النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

بحث فى الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات الميل 1±

حسين عبد العزيزعبده الحسانين

2025 ميلادية -1447 هجرية

حسين عبد العزيز عبده الحسانين

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

تعاريف ومفاهيم – العمليات على الأغلفة الخطية

- **الأغلفة المتساوية**

يقال على غلافين أنهما متساويين إذا كانت وكانت فقط الأعداد المكونه لهما متساوية أى أن :

$$lEl(a,b)=lEl(m,s) \longleftrightarrow (a=m,b=s)$$

- **الأغلفة المتشابهة**

يقال على كل غلافين أنهما متشابهين إذا كان لهما نفس الحركة سواءا كانت تناقصية هابطة أو تزايدة صاعدة .

- **العمليات فى نظرية الأغلفة الخطية**

نقصد بالعمليات فى نظرية الأغلفة هى إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة على الأغلفة .

لا ننسى فى هذا المقام أن نذكر بأن الغلاف يتكون من مجموعة من الأعداد تقع تحت شروط معينة من حيث الترتيب ووجود مركز له يعد بمثابة متوسط لحوافه التى تقع عند الأعداد يمنة ويسرة من المركز ، وعندما حصلنا على الغلاف المزدوج قلنا بأنه بمثابة مربع مائل حيث تساوى الأضلاع المناظرة وتوازيها مع بعضا وتعامد قطريه عن المركز للغلاف ، وبتوصيل الأعداد المتشابهة أستطعنا الحصول على تلك الخطوط المتوازية وكل خط أصبح معلوما بعددين متشابهين معا ، وتكملة للغلاف قمنا بتوصيل الأعداد المتناظرة والمتشابهة فى الدليل وبذلك إكتمل بناء الغلاف المزدوج ، ثم بعد ذلك أخذنا الترتيب فى الحسبان فحصلنا على العلاف المزدوج المرتب سواءا كان متزايدا صاعدا أو متناقصا هابطا ومن هنا نخلص إلى ما يلى :

أن كل عددين متشابهين فى القيمة والدليل يقعان على خط مائل ، وكل عددين متشابهين فى الدليل فقط يقعان على خط مائل أخر ، وكل عدد غلافى ما هو إلا نقطة

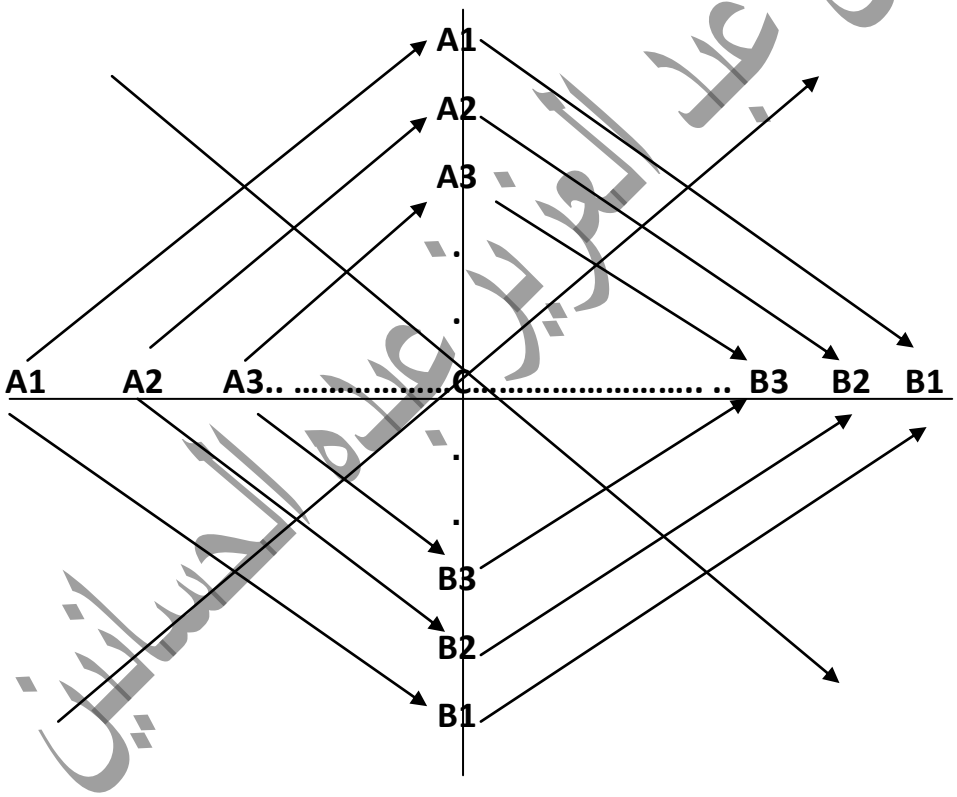
حسين عبد العزيز عبده الحداد

تقع على خط مائل أخر موازيا للخطوط الأخرى ، ويمكن أن نعيد هذا الأمر بصياغة أخرى كالتالى :

- جميع الخطوط متشابهة القيمة والدليل هى خطوط مائلة ومتوازية لبعضها البعض .
- جميع الخطوط مختلفة القيمة ومتشابهة الدليل هى خطوط مائلة ومتوازية لبعضها البعض .
- جميع الأعداد الغلافية ما هى إلا نقطة على خط من الخطوط المائلة .

ولكن هل يمكن معرفة إتجاه الخطوط المائلة بالغلاف المزدوج دون اللجوء إلى الغلاف المزدوج المرتب ؟

ولكن قبل الإجابة نقوم بعمل الشكل التالى للغلاف المزدوج IIEII=(a,b) كالتالى :



واضح جدا من الشكل ما نريد أن نقوله حيث يمكن إعادة ما سبق صياغته آنفا كالتالى:

- جميع الخطوط متشابهة القيمة والدليل هى خطوط مائلة ومتوازية لبعضها البعضومتزايدة صاعدة .
- جميع الخطوط مختلفة القيمة ومتشابهة الدليل هى خطوط مائلة ومتوازية لبعضها البعض ومتناقصة هابطة.

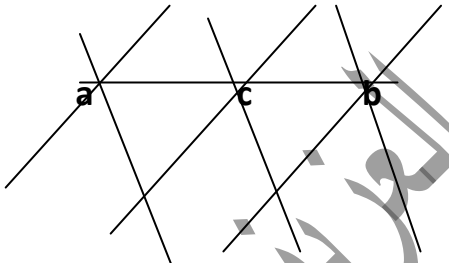
هيثم عبد العزيز عبد الحسابين

- **جميع الأعداد الغلافية ما هى إلا نقطة على خط من الخطوط المائلة كمركز الغلاف C فهو نقطة تقع على خطين متلاقيين فى C أحدهما هابط ومنصف للخطوط المائلة المتزايدة ، والأخر صاعد ومنصف للخطوط المائلة المتناقصة .**

كانت هذه المقدمة مهمة فى تباينها قبل الشروع فى العمليات فى نظرية الأغلفة ، فمن خلال هذه المقدمة نخلص إلى مايلى : أنه يمكن النظر إلى الغلاف كمجموعة من الخطوط المائلة المتوازية متزايدة كانت أومتناقصة .

ويمكن تعيين الخطوط المائلة المتوازية دون تحديد إتجاهها من خلال أى نوع من أنواع الأغلفة رأسية كانت أوأفقية كل على حده من خلال معرفة القواعد السابقة ، وإذا أردنا معرفة الإتجاه نقوم بعمل الغلاف المزدوج .

إذكان لدينا الغلاف الأفقى IEI(a,b) والممثل هندسيا بالشكل التالى :



فإنه يمكن عمل ثلاث خطوط مائلة متوازية متزايدة تمر بهذه النقاط ويمكن جعل هذه الخطوط مائلة متوازية متناقصة وللفصل بينهما لابد من عمل الغلاف المزدوج كما أوضحنا سابقا .

ونخلص من ذلك بالنتيجة التالية :

أن الغلاف ليس عددا مجردا يتم التعامل معه ، ولكنه خطا (العدد الغلافى) أو مجموعة من الخطوط المائلة والمتوازية وكل خط يحمل أعدادا متساوية القيمة والدليل (متزايدة) أو مختلفة القيمة ومتساوية فى الدليل (متناقصة) .

وبعد هذه المقدمة يمكننا إذا مناقشة العمليات فى نظرية الأغلفة الخطية كالجمع والطرح والضرب والقسمة .

- **عملية جمع الأغلفة الخطية**

توصلنا إلى أن الغلاف ما هو إلا خطا أو مجموعة من الخطوط المائلة والمتوازية وبالتالى نقوم بعملية الجمع بالنسبة للأعداد المتناظرة والواقعة على هذه الخطوط.

هبل عبد العزيز عبده الصيان

فإذا كان لدينا الغلاف الأفقى IE1IH(a1,c1,b1) والغلاف الأفقى IE2IH(a2,c2,b2) فإن ناتج الجمع يكون كالتالى :

IE1+E2IH(a1+a2,c1+c2,b1+b2)

أى أن الغلاف الناتج هو غلافا أفقيا مع جمع العناصر المتناظرة فى كل منهما حيث الحافة اليمنى مع اليمنى المناظرة لها والمركز مع المركز المناظر له والحافة اليسرى مع اليسرى المناظرة لها .

وكذلك مع الغلاف الرأسى تكون كذلك عملية الجمع ومن الواضح أنها تعمل عملية إنتقالية لأعلى أو لأسفل حسب طبيعة الإشارة بالنسبة للأعداد الموجود على الخطوط التى تحويها الأغلفة الخاضعة لعملية الجمع ، أى أن عملية الجمع تؤثر على بعد الغلاف وبالتالى حزمة الخطوط التى يحتويها الغلاف الجديد .

ويمكن تبيان ذلك رياضيا كالتالى :

إذا كان لدينا الغلاف الأفقى IE1IH(a1,c1,b1) حيث البعد الخاص به يكون مساويا Ia1-b1I وإذا كان لدينا الغلاف الأفقى IE2IH(a2,c2,b2) حيث البعد الخاص به يكون مساويا Ia2-b2I وإذا تمت عملية الجمع بين الغلافين حيث يكون البعد للغلاف المجمع IE1+E2IH(a1+a2,c1+c2,b1+b2) ويكون البعد بعد عملية الجمع هو I(a1+a2) –(b1+b2)I ويمكن إثبات أن البعد الأخير ما هو إلا مجموع البعدين الأخرين كلا على حده وذلك كالتالى :

IE1+E2I= I(a1+a2) –(b1+b2)I

=Ia1+a2-b1-b2I=I(a1-b1)+(a2-b2)=IIE1I+IE2II

أى أن البعد المجموع يساوى مجموع البعدين معا وبالتالى زيادة حزمة الخطوط التى تحويها الأغلفة .

ويمكن إثبات أن حزمة الخطوط سوف تزداد وذلك من خلال حساب عدد الأغلفة بكل غلاف على حدة ثم حساب عدد الأغلفة فى ناتج المجموع كالتالى :

nIE1I=(IE1I/2)+1

حسين عبد العزيز عبد الحسابين

$$nIE2I=(IE2I/2)+1$$

$$n\ IE1+E2I=(IE1I+IE2I/2)+1$$

ومن الواضح أن عدد الأغلفة فى المجموع أكبر من عدد الأغلفة فى كل غلاف على حده .

- **جمع أى غلاف مع الصفر الغلافى هو الغلاف نفسه أى :**

$$IEI(a,b)\ +\ IEI(0,0)=IE\ I(a+0,b+0)\ =\ IEI(a,b)$$

أى الصفر الغلافى يقوم مقام الصفر فى الجمع مثل الأعداد الحقيقية أى محايد جمعى

- **جمع أى عدد غلافى مع أى عدد غلافى أخر هو عدد غلافى أيضا أى :**

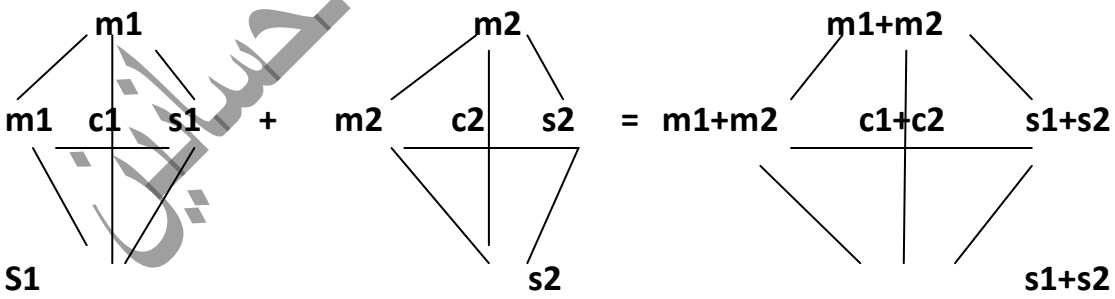
$$IEI(k,k)+IEI(m,m)=IEI(k+m,k+m)$$

حيث $k+m$ هو مجموع لعددين k,m وبالتالى الناتج يكون عددا أكبر ومن ثم عددا غلافيا أعلى ، وكلا منهما بعده صفرا كما هو معلوم بتعريف العدد الغلافى .

- **جمع أى غلاف مع نفسه يكون الناتج ضعف الغلاف الأصلى أى :**

$$IEI(a,b)+IEI(a,b)=IEI(a+a,b+b)=IEI(2a,2b)=\ 2IEI(a,b)$$

- **ما ينطبق على الغلاف الأفقى ينسحب على كافة أنواع الأغلفة الأخرى ، ففى حالى الغلاف المزدوج يتم جمع الحواف المتناظرة مع بعضها البعض بما فى ذلك مركز الغلافين ، فإذا كان لدينا الغلافين المزدوجين التاليين :**



وكماهو واضح من الشكل عاليه أنه تم الجمع بين الحواف المتناظرة العليا مع العليا والسفلى مع السفلى المناظرة لها وهكذا بالنسبة لبقية الحواف والمركز .

حسين عبد العزيز عبد الحسين