- هذا اجتهاد شخصي واعتمدت فيه بعد الله عز وجل علي فهمي لما درسته في هذه المادة
- مادة سهلة

الباب الاول:- الكسور الجزئية
الباب الثاني:-المتسلسلات اللا نهائية
الباب الثالث:-المعادلات التفاضلية
الباب الرابع:-المصفوفات
الباب الخامس:-المعادلات الخطية
الباب السادس:-المتجهات

Mathematics 2

Second term

2018/2019م

الكسور الجزئية "partial Fractions"

من معناها :- تحويل الكسر الي كذا كسر اخر

مثال:-

الخطوة الاول:- هل المقام يحلل؟ لو يحلل حلله

$$\frac{8x-12}{x^2-2x-3}=\frac{8x-12}{(x+1)(x-3)}$$

- (x+1) , (x-3) يطلق عليها عوامل "factors"

الخطوة الثانية:- الكسر السابق قم بتحويلة الي كسور اخري مجموعه عن طريق وضع كل عامل في المقام

$$\frac{}{(x+1)}+\frac{}{(x-3)}$$

الخطوة الثالثة:- ايجاد البسط لكل عامل :-

- **اولا:-** نحدد درجة المقام "درجة اولي ، ثانية ،ثالثه،..."
- ازاي احدد درجة المقام؟ بص علي x اللي ليها اعلي اس
- **البسط=** x مرفوعة لاس اقل من اس المقام بواحد

$x^1 \longrightarrow x^0$

$x^2 + \text{ثابت} \longrightarrow x^1 + x^0$

هتلاحظ ان اس x بيقل يقل لغاية ما تصل الي x^0

$$x^0 = 1$$

الواحد ثابت واي ثابت حطة رمز مثلا A

اتفقنا ان الثابت بحط مكانة رمز :- اعمل كدا مع كلة

$$x^1 + \text{ثابت} \longrightarrow Ax^0 = A$$

$$x^2 + \text{ثابت} \longrightarrow Ax + Bx^0 = Ax + B$$

$$\frac{Ax^0}{(x+1)} + \frac{Bx^0}{(x-3)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-3)}$$

فكرة الكسور الجزئية هجيب قيمة المجاهيل

قبل محل المسألة اشوف اعلى اس في المقام والبسط

- **لو اس المقام اكبر من اس البسط :- حل عادي**
- **لو اس البسط اكبر من اس المقام:- هنعمل حاجه الاول علشان نخلي اس المقام اكبر من اس البسط وبعدين نحل**

Factors

$$x^1 + 1 \longrightarrow \frac{A}{x+1}$$

$$x^2 \longrightarrow \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x}$$

$$x^3 \longrightarrow \frac{A}{x^3} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x}$$

اولا :- لو اس المقام اكبر من اس البسط

Express $\frac{5x-4}{x^2-x-2}$ **as the sum of its partial fractions**

حل(طريقة التعويض)

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-2)} - -(1)$$

$$\times (x+1)(x-2)$$

$$5x-4 = A(x-2) + B(x+1)$$

When x=2

$$6 = 3B$$

$$B = 2 - - - (2)$$

When x=-1

$$-9 = -3A$$

$$A = 3 - - - (3)$$

From (2), (3) in (1)

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{(x+1)} + \frac{2}{(x-2)}$$

حل اخر(طريقة مساوات المعاملات)

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-2)} - -(1)$$

$$\times (x+1)(x-2)$$

$$5x-4 = A(x-2) + B(x+1)$$

$$5x-4 = Ax - 2A + Bx + B$$

$$A + B = 5 - - - (2)$$

$$-2A + B = -4 - -(3)$$

بحل المعادلتين *(3), (2)*

$$-2(5-B) + B = -4$$

$$-10 + 2B + B = -4$$

$$3B = 6$$

$$B = 2 - -(4)$$

From (4) in (2)

$$A = 3 - - - (5)$$

From (4) ,(5) in (1)

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{(x+1)} + \frac{2}{(x-2)}$$

حل اخر(طريقة التغطية):- هذه الطريقة تستخدم فقط اذا كان البسط ثابت فقط

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-2)} \quad --(1)$$

اشوف اية اللى يخلى المقام بصفر واخبى القوس دا واعوض

$$x+1=0 \quad , \quad x=-1$$

$$\frac{5x-4}{(\quad)(x-2)} = \frac{5(-1)-4}{(-1-2)} = 3 \quad : -A = 3 --(2)$$

$$x-2=0 \quad , x=2$$

$$\frac{5x-4}{(x+1)(\quad)} = \frac{5(2)-4}{(2+1)} = 2 \quad : -B = 2 --(3)$$

From (2),(3) in (1)

$$\frac{5x-4}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{(x+1)} + \frac{2}{(x-2)}$$

Express $\frac{3x+1}{(x-1)^2(x+2)}$ as the sum of its partial fractions

$$\frac{3x+1}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x+2)} \quad ---(1)$$

$\times (x-1)^2(x+2)$

$$3x+1 = A(x+2) + B(x-1)(x+2) + c(x-1)^2$$

When x=1

$$4 = 3A \quad : -A = \frac{4}{3} \quad ---(2)$$

When x= -2

$$-5 = 9c \quad : -c = -\frac{5}{9} \ldots\ldots(3)$$

When x=2

$$7 = 4A + 4B + c \ldots\ldots(4)$$

From(2),(3) in (4)

$$B = \frac{5}{9} \ldots\ldots\ldots(5)$$

From (2),(3),(5) in (1)

$$\frac{x^3+1}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{\frac{4}{3}}{(x-1)^2} + \frac{\frac{5}{9}}{(x-1)} + \frac{-\frac{5}{9}}{(x+2)}$$

Express $\frac{5x}{(x^2+x+1)(x-2)}$ as the sum of its partial fractions

$$\frac{5x}{(x^2+x+1)(x-2)} = \frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{C}{x-2} --(1)$$

$\times (x^2+x+1)(x-2)$

$$5x = (Ax+B)(x-2) + C(x^2+x+1)$$

When x=2

$$10 = 7c \quad : -c = \frac{10}{7} ----(2)$$

When x=0

$$0 = -2B + C ---(3)$$

from (2) in (3)

$$B = \frac{5}{7} ---(4)$$

When x=1

$$5 = (-A-B) + 3c ---(5)$$

$$5 = -A - \frac{5}{7} + 3 \times \frac{10}{7}$$

$$A = \frac{-10}{7} ---(6)$$

From (2), (4) ,(6) in (1)

$$\frac{5x}{(x^2+x+1)(x-2)} = \frac{-\frac{10}{7}x + \frac{5}{7}}{x^2+x+1} + \frac{\frac{10}{7}}{x-2}$$

Express $\frac{2x^2+3}{(x+2)(x+1)^2}$ **as the sum of its partial fractions**

$$\frac{2x^2-3}{(x+2)(x+1)^2}=\frac{A}{(x+2)}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)}\ldots\ldots(1)$$

$\times (x+2)(x+1)^2$

$$2x^2+3=A(x+1)^2+B(x+2)+C(x+2))(x+1)$$

When x=-1

$$B=5\ldots\ldots(2)$$

When x=-2

$$A=11\ldots\ldots\ldots(3)$$

When x=1

$$5=4A+3B+6c----(4)$$

From(2),(3) in (4)

$$C=-9\ldots\ldots\ldots(5)$$

From(2),(3),(5) in (1)

$$\frac{2x^2-3}{(x+2)(x+1)^2}=\frac{11}{(x+2)}+\frac{5}{(x+1)^2}+\frac{-9}{(x+1)}$$

ثانيا :- لو اس البسط اكبر من اس المقام

هاقسم اول x في البسطxعلي اول xفي المقام :- قولتلك الثابت حطة برمز :-وبعدين كمل المعادلة حتي تصل للثابت وبعدين هات الكسر الجزئي للمقام

مثال:-

$$\frac{5x^3 + 2x^2}{x^2 + 1}$$

اولا:- اقسم $5x^3$ علي x^2 هيديك 5x، الثابت بحطة برمز بيقا Ax

ثانيا:- حتي نصل ل x^0

$$Ax + Bx^0 = Ax + B$$

ثالثا :- نضع المقام في صورة كسر جزئي

$$Ax + B + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$$

رابعا:- ايجاد المجاهيل

مثال ٢:-

$$\frac{2x^4 + 3x^3}{x + 1}$$

اولا:- اقسم $2x^4$ علي x هيديك $2x^3$ ، الثابت بحطة برمز بيقا Ax^3

ثانيا:- حتي نصل ل x^0

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx^1 + Dx^0 = Ax^3 + Bx^2 + C\,x + D$$

ثالثا:-نضع المقام في صورة كسر جزئي

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D + \frac{E}{x + 1}$$

رابعا:- ايجاد المجاهيل

Express $\frac{3x^2+2x}{x+1}$ as partial fractions

$$\frac{3x^2+2x}{x+1} = Ax + B + \frac{C}{x+1} - - - - - - (1)$$

$\times (x+1)$

$$3x^2 + 2x = Ax + B(x+1) + C$$

When x=-1

$$C = 1 - - - - - - - - (2)$$

When x=0

$$B + c = 0 - - - (3)$$

From(2) in (3)

$$B = -1 - - - (4)$$

When x=1

A=3----(5)

From(2),(4),(5) in 1:-

$$\frac{3x^2+2x}{x+1} = 3x - 1 + \frac{1}{x+1}$$

طريقة اخرى للحل(القسمة المطولة)

$$3x-1+\frac{1}{x+1}$$

$$x+1 \;\overline{)\; 3x^2+2x}$$

$$-\ 3x^2 \mp 3x$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$-x$$

$$\pm \mp x+1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$1$$

Express $\frac{s^2+2s+1}{s^2+s+1}$ as the sum of its partial fractions

$$\frac{s^2+2s+1}{s^2+s+1} = A + \frac{Bs+C}{s^2+s+1} - - - (1)$$

$\times (s^2+s+1)$

$$s^2+2s+1 = A(s^2+s+1) + Bs + C$$

بمساواة المعاملات

$$s^2+2s+1 = As^2 + As + A + Bs + C$$

$$A = 1 - - - (2)$$

$$A + B = 2 - - (3)$$

From(2) in (3)

$$B = 1 - - (3)$$

$$A + C = 1 - - (4)$$

from(2)in (4)

C=0 --------(5)

From (2),(3),(5) in 1:-

$$\frac{s^2+2s+1}{s^2+s+1} = 1 + \frac{S}{s^2+s+1}$$

يمكن الحل بطريقة التعويض ولكن بها مجاهيل كثيرة وتعويضات ومن الافضل الحل بمساواة المعاملات او القسمة المطولة

حل اخر

$$1+\frac{s}{s^2+s+1}$$

$$s^2+s+1 \;\overline{)\; s^2+2s+1}$$

$$-\,s^2-s-1$$

$$\text{----------}$$

$$s$$

Express $\frac{x^3+1}{x^2+1}$ as the sum of its partial sum

$$\frac{x^3+1}{x^2+1} = Ax + B + \frac{Cx+D}{x^2+1} - - - (1)$$

$\times (x^2+1)$

$$x^3 + 1 = (Ax + B)(x^2 + 1) + Cx + D$$

$$x^3 + 1 = Ax^3 + Ax + Bx^2 + B + Cx + D$$

بمساواة المعاملات

$$A = 1 - - - (2)$$

$$B = 0 - - - (3)$$

$$A + C = 0 - - (4)$$

From(2) in (4)

$$C = -1 - - - (5)$$

$$B + D = 1 - - (6)$$

From(3) in (6)

$$D = 1 - - (7)$$

From(2), (5),(7) in (1):-

$$\frac{x^3+1}{x^2+1} = x + \frac{-x+1}{x^2+1}$$

طريقة التعويض في بعض المسائل تاخذ وقتا طويلا فالافضل استخدم طريقة مساواة المعاملات

Express $\dfrac{2x^4+3x^2+1}{x^2+3x+2}$ **as the sum of its partial fractions**

$$\frac{2x^4+3x^2+1}{x^2+3x+2} = Ax^2+Bx+C+\frac{D}{(x+1)}+\frac{E}{(x+2)} \quad ---(1)$$

$$\times (x+1)(x+2)$$

$$2x^4+3x^2+1 = (Ax^2+Bx+C)(x+1)(x+2)+D(x+2)+E(x+1)$$

$$2x^4+3x^2+1 = Ax^4+3Ax^3+2Ax^2+Bx^3+3Bx^2+2Bx+Cx^2 + 3Cx++2C+Dx+2D+Ex+E$$

بمساواة المعاملات:-

$$A = 2 \quad --(3)$$

$$3A+B = 0 \quad --(4)$$

From(3) in (4)

$$B = -6 \ldots\ldots\ldots (5)$$

$$2A+3B+C = 3 \ldots\ldots\ldots (6)$$

From(3),(4),(5) in (6)

$$C = 17 \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$2B+3C+D+E = 0 \ldots\ldots\ldots (8)$$

From (5),(7) in (8)

$$D+E = -39 \ldots\ldots (9)$$

$$2C+2D+E = 1 \ldots\ldots (10)$$

From(7) in (10)

$$2D+E = -33 \ldots\ldots (11)$$

From(9), (11)

$$2D + (-39 - D) = -33$$

$$2D - 39 - D = -33$$

$$D = 6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

From(12) in (9):-

$$E = -45 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

From (3),(5),(7),(12),(13) in (1)

$$\frac{2x^4+3x^2+1}{x^2+3x+2} = 2x^2 - 6x + 17 + \frac{6}{(x+1)} + \frac{-45}{(x+2)}$$

Express $\frac{7x^2-1}{x+3}$ as the sum of partial fractions

$$7x - 21 + \frac{62}{x+3}$$

$$x + 3 \;\overline{)\; 7x^2 - 1}$$

$$-7x^2 + 21x$$

$$-21x - 1$$

$$+21x + 63$$

$$62$$

بيقا انت معاك ٣ طرق:- علي حسب المسألة استخدم الطريقة اللي توصلك بسرعة للحل

١- التعويض
٢- مساواة المعاملات
٣- القسمة المطولة

المتسلسلات

الحد العام للمتتابعة الحسابية

$$L = a + (n-1)d$$

- a: الحد الاول
- n: رتبة الحد
- d: اساس المتتابعه

ايجاد مجموع اول n حدا من المتتابعة الحسابية

اذا كان الحد الاخير موجودا L

$$Sn = \frac{n}{2}(a + L)$$

- n: عدد الحدود المراد جمعها
- a: الحد الاول
- L: الحد الاخير

اذا لم يكن الحد الاخير موجودا

$$Sn = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

Find the sum of the first 50 terms of the sequence:

$$1\ ,3\ ,5,7\ ,9\ ,\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$n = 50 \quad ,a = 1 \quad ,d = 2 \quad ,Sn = ??$$

$$\mathrm{Sn} = \frac{\mathrm{n}}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$= \frac{50}{2}(2 \times 1 + (50-1) \times 2)$$

$$= 2500$$

Find the sum of the series :

$$1 + 3.5 + 6 + 8.5 + \cdots .. + 101$$

$$L = a + (n-1)d$$

$$101 = 1 + (n-1) \times 2.5$$

$$n = 41$$

$$Sn = \frac{n}{2}(a + L)$$

$$= \frac{41}{2}(1 + 101)$$

$$= 2091$$

An arithmetic has 3 as its first term .also, the sum of the first 8 terms is twice the sum of the first 5 terms. Find the common difference

---

$$a = 3$$

$$S8 = 2S5$$

$$\frac{8}{2}(6 + (8 - 1) \times d) = 2 \times \frac{5}{2}(6 + (5 - 1) \times d)$$

$$4(6 + 7d) = 5(6 + 4d)$$

$$24 + 28d = 30 + 20d$$

$$28d - 20d = 30 - 24$$

$$8d = 6$$

$$d = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

ايجاد مجموع n حدا من متسلسلة هندسية

$$Sn = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

حيث:-

a هي الحد الاول

n هي عدد الحدود المراد جمعها

r هي اساس المتتابعة وتساوي الحد التالي علي الحد السابق

Find the sum of the geometric series

$$2 + 6 + 18 + 54 + \cdots \ldots \ldots$$

Where a=2 , r=3 , n=6

$$Sn = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{2(1-3^6)}{1-3} = 728$$

---

find the sum of the geometric series :

$$8 - 4 + 2 - 1 + \cdots \ldots \ldots$$

where there are 5 terms in the series

$$\mathbf{Sn} = \frac{\mathbf{a(1-r^n)}}{\mathbf{1-r}} = \frac{\mathbf{8\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^5\right.}}{\mathbf{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}}$$

$$= \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{2}}$$

"finit series"المتسلسلات النهائية:-

من معناها :- ان لها حد اخير "منتهية"

مثال:-

$$3 + 5 + 7 \dots \dots, +21$$

المتسلسلات اللانهائية "infinite series"

من معناها :- انها ليست منتهية

مثال:-

$$3 + 5 + 7 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

ايجاد مجموع المتسلسلات اللأنهائية

- نضع الحد العام للمتسلسلة في ابسط صورة ان امكن
- نقوم بجمع اول حدين ثم اول ثلاث حدود ثم اول اربع حدود وهكذا
- نقوم بكتابة الحدود المجموعة في صورة متتابعة
- نجد الحد العام لهذه المتتابعة
- ايجاد النهاية
- اذا كانت المتتابعة تؤول ل ١ فان مجموعها =١
- اذا كانت المتتابعة تؤول لصفر فان المتتابعة ليس لها مجموع

Example 1:-

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots \ldots$$

---

the sequence is $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots \ldots .\right)$

 # the sum of the first two terms : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

 # the sum of the first three terms:- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

 # the sum of the first four terms :- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

#the sum of the first five terms:- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

The sequence of partial sum:- $\left(\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \ldots .\right)$

نجد ان المتتابعة تؤول ل ١

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = 1$$

find the sum of the following series: –

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

اولا :-التبسيط باستخدام الكسور الجزئية

$$\frac{1}{k(K+1)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} - - - (1)$$

$$\times \big(k(k+1)\big)$$

$$1 = A(K+1) + Bk$$

When K=0

$$A = 1 - - - - (2)$$

When k=-1

$$B = -1 - - - (3)$$

From(2),(3) in (1)

$$\frac{1}{K(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots . 1 - \frac{1}{k+1}$$

صورة الحد العام :- استنتجت من الفك :- هتلاحظ ان كل رقمين ورا بعض بيضيعو بعض

اخيرا ايجاد النهاية

$$\lim_{k \to \infty} 1 - \frac{1}{k+1} = 1 - \frac{1}{\infty + 1} = 1 - 0 = 1$$

Example:- find the sum of harmonic series:-

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots \ldots$$

. terms tend to zero

. but the sequence of partial sum tend to infinity

. so , this series doesn't have a sum

الفكرة في اى مسالة هو ان انا بشوف هي تؤول الي ايه في الاول لو تؤول ل ١ لازم تجمع اول حدين ثم اول تلت حدود ثم اربعة وهكذا لتتاكد انها ايضا تؤول ل ١ اما لو انها في البداية تئول لصفر فانها ليس لها مجموع

اصل بالعقل كدا هل يعقل ان المتسلسلة في البداية تؤول لصفر ومتتابعة المجموع الجزئي للحدود تؤول الي مالانهاية يبقا ملهاش مجموع

طرق تحديد ما اذا كانت المتسلسلة متقاربة ام لا "converge or not"

اختبار التكامل *"the integral test"*

. نضع *n* ب *x*

. نكامل

. if f is continuous , positive and decreasing on $[1, \infty)$

Use the integral test to determine whether or not $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

Converges.

$$.f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

$$= In\,(x)\Big|_1^{\infty}$$

$$= (In(\infty) - In(1))$$

$$= In(\infty)$$

$$= \infty$$

F isn't Converges

Does the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$ converge?

$$f(x) = \frac{x}{e^x} = xe^{-x}$$

$$\int_1^{\infty} x\, e^{-x}\, dx$$

هنكامل بالتجزئ

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

$u = x$ $\qquad$ $dv = e^{-x}$

$du = 1$ $\qquad$ $v = -e^{-x}$

$$\int_1^{\infty} x\, e^{-x}\, dx = -xe^{-x} - \int_1^{\infty} -e^{-x}\, dx$$

$$= -xe^{-x} - e^{-x}\Big|_1^{\infty}$$

$$= (-\infty e^{-\infty} - e^{-\infty}) - (-e^{-1} - e^{-1})$$

$$= e^{-1} + e^{-1} \qquad 0$$

$$= 2e^{-1} = \frac{2}{e}$$

F is converges

Does $\frac{1}{n^2+3}$ converge?

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+3}\,dx = \tan^{-1} x \Big|_1^{\infty}$$

$$= \tan^{-1} \infty - \tan^{-1} 1$$

$$= -\frac{\pi}{4}$$

so , it's Converge

"اختبار النسبة"Ratio test

$$\text{if } \left|\frac{an+1}{an}\right| \longrightarrow L$$

if $L < 1$ then f converge

if $L > 1$ *then f diverge*

if $L = 1$ try to use other test

$$Does \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} converges$$

$$an+1 = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} - - - (1)$$

$$an = \frac{n^n}{n!} - - - (2)$$

$$\frac{an+1}{an} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{n^n}$$

$$= \frac{(n+1)^n\,(n+1)}{(n+1)n!} \times \frac{n!}{n^n}$$

$$= \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$$

$$= \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \quad .$$

$e > 1$: $-an$ *not converge*" diverge"

Does $\frac{1}{n!}$ converge

$$an+1=\frac{1}{(n+1)!}---(1)$$

$$an=\frac{1}{n!}---(2)$$

$$\frac{an+1}{an}=\frac{1}{(n+1)!}\times\frac{n!}{1}$$

$$=\frac{1}{(n+1)n!}\times n!$$

$$=\frac{1}{n+1}\longrightarrow 0$$

So , an is converge

"اختبار الجذر"Root Test

$$suppose\ an^{\frac{1}{n}} \longrightarrow L$$

$$if\ L < 1 \longrightarrow an\ converge$$

$$if L > 1 \longrightarrow an\ diverge$$

$$\text{if L} = 1\text{ , try to use other test}$$

$$Does \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \text{ converge?}$$

$$\sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n} = \left(\frac{n}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right)^{n}$$

$$= \frac{1^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \frac{1}{e}$$

$$\frac{1}{e} < 1 \quad : -an\ converge$$

Power series

"سكشن"

تكون علي الصورة

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \ , |x| < 1$$

Find the power series to the following

$$f(x) = \frac{x}{1-5x}$$

$$= x\left[\frac{1}{1-5x}\right]$$

$$= x \sum (5x)^n \ , |5x| < 1$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} 5^n \ x^{n+1}$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + 4x^2}$$

$$= \frac{1}{1 - (-4x^2)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-4x^2)^n, \quad |-4x^2| < 1$$

Maclauran series

على الصورة:-

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

يعني هتشتق الدالة كذا مرة وكل مرة تعوض بصفر وفي الاخر تعوض في القانون دا

Find the maclaurin series for sin x and determine the radius of convergence

$$f^{/}(x) = \cos x \ , \qquad f^{/}(0) = \cos 0 = 1$$

$$\mathrm{f}^{//}(x) = -\sin x \ , f^{/}(0) = -\sin 0 = 0$$

$$f^{///}(x) = -\cos x \ , f^{///}(0) = -\cos 0 = -1$$

$$f^{////}(x) = \sin x \ , \ f^{////}(0) = \sin 0 = 0$$

$$f^{/////}(x) = \cos x \ , \qquad f^{/////}(0) = \cos 0 = 1$$

$$Maclaurin\ series\ as \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

$$\sin x = x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} \dots\dots\dots\dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$an+1=(1)^{n+1}\frac{x^{2n+3}}{(2n+3)!}---(1)$$

$$an=(1)^{n}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}---(2)$$

$$\frac{an+1}{an}=\frac{(1)^{n+1}\,x^{2n+3}}{(2n+3)!}\times\frac{(2n+1)!}{(1)^{n}\,x^{2n+1}}$$

$$=\frac{x^{2n}\,x^{3}}{(2n+3)(2n+2)(2n+1)!}\times\frac{(2n+1)!}{(1)^{n}\,x^{2n}\,x}$$

$$=\frac{x^{3}}{(2n+3)(2n+2)}\times\frac{1}{x}$$

$$=\frac{x^{2}}{(2n+3)(2n+2)}$$

$$x^{2}\times\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(2n+3)(2n+2)}=0$$

$$0<1$$

So , it's converge

find the maclaurin series for cos x and determine the radius for convergence

---

$$f^{/}(x) = -\sin x \quad , f^{/}(0) = \sin 0 = 0$$

$$f^{//}(x) = -\cos x \quad , f^{//}(0) = -\cos 0 = -1$$

$$f^{///}(x) = \sin x \quad , f^{///}(0) = \sin 0 = 0$$

$$f^{////}(x) = \cos x \ , \ f^{////}(0) = \cos 0 = 1$$

Maclaurin series as $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

$$\sin x = 1 + -\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \ldots\ldots\ldots\ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$an + 1 = (1)^{n+1} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!} - - - (1)$$

$$an = (1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} - - - (2)$$

$$\frac{an+1}{an} = \frac{(1)^{n+1}\, x^{2n+2}}{(2n+2)!} \times \frac{(2n)!}{(1)^n\, x^{2n}}$$

$$= \frac{x^{2n} x^2}{(2n+2)(2n+1)(2n)!} \times \frac{(2n)!}{x^{2n}}$$

$$= \frac{x^2}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$= x^2 \times \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$x^2 \times \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\infty} = x^2 \times 0 = 0$$

0<1

So , it's converge

find the maclaurin series for e^x and determine the radius for convergence

---

$$f^{/}(x) = e^{x} \quad , f^{/}(0) = e^{0} = 1$$

$$f^{//}(x) = e^{x} \quad , f^{//}(0) = e^{0} = 1$$

نلاحظ ان قيمة المشتقة ثابتة =١

$$\text{Maclaurin series as } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^{n}$$

$$e^{x} = 1 \pm \frac{x}{1!} + \frac{x^{2}}{2!} + \frac{x^{3}}{3!} \dots\dots\dots\dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$an + 1 = \frac{x^{n}}{n!} - - - - - (1)$$

$$an = \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} - - - (2)$$

$$\frac{an+1}{an} = \frac{x^{n}}{n!} \times \frac{(n-1)!}{x^{n-1}}$$

$$= \frac{x^{n}}{n!} \times \frac{(n-1)n!}{x^{n}\, x^{-1}}$$

$$= \frac{(n-1)}{x^{-1}} = (x)(n-1)$$

$$= (x) \times \lim_{n \to 0}(n-1) = (x) \times 0 = 0$$

So , it's converges

Differential equations

General solution

الفكرة هنا:- هخلي y في طرف و x في طرف وبعدين اكامل علشان ارجع للمعادلة الاصلية

---

find the general solution of the differential equation

$$y^2 \frac{dy}{dx} - \frac{1}{x^3} = 0$$

Solution

$$y^2 \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^3}$$

By integration

$$\frac{y^3}{3} = \frac{-x^{-2}}{2} + C$$

$$\frac{y^3}{3} = -\frac{1}{2x^2} + C$$

$\times 3$

$$y^3 = \frac{-3}{2x^2} + 3c$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{-3}{2x^2} + 3c}$$

Find the General solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2(x-3)}{x^3}$$

Solution

$$\times \frac{1}{y^2}$$

$$\frac{1}{y^2}\frac{dy}{dx} = \frac{(x-3)}{x^3}$$

$$y^{-2}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}$$

$$y^{-2}\frac{dy}{dx} = x^{-2} - 3x^{-3}$$

By integration

$$-y^{-1} = -x^{-1} + \frac{3x^{-2}}{2} + C$$

$$\times -1$$

$$y^{-1} = x^{-1} - \frac{3x^{-2}}{2} - C$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{x} - \frac{3}{2x^2} - C$$

بتوحيد المقامات

$$\frac{1}{y} = \frac{2x}{2x^2} - \frac{3}{2x^2} - \frac{2x^2C}{2x^2}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{2x-3-2x^2C}{2x^2} \qquad , y = \frac{2x^2}{2x-3-2x^2C}$$

Integration factor:-

يستخدم لحل المعادلات التفاضلية التى تكون على الصورة:-

$$\frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dx}} + \mathbf{p(x)y} = \mathbf{Q(x)}$$

يرمز له بالرمز *I* حيث:-

$$\mathbf{I} = \mathbf{e}^{\int \mathbf{p(x)}}$$

يضرب معامل التكامل في المعادلة السابقة

$$\frac{dy}{dx} I + Ip(x)y = IQ(x)$$

هتكامل الطرفين

find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} - \frac{3y}{x+1} = (x+1)^4 \; - -(1)$$

Solution

$$I = e^{\int p(x)} = e^{\int \frac{-3}{x+1}} = e^{-3In(x+1)} = e^{In(x+1)^{-3}} = (x+1)^{-3} = \frac{1}{(x+1)^3} \; - -(2)$$

By multiply I $\times$ (1)

$$\frac{1}{(x+1)^3}\frac{dy}{dx} - \frac{3y}{(x+1)^4} = (x+1)$$

by integration

$$\frac{y}{(x+1)^3} = \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$\times (x+1)^3$$

$$y = \left(\frac{x^2}{2} + x + C\right)(x+1)^3$$

افتكر قانون التفاضل

$$\frac{\text{مشالمقام} \times \text{البسط} - \text{مشالبسط} \times \text{المقام}}{(\text{المقام})^2}$$

Find the General solution

$$\frac{dy}{dx} - y = x - -(1)$$

$$I = e^{\int p(x)} = e^{\int -dx} = e^{-x} - - - (2)$$

By multiply $I \times (1)$

$$e^{-x}\frac{dy}{dx} - e^{-x}y = x\,e^{-x}$$

$$ye^{x} = \int xe^{-x}$$

بالتكامل بالتجزئ

$$u = x \qquad dv = e^{-x}$$

$$du = 1 \qquad v = -e^{-x}$$

$$ye^{x} = -xe^{-x} - \int -e^{-x}dx$$

$$ye^{x} = -xe^{-x} - e^{-x} + C$$

$$ye^{x} = -e^{-x}(x+1) + C$$

$\div e^{x}$

$$y = -(1+x) - Ce^{-x}$$

افتكر قانون التفاضل

الاولي في مشتقة الثانية + الثانية في مشتقة الاولي

Bernouilli Equations

تكون على الصورة

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = Q(x)y^n$$

Find the General solution

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = xy^2$$

solution

$\div y^2$

$$y^{-2}\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y^{-1} = x - - - (1)$$

$$let\ V = y^{-1}\ \ , \frac{dv}{dx} = -\frac{1}{y^2}\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = -y^2\frac{dv}{dx} - - - (2)$$

from(2)in(1)

$$-\frac{dv}{dx} + \frac{1}{xy} = x - -(3)$$

$$\frac{1}{y} = v - -(4)$$

from(4)in (3)

$$-\frac{dv}{dx} + \frac{V}{x} = x$$

$\times (-1)$

$$\frac{dv}{dx}+\frac{V}{x}=-x$$

$$I=e^{\int\frac{1}{x}}=e^{-In(x)}=e^{In(x)^{-1}}=x^{-1}=\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x}\frac{dv}{dx}+\frac{v}{x^2}=-1$$

by integration

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{x}}=-\mathrm{x}+\mathrm{C}$$

$$V=-x^2+xC$$

Where $y=\frac{1}{v}$

$$y=\frac{1}{-x^2+xc}$$

المصفوفات "Matrices"

العمليات على المصفوفات

$$if\ A = \begin{pmatrix} q & w \\ e & r \end{pmatrix}, A^T = \begin{pmatrix} q & e \\ w & r \end{pmatrix}$$

$$if\ A = \begin{pmatrix} q & w & e \\ r & t & y \\ u & i & o \end{pmatrix}, A^T = \begin{Bmatrix} q & r & u \\ w & t & i \\ e & y & o \end{Bmatrix}$$

ليكن A مصفوفة فان مدور المصفوفة A^T هو جعل الاعمدة صفوف

$$let\ A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 13 & 9 \end{pmatrix}\ find\ A^T$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 13 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$let\ M = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}\ find\ M^T$$

$$M^T = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

جمع المصفوفات

$$if\ A = \begin{pmatrix} q & w \\ e & r \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} t & y \\ u & i \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} q+t & w+y \\ e+u & r+i \end{pmatrix}$$

$$if\ B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}\ find\ B + D$$

$$B + D = \begin{pmatrix} 5+2 & -2+(-2) \\ -1+0 & 3+1 \\ 1+4 & 0+(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

طرح المصفوفات

$$\text{if } A = \begin{pmatrix} q & w \\ e & r \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} t & y \\ u & i \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} q-t & w-y \\ e-u & r-i \end{pmatrix}$$

$$\text{if } B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}\ \text{find } B - D$$

$$B - D = \begin{pmatrix} 5-2 & -2-(-2) \\ -1-0 & 3-1 \\ 1-4 & 0-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

ضرب رقم في مصفوفة

$$if\ A = \begin{pmatrix} q & w \\ e & r \end{pmatrix}, nA = \begin{pmatrix} nq & nw \\ ne & nr \end{pmatrix}$$

$$if\ B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\ find\ 5B$$

$$5B = \begin{pmatrix} 5\times 5 & 5\times -2 \\ 5\times -1 & 5\times 3 \\ 5\times 1 & 5\times 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & -10 \\ -5 & 15 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

ايجاد قيمة المصفوفة ثنائية البعد

$$if\ A = \begin{pmatrix} q & w \\ r & e \end{pmatrix} \quad , \quad |A| = q.e - w.r$$

$$if\ A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}\ find\ |A|$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = (4)(-1) - (3)(5) = -19$$

$$if\ B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\ find\ |B|$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (6)(2) - (4)(3) = 0$$

ضرب المصفوفات

القاعدة:- بضرب كل صف في عمود

$$if A = (3 \quad 7) 1 \times 2\ , b = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix} 2 \times 1\ \ find\ A \times B$$

$$A \times B = (\ 3 \times 2 + 7 \times 9\ ) = 69$$

$$find\ (4 \quad 2 \quad 5) \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= (4 \times 3 + 2 \times 6 + 5 \times 8)$$

$$= 64$$

$$find\ \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \times 2 + 7 \times 9 \\ 4 \times 2 + 5 \times 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 69 \\ 53 \end{pmatrix}$$

$$find\ \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \times 3 + 4 \times -1 & 2 \times 6 + 4 \times 9 \\ 5 \times 3 + 3 \times -1 & 5 \times 6 + 3 \times 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 48 \\ 12 & 57 \end{pmatrix}$$

ايجاد المعكوس الضربى للمصفوفة

$$\text{if } A = \begin{pmatrix} +q & -w \\ -e & +r \end{pmatrix} , A^{-1} = \frac{1}{[A]} \text{ A adj}$$

اولا:- ايجاد قيمة محدد المصفوفة

ثانيا:- ايجاد مصفوفة العوامل المرافقة ثم تدويرها

$$Aadj = \begin{pmatrix} +r & -e \\ -w & +q \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} +r & -w \\ -e & +q \end{pmatrix}$$

---

find the inverse of A: –

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

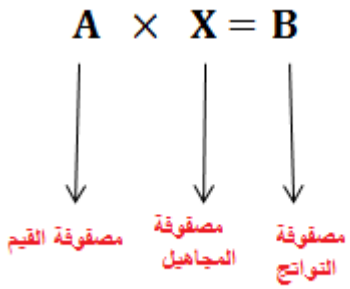
$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = (1)(-5) - (2)(3) = -11$$

$$Aadj = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Aadj$$

$$= -\frac{1}{11} \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

حل المعادلات " مجهولين" باستخدام المصفوفات



$$X = BA^{-1}$$

Let

$$x + 2y = 4$$

$$3x - 5y = 1$$

Solving two equations by sing matrix

$$XA = B$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{-1}{11}\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{-1}{11}\begin{pmatrix} -5 \times 4 + (-2) \times 1 \\ -3 \times 4 + 1 \times 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{-1}{11}\begin{pmatrix} -22 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ايجاد المعكوس الضربي لمصفوفة علي النظم 3×3

١- ايجاد قيمة محدد المصفوفة

٢- ايجاد مصفوفة العوامل المرافقة ثم تدويرها

Find the inverse of A :-

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A adj$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 1$$

$$A\ adj = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 9 \\ 8 & -11 & -34 \\ -5 & 7 & 21 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -2 & 8 & -5 \\ 3 & -11 & -34 \\ 9 & -34 & 21 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} -2 & 8 & -5 \\ 3 & -11 & -34 \\ 9 & -34 & 21 \end{pmatrix}$$

"Linear equations"المعادلات الخطية

Find the value of X:-

$$x + 2 = 4$$

---

solution

$$X + 2 - 2 = 4 - 2$$

$$X + 0 = 2$$

X=2

Find the value of X: –

$$x - 5 = 10$$

Solution

$$x - 5 + 5 = 10 + 5$$

$$x = 15$$

Find the value of x :-

$$3x=18$$

Solution

$$3x = 18 \qquad \div 8$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

X=6

Find the value of y

$$3y + 7 = 25$$

Solution

$$3y + 7 - 7 = 25 - 7$$

$$3y = 18 \quad \div 3$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{18}{3}$$

Y=6

Find the value of X

$$6x - 15 = -8x + 13$$

Solution

$$6x + 8x - 15 + 15 = -8x + 8x + 13 + 15$$

$$14x = 28 \quad \div 14$$

$$\frac{14x}{14} = \frac{28}{14}$$

$$x = 2$$

Find the value of x:-

$$8x - 6 = 12$$

Solution

$$8x - 6 + 6 = 12 + 6$$

$$8x = 18 \quad \div 8$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{18}{8}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

Find the value of x:-

$$2(x - 3) + 1 = -7$$

Solution

$$2x - 6 + 1 = -7$$

$$2x - 5 = -7$$

$$2x - 5 + 5 = -7 + 5$$

$$2x = -2 \quad \div 2$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{2}{2}$$

$$x = -1$$

√ Find the value of x:-

$$x - 1 - 3(5 - 2x) = 2(2x - 5)$$

---

solution

$$x - 1 - 15 + 6x = 4x - 10$$

$$7x - 16 = 4x - 10$$

$$7x - 4x - 16 + 16 = 4x - 4x - 10 + 16$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Find the value of x

$$\frac{2x - 4}{4} = \frac{4x + 3}{3}$$

Solution

$\times 12$

$$3(2x - 4) = 4(4x + 3)$$

$$6x - 12 = 16x + 12$$

$$6x - 16x - 12 + 12 = 16x - 16x + 12 + 12$$

$$-10x = 24 \qquad \div -10$$

$$x = -\frac{12}{5}$$

√ **Find the value of x:-**

$$\frac{3}{x-1}+\frac{4}{x+1}=\frac{8}{x+1}$$

$\times (x-1)(x+1)$

$$3(x+1)+4(x-1)=8(x-1)$$

$$3x+3+4x-4=8x-8$$

$$7x-1=8x-8$$

$$7x-8x-1+1=8x-8x-8+1$$

$$-x=-7$$

$$x=7$$

√ **Find the value of x:-**

$$\frac{2x+1}{5}+\frac{x-4}{6}=\frac{2}{3}$$

$\times(30)$

$$6(2x+1)+5(x-4)=20$$

$$12x+6+5x-20=20$$

$$17x-14=20$$

$$17x-14+14=20+14$$

$$17x=34$$

$$x=2$$

√ **Find the value of x:-**

$$\frac{1}{2x+1} - \frac{3}{4} = \frac{7}{2x+1}$$

Solution

$\times 4(2x+1)$

$$4 - 3(2x+1) = 28$$

$$4 - 6x - 3 = 28$$

$$-6x + 1 = 28$$

$$-6x + 1 - 1 = 28 - 1$$

$$-6x = 27 \quad \div 6$$

$$x = \frac{-27}{6}$$

√ Find the value of x:-

$$\frac{7}{2x-3}+\frac{4}{2x-3}=6$$

$\times (2x-3)$

$$7+4=6(2x-3)$$

$$11=12x-18$$

$$12x-18+18=11+18$$

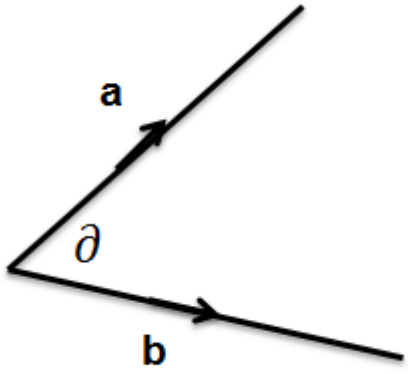
$$12x=29$$

$$x=\frac{29}{12}$$

المتجهات "vectors"

Scalar product

" الضرب القياسي"



$$a.b = |a||b| \cos \partial$$

$$= axbx + ayby + azbz$$

If the vector a has a magnitude 8 and the vector b has a magnitude 7 , and the angle between them is 30 find the scalar product

$$a.b = |a||b| \cos \partial$$

$$= 8 \times 7 \cos 30 = 48.5$$

If $a = 5i + 3j - 2k$ and $b = 8i - 9j + 11k$ find a. b

$$a.b = axbx + ayby + azbz$$

$$= (5 \times 8) + (3 \times -9) + (-2 \times 11)$$

$$= -9$$

Find the angle between the vectors

$$\mathbf{a = 2i + 3j + 5k} \quad \textbf{and} \quad \mathbf{b = i - 2j + 3k}$$

$$\boldsymbol{cos\partial = \frac{a.b}{|a||b|}}$$

$$= \frac{(2)(1) + (3)(-2) + (5)(3)}{\sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (5)^2}\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (3)^2}}$$

$$\boldsymbol{\partial = 61.5^o}$$

Find the scalar product of two vectors

$$\mathbf{a = 4i + 3j + 7k} \quad \textbf{and} \quad \mathbf{b = 2i + 5j + 4k}$$

$$\mathbf{a.b = axbx + ayby + azbz}$$

$$= (4)(2) + (3)(5) + (7)(4)$$

$$= 51$$

Find the scalar product of the two vectors:-

$$\mathbf{a} = -6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 11\mathbf{k} \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = 12\mathbf{i} + 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = \mathbf{axbx} + \mathbf{ayby} + \mathbf{azbz}$$

$$= (-6)(12) + (3)(0) + (-11)(4)$$

$$= -116$$

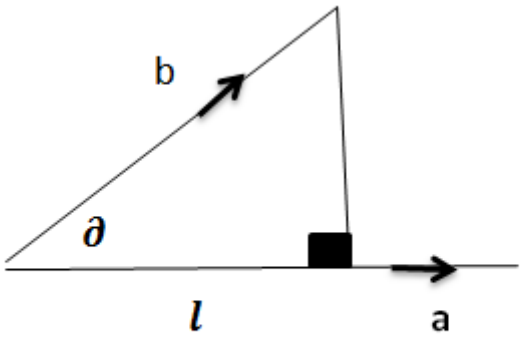
تطبيقات على الضرب القياسي

شرط تعامد اتجاهين:- ان يكون ضربهما القياسي يساوي صفر

if a=3i+2j-k and b=i-2j-k are two vectors perpendicular of not?

$$a.b = (3)(1) + (2)(-2) + (-1)(-1) = 0$$

a and b are perpendicular because their scalar product =0



$$cos\ \partial = \frac{l}{|b|}$$

$$l = |b| cos\ \partial$$

$$Where\ cos\ \partial = \frac{a.b}{|a||b|}$$

$$l = |b| \frac{a.b}{|a||b|}$$

$$l = \frac{a.b}{|a|}$$

$$l = a^{\wedge}\ b$$

يبقا اما اقولك هات مركبة b في اتجاه a :-

١- هتحول a الى متجة

$$a^{\wedge} = \frac{a}{|a|}$$

٢- بعدين تجيب الضرب القياسي $a^{\wedge}.b$

Find the component of b=3i+j+4k in the direction of a=i-j+k

$$\mathbf{a}^{\wedge} = \frac{\mathbf{a}}{|a|} = \frac{i - j + k}{\sqrt{3}}$$

$$a^{\wedge} = \frac{1}{\sqrt{3}} i - \frac{1}{\sqrt{3}} j + \frac{1}{\sqrt{3}} k$$

$$b.a = (3)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + (1)\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) + (4)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

"علمتني الرياضيات ان لكل متغير قيمة تؤدي الي نتيجة

، فاختر متغيراتك جيدا لتصل الي نتيجة ترضيك"