلال الشرح السابق نرى أن : $h-m < t-c < r-s$

كذلك نرى أن : $r-m = t-c = h-s = k$

مع مراعاة أن : الغلاف الهابط حوافه العددية أكبر من الحواف العددية للغلاف الصاعد وكذلك
البعد الغلافى فى الول مساويا للبعد الغلافى فى الثانى أى $||E1|| = ||E2||$.

وبالنظر إلى رؤوس الغلاف المتعاد لرأسيا يمكن قراءتها بصورة أخرى وهى أن الرأس التى
تحمل المجموع $r-m$ هى نقطة إلتقاء الخط المتناقص m مع الخط المتزايد r وهكذا لبقية
الرؤوس بالغلاف المتعادل ، أى أن كلا الخطين قد إلتقيا معا عند هذه النقطة ويمكن توضيح
هذه النقطة بالشكل الأتى :



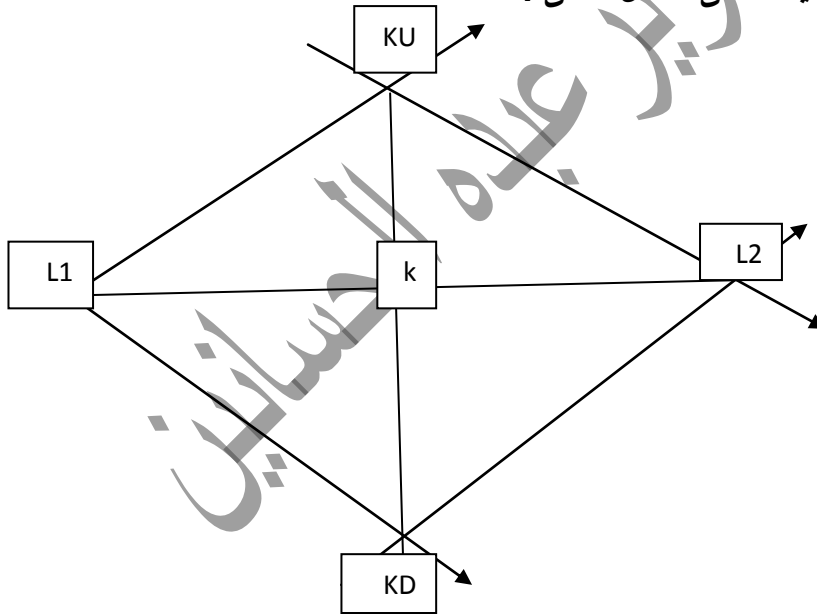
وواضح من الشكل أن رؤوس الغلاف المتعادل الرأسى ما هى إلا نقط لالتقاء الخطوط المتناقصة الهابطة مع المتزايدة الصاعدة ، بما فى ذلك مركز الغلاف وهو نقطة إلتقاء الخط المنصف t والهابط من أعلى منصفا ما بين الحواف اليسرى والعليا والسفلى واليمنى ، والخط المنصف c والصاعد من أسفل منصفا ما بين الحواف اليسرى والسفلى واليمنى والعليا ، ومن الواضح أن : $r>t>h>m>c>s$ وأن القيم العددية تحقق كل الشروط التى تم ذكرها فى تعريف الغلاف .

وكذلك بلغة مجازية واضح من الشكل بأن كلا من الغلاف الصاعد والغلاف الهابط يبحثان عن بعضهما البعض ويبحثان معا عن نقطة إلتقاءهما معا ، فكلاهما لا يحس بمعنى فى ذاته إلا مع الآخر وعلاقتهما كعلاقة العاشق بالمعشوق ولا يستقران ويعيدان لحياتهما التوازن إلا إذا إلتقيا معا ومن ثم يستقران فى الغلاف المتعادل الرأسى فليديه المقر والإستقرار والسكن وإعادة التوازن لحياتهما .

ويمكن أن نستخلص من الغلاف المتعادل الرأسى النظرية التالية :

بداية نعرف أن الغلاف هو ترتيب لمجموعة من الأعداد تحت شروط معينة ، وبالتالي لكل غلاف حواف ومركز يساوى متوسط الحواف وبالتالي يتعامد عنده قطرى الغلاف وينصف كل منهما الآخر فالغلاف ما هو إلا مربع مائل كما عرفنا من قبل .

فإذا كان لدينا غلاف متعادلا رأسيا كما فى الشكل التالى :



من شكل الغلاف المتعادل الرأسى نحصل على الفروض التالية :

- كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .
- الغلاف المتعامد الأفقى قطراه متعامدان وينصف كلا منهما الآخر أى البعد $L1K=L2K$
- القطر الفرعى KU KD ينصف الغلاف المتعادل الرأسى إلى مثلثين متطابقين

وعلى هذا الأساس يمكن صياغة النظرية التالية :

"إذا كان لدينا غلافًا متعادلاً رأسياً فإن الحافة العليا والحافة السفلى تتساويان مع

مركز الغلاف المتعادل رأسياً وتعيينان بمتوسط الحافة اليمنى واليسرى"

أي أن : $KU = KD = K = (L1 + L2) / 2 = (KU + KD) / 2 = 2K / 2 = K$

أي KD, KU يتعينان بمعرفة الحواف اليمنى واليسرى بالغلاف المتعادل رأسياً وإيجاد متوسطهما مثل مركز الغلاف .

حسين عبد العزيز عبده الحسانين