P

ليلة الامتحان في الهنـــــــدسة

اولا : اختـــــر

(١) المماسان المرسومان عند نهايتى قطر فى دائرة.........

(أ) متساويان فى الطول (ب) متوازيان

(جـ) متقاطعان (د) متعامدان

(٢) قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠°

(جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

(٣) طول القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ محيط دائرة يساوى ....

(أ) ٢ ط نق (ب) ط نق

(جـ) $\frac{١}{٢}$ ط نق (د) $\frac{١}{٤}$ ط نق

(٤) قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس الشكل الرباعى الدائرى .... قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

(أ) = (ب) <

(جـ) > (د) ≠

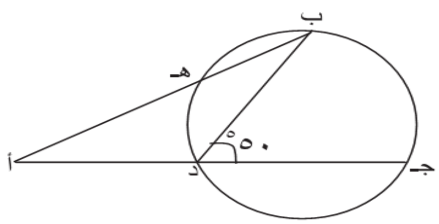
(٥) **فى الشكل المجاور**

إن كان ق (د⌒هـ) = ٣٠° ، ق (∠ب د جـ) = ٥٠°

فإن ق (∠أ) = ...

(أ) ١٣٠° (ب) ٧٠°

(جـ) ٦٥° (د) ٣٥°



(٦) الشكل الذى لا تمر دائرة برؤوسه هو: .....

(أ) مربع (ب) مستطيل

(جـ) معين (د) مثلث

قياس الزاوية المماسية يساوى ...... الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس.

(أ) قياس (ب) $\frac{١}{٢}$ قياس

(جـ) $\frac{١}{٣}$ قياس (د) ضعف قياس

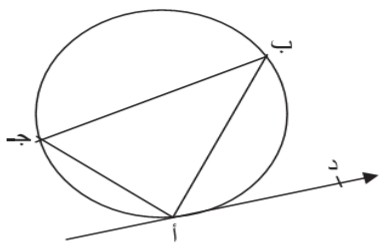
الزاوية المركزية التى قياسها ٦٠° تقابل قوسا طوله يساوى .... محيط الدائرة.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

Mr: mohamed nagy tel /0143335069

(٩) فى الشكل المقابل :



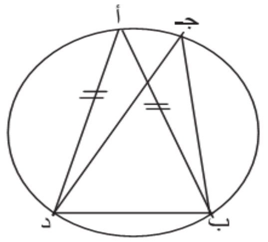
إذا رسم أ د من أ بحيث أن ق (∠ د أ ب) = ق (∠ جـ)

فإن أ د هو .... للدائرة م

(أ) قاطع (ب) مماس

(جـ) وتر (د) قطر

(١٠) فى الشكل المقابل:



إذا كانت ق (∠ أ ب د) = ٦٥° ،

كان أ ب = أ د فإن ق (∠ جـ) =

(أ) ١٥° (ب) ٢٥°

(جـ) ٣٠° (د) ٥٠°

(١١) فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين.......

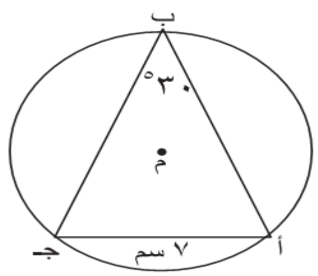
(أ) متساويتان (ب) متكاملتان

(جـ) متتامتان (د) متناظرتان

(١٢) الزاوية المركزية التى قياسها ٩٠° تقابل قوساً بطول مقداره .... محيط الدائرة

(أ) ١/٦ (ب) ١/٤

(جـ) ١/٣ (د) ١/٢



(١٣) فى الشكل المقابل:

م مركز دائرة ، ق (∠ أ ب جـ) = ٣٠°

أ جـ = ٧ سم فإن .

مساحة الدائرة م = ... سم²

(أ) ٣٠ ط (ب) ٦٠ ط

(جـ) ٧ ط² (د) ٤٩ ط

....

....

....

....

(١٤) أ ب ، أ جـ مماسان عند نقطتى ب ، جـ على دائرة نصف قطرها ٢ سم

فإذا كان طول أ ب = ٥ سم فإن طول أ جـ = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣

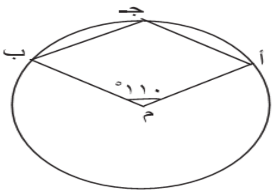
(جـ) ٥ (د) ٨

(١٦) أ ب جـ د شكل رباعى مرسوم داخل دائرة وكان أ د // ب جـ فإن ....

(أ) أ ب > د جـ (ب) أ ب < د جـ

(جـ) أ ب = د جـ (د) أ ب // د جـ

(١٧) (١) فى الشكل المقابل : –



ق (∠أ جـ ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١٢٥°

(جـ) ١٣٠° (د) ٢٥٠°

(١٨) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

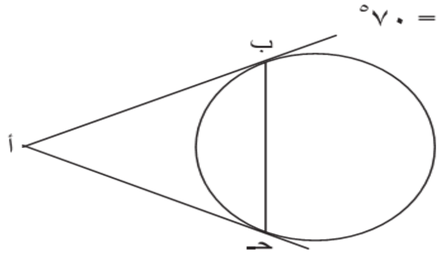
(أ) المستقيمات المتوسطة للمثلث (ب) ارتفاعات المثلث

(جـ) منصفات زوايا المثلث (د) الأعمدة المقامة على منتصفات أضلاع المثلث

(١) فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ مماسان لدائرة عند ب ، جـ فإذا كان ق (∠أ ب جـ) = ٧٠°

فإن ق (∠ أ) = ...

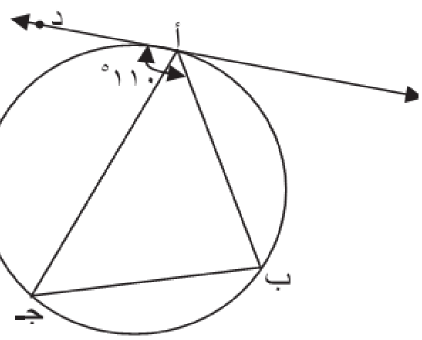


(أ) ٨٠° (ب) ٧٠°

(جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

١

(١) فى الشكل المقابل:



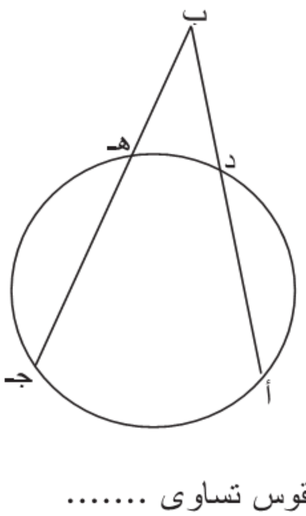
إذا كان أ د مماس للدائرة عند أ

، ق (∠د أ ب) = ١١٠° فإن

ق (∠أ جـ ب) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ٥٥°

(جـ) ٦٠° (د) ٧٠°



(٢) فى الشكل المقابل إذا كان

ق (أ جـ) = ٧٥°

، ق (د هـ) = ٣٥°

فإن ق (∠ ب) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٥٥° (د) ٦٥°

النسبة بين قياس زاوية المماس وقياس الزاوية المركزية المقابلة لنفس القوس تساوى ....

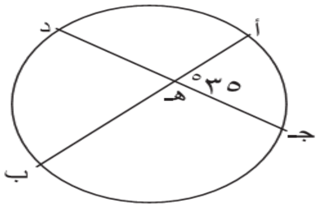
(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢

(جـ) ٢ : ١ (د) ١ : ٤

(١٩) فى الشكل المقابل:

إذا كان ق (∠أ هـ جـ) = ٣٥°

فإن ق (أ جـ ⌒) + ق (د ب ⌒) = ...



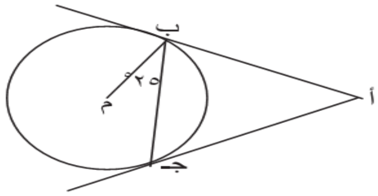
(أ) ١٧,٥° (ب) ٣٥°

(جـ) ٧٠° (د) ١٤٠°

(٢٠) فى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب ، أ جـ مماسان لدائرة م ، ق (∠جـ ب م) = ٢٥°

فإن ق (∠ب أ جـ) =



(أ) ٧٥° (ب) ٥٠°

(جـ) ٢٥° (د) ١٢ ٣٠َ°

(٢١) عدد المماسات المشتركة المرسومة لدائرتين متباعدتين هو ....

(أ) أربعة (ب) ثلاثة

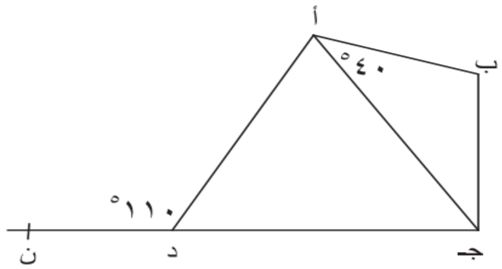
(جـ) اثنان (د) عدد لانهائى

(٢٢) فى الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى دائرى ، ق (∠ب أ جـ) = ٤٠° ،

ق (∠أ د ن) = ١١٠°

فإن ق (∠ ب جـ أ) = ...

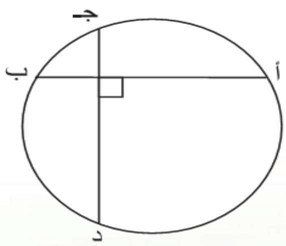


(أ) ٣٠° (ب) ٤٠°

(جـ) ٤٥° (د) ١١٠°

(٢٣) فى الشكل المقابل : –

ق (أ جـ ⌒) + ق (ب د ⌒) = ...



(أ) ٤٥° (ب) ٩٠°

(جـ) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

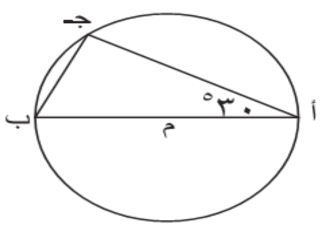
(٢٤) الشكل المقابل

أ ب قطر فى الدائرة م ،

نصف قطرها ٤ سم ،

ق(∠جـ أ ب) = ٣٠°

فإن ب جـ = ... سم



(أ) ٢ (ب) ٤

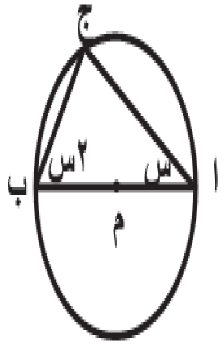
(جـ) ٦ (د) ٨

(٢) فى الشكل القابل :

إذا كان ا ب قطر فى الدائرة م

فإن س = ...

(ا) ٢٠°   (ب) ٣٠°   (ج) ٤٠°   (د) ٦٠°



(٣) فى الشكل المقابل :

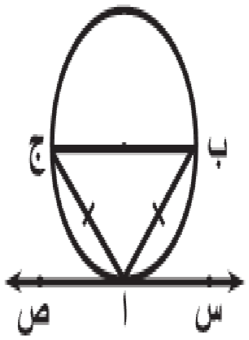
س ص مماس للدائرة عند نقطة ا

إذا كان اب = اج

، ق(< ب ج ا) = ٥٠° .

فإن ق(< ب ا ج) = ...

(ا) ٥٠°   (ب) ٨٠°   (ج) ١٠٠°   (د) ١٦٠°

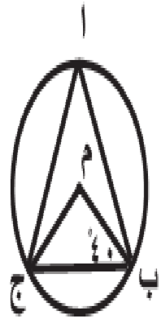


(٤) فى الشكل المقابل :

م مركز الدائرة ، ق(<م ب ج) = ٤٠° ،

فإن ق(< ا) تساوى :

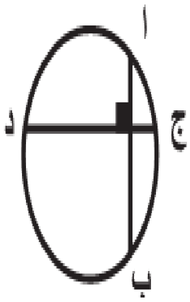
(ا) ٢٠°   (ب) ٤٠°   (ج) ٥٠°   (د) ٨٠°



(٥) فى الشكل المقابل :

ق(اج) + ق(ب د) يساوى :

(ا) ٤٥°   (ب) ٩٠°   (ج) ١٨٠°   (د) ٢٧٠°



فى الشكل المقابل : -

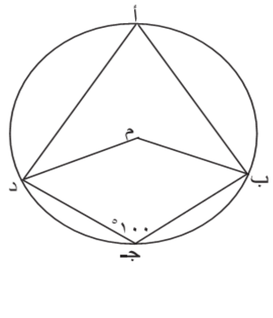
م دائرة رسم فيها الشكل الرباعى أ ب جـ د ،

وصل م ب ، م د وكان ق (∠جـ) = ١٠٠°

فإن ق (∠ب م د) الصغرى = ...

(أ) ٥٠°   (ب) ١٤٠°

(جـ) ١٦٠°   (د) ٢٠٠°



مسائل مهمة في الهندسة

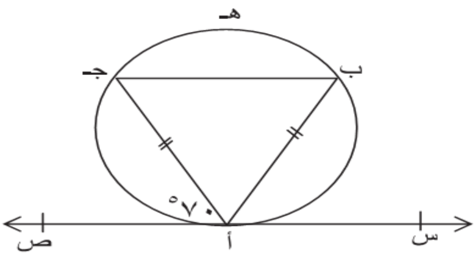
مثال ١

فى الشكل المقابل:

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند أ

أ ب = أ جـ ، ق (∠ص أ جـ) = ٧٠°

أوجد ق (ب هـ جـ)، حيث هـ ∈ ب جـ



الحل

س ص مماس للدائرة عند م فان ق(حـ م ص) = ق (ب) = ٧٠ " مماسية ومحيطية مشتركتان في قوس م حـ) "

م ب = م حـ ⟸ فان المثلث م ب حـ متاسوي الساقين اي ان ق (ب) = ق (حـ) = ٧٠

"نظرية " ⟸ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠

ق(ب م حـ) = ١٨٠ ــ(٧٠ + ٧٠) = ٤٠ فان ق(ب هـ حـ) = ٢ ق(ب م حـ) = ٨٠°

مثال ٢

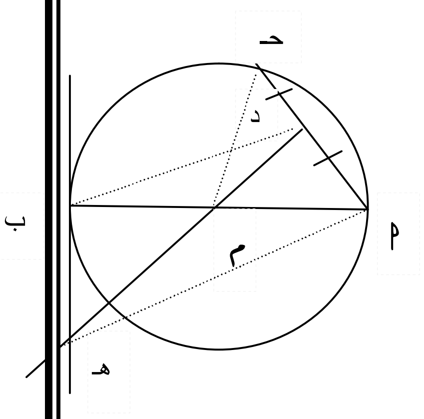
$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتر فى هذه الدائرة

د منتصف أ جـ ، رسم $\overrightarrow{\text{د م}}$ ليقطع المماس $\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ عند النقطة هـ

اثبت أن

(١) الشكل أ د ب هـ رباعى دائرى.

(٢) ق (∠جـ م ب) = ٢ ق (∠م هـ ب)



الحل

د منتصف م حـ فان م د ⊥ م حـ ق(م د هـ) = ٩٠

ب هـ مماس للدائرة م فان ق (م ب هـ) = ٩٠

من (١) و (٢) ينتج ان ق(م د هـ) = ق (م ب هـ) = ٩٠ وهما مرسومتان علي قاعدة واحدة

فان الشكل م د ب هـ رباعي دائري اولا

ق(حـ م ب) = ٢ ق(حـ م ب) " محيطية ومماسية مرسومة علي قوس حـ ب "

ق(حـ م ب) = ق(د هـ ب) " زاويتان مرسومتان علي قاعدة واحدة وهي دب في الرباعي الدائري م د ب هـ "

ق(حـ م ب) =٢ ق(د هـ ب) = ٢ ق (م هـ ب)

مثال ٣

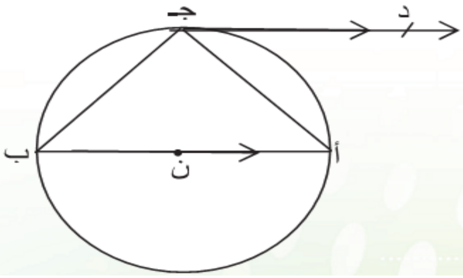
أ ب قطر فى دائرة ن ومحيطها ٤٤ سم

جـــ د مماس لها عند جـــ ، $\overleftarrow{جـــ د}$ // $\overline{ب أ}$

أوجد مع البرهان

(١) قياس ∠ د جـــ أ

(٢) طول القوس $\overset{\frown}{أ جـــ}$



الحل

ﻡب قطر في الدائرة ن فان ق(ﻡ حـ ب) = ٩٠ ،

حـ د مماس للدائرة حـ فان ق(د حـ ﻡ) = ق(حـ ب ﻡ) " مماسية ومحيطية مشتركتان في القوس ﻡ حـ " (١)

حـ د // ب ﻡ و ﻡحـ قاطع لها فان ق (د حـ ﻡ) = ق (حـ ﻡ ب) (٢)

من (١) و (٢) ينتج ان ق(د حـ ﻡ) = ق(حـ ب ﻡ) = ق (حـ ﻡ ب) = $\frac{180-90}{2}$ = ٤٥° اولا

طول القوس ا حـ = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيط الدائرة = $\frac{٩٠}{٣٦٠}$ × ٤٤ = $\frac{١}{٤}$ × ٤٤ = ١١سم ثانيا

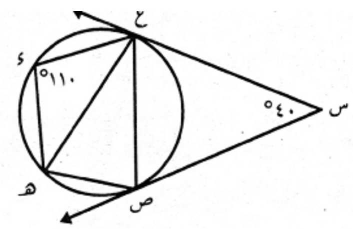
مثال ٤

فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{س ص}$ ، $\overleftarrow{س ع}$ مماسان للدائره

من نقطة س ، ق(آد) =١١٠°

أثبت أن : ق($\overset{\frown}{ع هـ}$) = ق($\overset{\frown}{ع ص}$)



الحل

س ص، س ع مماسان للدائرة عند س ، ص فان س ص= س ع

فان ق(س ع ص) = ق(س ص ع) = $\frac{180-40}{2}$ = ٧٠

ق(س ص ع) = $\frac{١}{٢}$ ق (ع ص) ، ق(ع ص) = ١٤٠ (١)

الشكل ع ص هـ د رباعي دائري فان ق(د) + ق(ع ص هـ) =١٨٠ ،

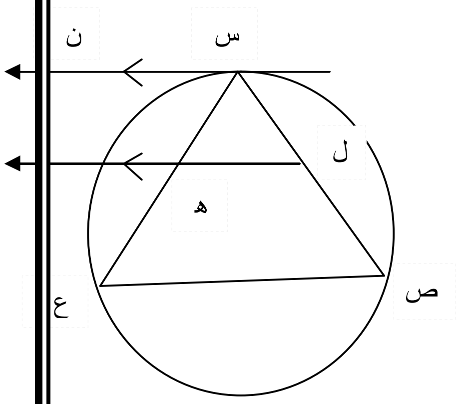
ق(ع ص هـ) = ١٨٠-١١٠=٧٠ فان ق(ع هـ) = ١٤٠ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج ان ق(ع ص) = ق(ع هـ) = ١٤٠

مثال٥

س ص ع مثلث مرسوم داخل دائرة. فإذا كان ل ∈ $\overline{\text{س ص}}$، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ل هـ}}$ يوازى المماس $\overleftarrow{\text{س ن}}$ للدائرة عند س وقاطعاً $\overline{\text{س ع}}$ فى هـ

اثبت أن ل ص ع هـ رباعى دائرى



الحل

$\overleftarrow{\text{ل هـ}}$ // $\overleftarrow{\text{س ن}}$ فان

ق(ن س ع) = ق(س هـ ل) " بالتبادل " (١)

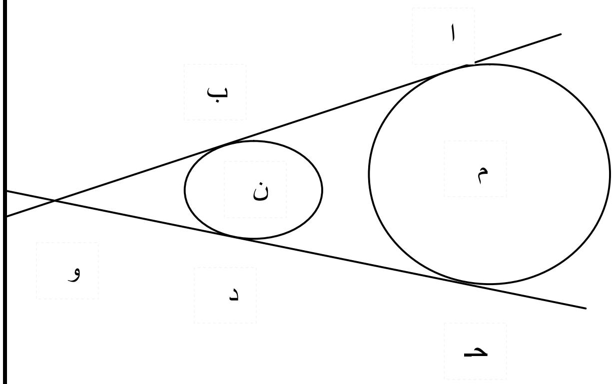
س ن مماس للدائرة عند س فان

ق(ن س ع)= ق(س ص ع) " مماسية ومحيطية مشتركتان في القوس س ع " (٢)

من (١) ، (٢) ينتج ان ق(س هـ ل) = ق(س ص ع)

زاوية خارجة عن الشكل الرباعي ل ص ع هـ = قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

فان الشكل ل ص ع هـ رباعي دائري



مثال٦

في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ د}}$ = { و }

فاثبت ان $\overline{\text{اب}}$ = $\overline{\text{حـ د}}$

الحل

في الدائرة م وا ، وحـ مماسان للدائرة م

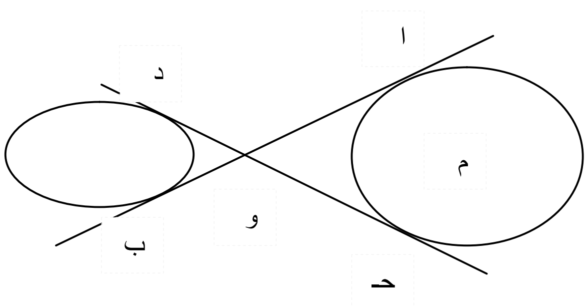
فان و حـ =وا (١)

في الدائرة ن و ب ، و د مماسان للدائرة ن

فان وب = و د (٢)

بطرح (٢) من (١) ينتج ان $\overline{\text{ا ب}}$ = $\overline{\text{حـ د}}$

مثال٧



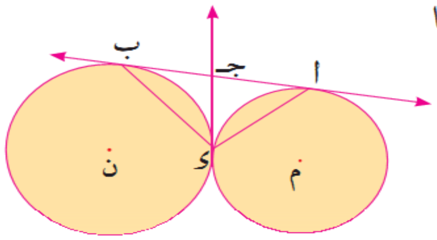
في الشكل المقابل

اب ∩ حـ د = { و }

فاثبت ان اب = حـ د

مثال ٨

في الشكل المقابل



م، ن دائرتان متماستان من الخارج فى ى، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس مشترك لهما عند أ، ب، $\overleftarrow{\text{ى جـ}}$ مماس مشترك للدائرتين عند ى.

حيث $\overleftarrow{\text{ى جـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = {جـ} .

أثبت أن : **أولاً:** جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ **ثانياً:** $\overline{\text{ا ى}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ى}}$.

الحل

في الدائرة م ، م حـ ، حـ د مماسان لها فان حـ م = حـ د (١)

في الدائرة ن ، حـ ب، حـ د مماسان لها فان ، حـ ب = حـ د (٢)

من (١) و(٢) ينتج ان م حـ = حـ ب فان حـ منتصف ا ب اولا

في المثلث ا حـ د ، حـ م = حـ د فان ق(حـ م د) = ق(م د حـ) (٣)

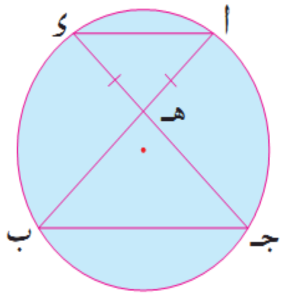
في المثلث حـ د ب ، حـ ب = حـ د فان ق(حـ ب د) = ق(حـ د ب) (٤)

بجمع (٣) ، (٤) ينتج ان ق(م) + ق(ب) = ق (د) فان ق(د) = ٩٠

فان م د ب د " متوسط المثلث القائم الخارج من القائمة يكون عموديا علي القاعدة "

مثال ٩

فى الشكلِ المقابلِ :



$\overline{\text{ا ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ى}}$ = {هـ}، هـ ا = هـ ى

أثبت أن : هـ ب = هـ جـ .

الحل

فى Δ ا هـ ى ∵ هـ ا = هـ ى ∴ ق (∠ ى) = ق (∠ ا) ١

∵ ∠ ا ب جـ ، ∠ ا ى جـ محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{\text{ا جـ}}$ ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ى) ٢

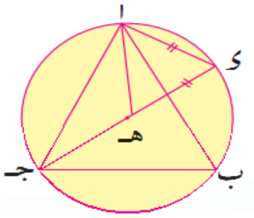
∵ ∠ ى جـ ب ، ∠ ى ا ب محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{\text{ب ى}}$ ∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ ا) ٣

من ١، ٢، ٣ نستنتج أن: ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)

فى Δ هـ ب جـ: ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) ∴ هـ ب = هـ جـ (وهو المطلوب)

مثال ١٠

في الشكل المقابل : /



أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل دائرة،

ى ∋ أب ، هـ ∋ ى جـ بحيث أ ى = ى هـ .

أثبت أن : المثلث أ ى هـ متساوى الأضلاع .

الحل

ا ب حـ مثلث متساوي الاضلاع فان ق(ا) = ق(ب) = ق(حـ) = ٦٠

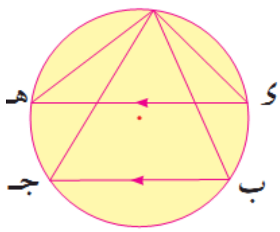
ق(م د هـ) = ق(مب حـ) = ٦٠ " محيطيتين مشتركتان في القوس ا حـ

في المثلث م د هـ بما ان م د = دهـ فان ق(هـ) = ق(م) = $\frac{١٨٠-٦٠}{٢}$ = ٦٠

فان االمثلث م د هـ متساوي الساقين

مثال ١١

في الشكل المقابل : /



في الشكلِ المقابلِ :

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ى هـ // ب جـ .

أثبت أن : ق (∠ ى أ جـ) = ق (∠ ب أ هـ) .

الحل

د هـ // ب حـ فان ق(د ب) = ق (هـ حـ) باضافة القوس (ب حـ) للطرفين

فان ق(د ب حـ) = ق(هـ حـ ب) فان ق (د ا حـ) = ق (ب ا هـ)

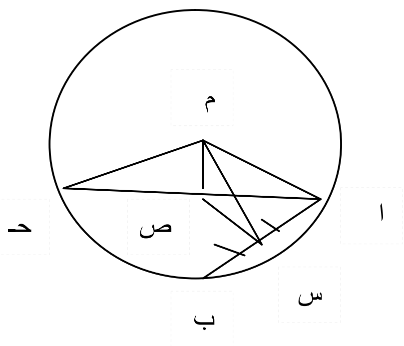
مثال ١٢

في الشكلِ المقابلِ:

دائرةٌ مركزها م، س، ص منتصفا أ ب ، أ جـ على التَّرتيب .

أثبت أن : أولاً: الشَّكل أ س ص م رباعيٌّ دائريٌّ. ثانياً: ق(∠ م س ص)=ق(∠ م جـ ص)

ثالثاً: أ م قطرٌ في الدائرة المارة بالنقط أ، س، ص، م .



" اللهم تقبل هذا العمل ابتغاء رضاك علي"