النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

بحث فى الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات الميل ± 1

حسين عبد العزيزعبده الحسانين

2025 ميلادية -1447 هجرية

حسين عبد العزيز عباه الحسانين

النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

تعاريف ومفاهيم

تمهيد :

إذا كان لدينا العددين 2,3,4 على التوالى ، وكان العدد 3 هو متوسط العددين 2,4 أى يساوى مجموعهما مقسوما على 2 فإننا نقول على العددين 2,4 غلافا للعدد 3 ، والعددين 2,4 هما حواف الغلاف ، والعدد 3 هو مركز الغلاف .

تعريف الغلاف :

الغلاف ما هو إلا بعدا بين عددين أو أكثر بحيث يوجد عددا منصفا لهذا البعد ويقع على أبعاد متساوية من هذه الأعداد يمينا ويسارا .

وبصورة عامة يمكن القول :

إذا كان لدينا العددين $a,c,b \in Z$ بحيث a أن c هى متوسط للعددين a,b فإن هذه الأعداد تسمى غلافا ، حوافه العددين a,b ومركزه العدد c .

ومن التعريف يمكن أن نعرف الخصائص التالية للغلاف :

- **الغلاف ما هو إلا علاقة ترتيبية على خط مسقيم ، ومن هنا نقول بخطية الغلاف .**
- **لكل غلاف مركز ويقع فى منتصف الغلاف ويقع على أبعاد متساوية من حوافه أى أن مركز الغلاف c يكون مساويا :**

$$C = a+b / 2$$

- **لكل غلاف حواف يمنى ويسرى ، وهذه الحواف تقع على بعدين متساويين من مركز الغلاف فالعدد a هو الحافة اليسرى للغلاف والعدد b هو الحافة اليمنى للغلاف وكلاهما يقعان على بعدا متساويا من مركز الغلاف .**
- **لكل غلاف يمكن قياس بعدا له ، وسنرمز لذا البعد بالرمز IEI(a,b) ويساوى الفرق بين العددين a,b أى أن :**

حسين عبد العزيز عبده الحسابين

$$|EI(a,b) = |a - b|$$

والبعد هنا ما هو إلا مقياس لمسافة بين عددين ولذلك نرى أن :

$$|EI(a,b) \geq 0$$

فإذا كان $|EI(a,b) = 0$ فإن الغلاف يكون يكون مساوا للصفر وبالتالى يكون عددا ولهذا يمكن أن نقول :

أن أى عدد مفرد على خط الأعداد غلافه صفرا أو الغلاف للعدد المفرد يكون مساويا للصفر، وبرغم أن الغلاف صفرا إلا سنقبله غلافا وسنطلق عليه الغلاف الصفرى وهو مصاحب لكل عدد مفرد حيث يمكن تعريفه :

$$|C| = 0$$

ورمزنا له بالرمز C بين الخطين حيث الغلاف للمركز C يكون مساويا للصفر ويحسب كغلاف من بين الأغلفة .

- **تعيين الغلاف :** ومما سبق يمكن القول بأن الغلاف يتعين بعدد واحدا فقط وذلك لأن الغلاف للعدد وليكن $k \epsilon z$ فإن : $|k| = 0$ وتمييزا له عن بقية الأغلفة سنطلق عليه العدد الغلافى ونرمز له بالرمز $\diamond_K$ حيث العدد الغلافى ما هو إلا غلافا بعده صفرا.
- **عدد الأغلفة** ونرمز له بالرمز $n\ |EI(a,b)$ وهو عدد الأغلفة التى تحيط بمركز الغلاف ويمكن حسابه كالتالى :

$$n\ |EI(a,b) = (\ |a-b|\ /2\ ) + 1 = (\ |EI|/2) + 1$$

ونلاحظ هنا فى تعريف عدد الأغلفة أضفنا واحد وهذا الواحد يمثل الغلاف الصفرى لمركز الغلاف ، وكذلك من التعريف نرى أن عدد الأغلفة لا يمكن أن يساوى الصفر وبالتالى يمكن القول بأن :

$$n\ |EI(\ a,b) \geq 1$$

أنواع الأغلفة :

للغلاف أنواعا مختلفة تتوقف على عدد الأغلفة المكونة له وكذلك ترتيب الأعداد المكونة له رأسيا أو أفقيا ، وعلى هذا الأساس يمكن تعريف الأنواع التالية للغلاف :

- **الغلاف المفرد :** وهو الغلاف الذى يتكون من الغلاف الصفرى فقط ، ويتطلب عددا واحد للحصول عليه .

حسين عبد العزيز عبده الحمادين

- **الغلاف البسيط :** وهو الغلاف الذى يتكون من غلافين فقط ، وهذا يتطلب ثلاث أعداد صحيحة متتالية لكى يتم الحصول عليه .
- **الغلاف المركب :** وهو الغلاف الذى يتكون من أكثر من غلافين حول مركزه ولا يشترط هنا أن تكون الأعداد الصحيحة متتالية ولكن الشرط هنا يكون أن العدد الأوسط وهو المركز يكون متوسطا للعددين اللذين يكونان على يمينه ويساره .
- **الغلاف الأفقى :** وهو الذى يمكن الحصول عليه من ترتيب الأعداد المكونة له أفقيا .
- **الغلاف الرأسى :** وهو الذى يمكن الحصول عليه من ترتيب الأعداد المكونة له رأسيا.

مع ملاحظة أن الغلاف الأفقى والرأسى قد يكونان بسيطا أو مركبا ولا يكونان مفردا حيث الأخير لا بعد له .

وإذا كانت الأعداد المكونة للغلاف الأفقى هى نفس الأعداد المكونة للغلاف الرأسى وتم وضعهما معا بحث يكونا لهما مركز مشتركا ، فإننا نحصل على ما نسميه الغلاف المزدوج وسنرمز له بالرمز $\| E \| (a,b)$ وعلى هذا الأساس يمكن أن نقدم التعريف الأتى :

- **الغلاف المزدوج :**

إذا كان لدينا مجموعة من الأعداد والتى تكون فيما بينها غلافا فإن الغلاف المزدوج هو الذى يمكن الحصول عليه من الجمع بين الغلاف الأفقى لها والغلاف الرأسى بحيث يكون المركز مشتركا بين الغلافين .

- **أقطار الغلاف المزدوج :**

لكل غلاف مزدوج بعدان متساويان حيث يتساوى البعد الأفقى وسنرمز له بالرمز: $\|E\|_H$ مع البعد الرأسى وسنرمز له بالرمز : $\|E\|_V$ والأول يكون قطرا رئيسيا والثانى هو قطره الفرعى ويكونان متساويان ومتعامدان على بعضهما البعض وينصف كلا منهما الأخر أى أن :

$\|E\|_V = \|E\|_H$ وكذلك $\|E\|_H \perp \|E\|_V$ والعكس .

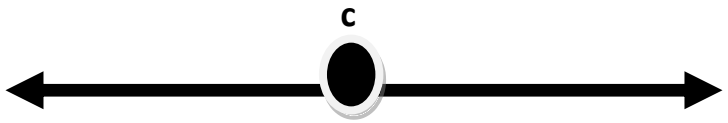
وطالما أن الغلاف المزدوج يتكون من الغلاف الأفقى والغلاف الرأسى لنفس الأعداد المكونة لهما ، وكلاهما متساويان فى البعد والمركز المشترك بينهما ، فيكفى أن نستخدم نفس القواعد ونفس الرموز السابقة للبعد وعدد الأغلفة أثناء تعريفنا لهما .

حسين عبد العزيز عبد الحسابين

التمثيل الهندسى للغلاف :

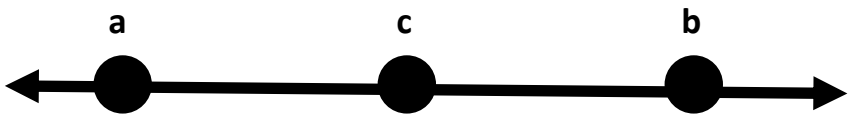
يمكن التمثيل الهندسى للغلاف كالتالى :

- **الغلاف المفرد :** **يمثل بنقطة على خط الأعداد حيث بعده يكون مساويا للصفر فمن خلال الشكل التالى :**



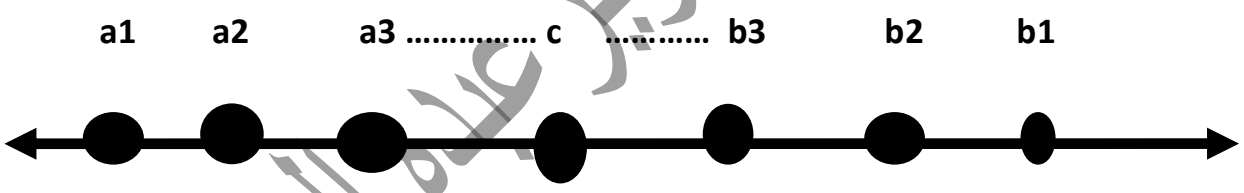
حيث النقطة c واقعة على خط الأعداد الأفقى حيث لا بعد لها ويكون مساويا للصفر.

- **الغلاف البسيط وهو يتكون من ثلاث أعداد متتالية وبالتالى يمكن تمثيله كالأتى :**



ومن الشكل نرى الغلاف حيث المركز هو c والحافة اليمنى عند b والحافة اليسرى عند a ، والمركز فى المنتصف حيث البعد ac يتساوى مع البعد cb .

- **الغلاف المركب :** **وهو يتكون من عدة أغلفة كما ذكرنا آنفا ويمكن تمثيله هندسيا كالتالى :**



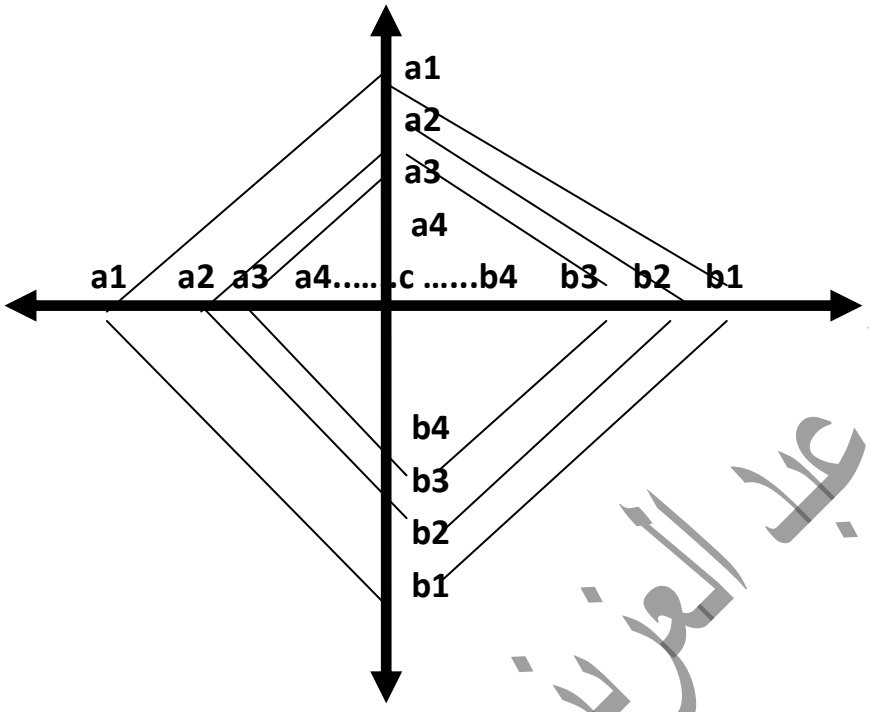
ومن الشكل نرى أن الغلاف المركب يتكون من عدة أغلفة حيث الغلاف a1b1 والغلاف a2b2 والغلاف a3b3 وهكذا .. وكل هذه الأغلفى لها مركز واحد مشترك وهو c ، وأن الأبعاد البينية الموجودة بين الحواف اليمنى تتساوى مع الأبعاد البينية الموجودة بين الحواف اليسرى ، وهذا يتفق مع ما قمنا بتعريفهآ آنفا أى أن :

A1a2=a2a3=……c…….=b1b2=b2b3

- **الغلاف الأفقى :** **ولا يختلف تمثيل الغلاف الأفقى هندسيا عما هو تم تمثيله سابقا فى الأغلفة البسيطة والمركبة .**
- **الغلاف الرأسى:** **لا يختلف تمثيل الغلاف الرأسى هندسيا عما تم تمثيله سابقا فى الأغلفة البسيطة والمركبة ولكن بدلا من أن تكون أفقية تكون الأغلفة رأسية .**

حسين عبد العزيز عياد الحسانين

- **<u>الغلاف المزدوج :</u> حيث يتم تمثيله هندسيا بجمع الغلاف الأفقى مع الغلاف الرأسى فى شكل واحد فنحصل شكل الغلاف المزدوج (a,b) II E II وذلك كما فى الشكل التالى :**



هذا هو شكل الغلاف المزدوج وكأننا قمنا بنسخ الغلاف الأفقى وأدرنا نسخة الغلاف الأفقى حول مركزه بزواية 180 درجة فى إتجاه عقارب الساعة ونلاحظ على الشكل ما يلى مع مراعاة عدم الدقة فى الرسم :

- **الغلاف المزدوج يتكون من عدد من الأغلفة كما هو موضح بالشكل .**
- **الغلاف المزدوج بالشكل السابق تم الحصول عليه من الغلاف الأفقى بإستنساخ نسخة منه وإدارة هذه النسخة بزاوية 180 درجة فى إتجاه عقارب الساعة .**
- **تم التوصيل بخطوط موازية لبعضها البعض مع العناصر المتشابهة ففى الربع الثانى عكس إتجاه عقارب الساعة قمنا بتوصل a1a1,a2a2,a3a3,..... وكذلك فى الربع الرابع تم التوصيل بخطوط موازية لبعضها البعض مع العناصر المتشابهة b1b1,b2b2,b3b3,... .**
- **تم توصيل العناصر المختلفة فى الربع الأول بالخطوط الموازية أيضا a1b1,a2b2,a3b3,... والربع الثالث كذلك .**
- **بهذا الأجراء نحصل على الأغلفة المختلفة حول مركزها c .**

حسين عبد العزيز عطاء السباعين

- كل غلاف ما هو إلا مربع مائل مثل المربع المائل a1a1b1b1 وكذلك الغلاف الثانى يأخذ شكل المربع المائل a2a2b2b2 وهكذا لبقية الأغلفة وبالتالى كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين .
- حواف الغلاف المزدوج أربعة حواف ، حيث الحافة العليا والحافة اليمنى والحافة السفلى والحافة اليسرى.

ومن الأن فصاعدا سوف نستخدم الغلاف المزدوج فى صورته البسيطة بعيدا عن المركب وما سوف ينسحب على البسيط ينسحب على الغلاف المزدوج المركب .

حسين عبد العزيز عبده الحسابين