بفضل الله وإلهامه

بحث علمي في الرياضيات

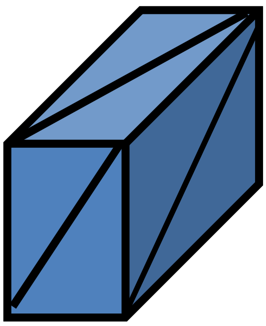
هذا ما فتح الله عليّ به

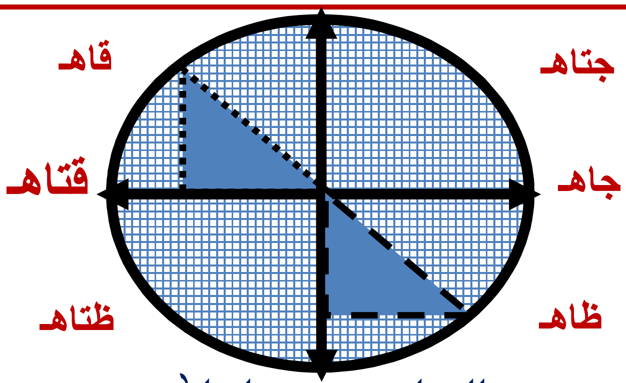
تأسيس أفكار جديدة في الرياضيات

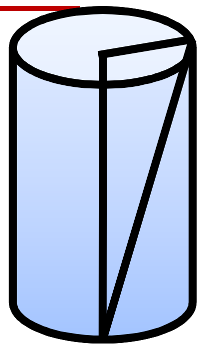
نظريات جديدة

في علم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزوايا المثلث.

مفاهيم و تطبيقات جديدة



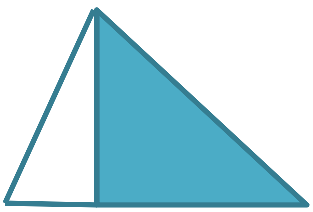


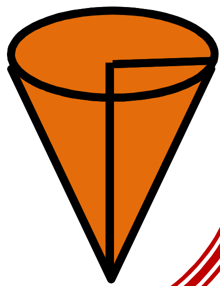


المؤلف – بفضل الله

العبد الفقير إلى الله / محمد عبدالله سلطان عبدالعالم القرشي

اليمن - صنعاء





الطبعة الأولى

١٤٣١هـ-٢٠١٠م

<u>من وحي الله المنزل على رسوله المرسل (محمد صلى الله عليه وسلم).</u>

قال الله تعالى:-

بسم الله الرحمن الرحيم

{أقرأ باسم ربّك الّذي خلق(١) خلق الإنسان من علق(٢)أقرأ وربك الأكرم(٣) الّذي علّم بالقلم(٤)علّم الإنسان ما لم يعلم (٥)..صدق الله العظيم / سورة العلق}

.... ?

من أحاديث رسول الله وخاتم أنبيائه ورسوله (صلى الله عليه وسلم)٠٠٠

٧ - باب ما جاء في كتمان العلم :-

حدثنا أحمد بن بديل بن قريش اليامي الكوفي، أخبرنا عبد الله بن نمير، عن عمارة بن زإذان عن علي بن الحكم عن عطاء، عن أبي هريرة قال: قال رسول الله صلى الله عليه وسلم:

- "من سئل عن علم علمه ثم كتمه ألجم يوم القيامة بلجام من نار". وفي الباب عن جابر وعبد الله بن عمرو. حديث أبي هريرة حديث حسن.

٧ - باب كراهية منع العلم:-

٣٦٥٨- حدثنا موسى بن إسماعيل، ثنا حماد، أخبرنا عليّ بن الحكم، عن عطاء، عن أبي هريرة قال:

قال رسول اللّه صلى اللّه عليه وسلم: "من سئل عن علمٍ فكتمه ألجمه اللّه بلجام من نارٍ يوم القيامة".سنن أبو داوود.

٧ - باب فضل طلب العلم:-

٢٧٨٤- حدثنا محمود بن غيلان، أخبرنا أبو أسامة، عن الأعمش عن أبي صالح، عن أبي هريرة قال: قال رسول الله صلى الله عليه وسلم.

- من سلك طريقا يلتمس فيه علما سهل الله له طريقا الى الجنة". هذا حديث حسن...سنن الترميذي.

الإهداء

أهدي هذا الجهد الفكري المتواضع إلى من زرع في نفسي حب طلب العلم النافع والإخلاص في العمل لله والإقتداء برسوله محمد صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه.

إلى والدي ووالدتي مع كل الحب والعرفان.

....

وإلى كل طالب علم وباحث ومتعلم ومعلم .

سائلاً الله الأجر في الآخرة بهذا العمل المقدم

ولا تنسوني من خالص دعائكم

العبد الفقير إلى الله

محمد عبدالله سلطان عبدالعالم القرشي

اليمن – صنعاء

تأسيس مبادئ جديدة في الرياضيات
نظريات جديدة
أفكار جديدة فـــــــي
حساب المثلثات قائم الزاوية والنسب المثلثية وزوايا المثلث

تأليف / العبد الفقير إلى الله
محمد عبدالله سلطان عبدالعالم القرشي

طباعة وتصميم وإخراج / المؤلف

الطبعة الأولى – ١٤٣١ هجرية - ٢٠١٠ ميلادية
اليمن – صنعاء

بسم الله الرحمن الرحيم
كلمة لابد منها

•الحمد لله الذي هدنا للإسلام وتفضل علينا برحمته وأرسل محمد صلى الله عليه وسلم،، رسولاً ونبياً ونوراً وهادياً وبشيراً ونذيراً للعالمين وجعلنا شهداء على الناس وجعل نبيه شهيداً علينا يوم الدين وأمرنا بالتفقه في الدين والتدبر في آياته وطلب العلم النافع..

• قال الله تعالى(وقل ربِّ زدني عِلماً) سورة طه آية ١١٤../

•وقال الله تعالى (يرفع الله الذين آمنوا منكم والذين أوتوا العلم درجات) سورة المجادلة آية ١١ ..

•وعن معاوية رضي الله عنه قال ..قال رسول صلى الله عليه وسلم((من يرد الله به خيراً يفقهه في الدين)) متفق عليه.

• وعن أبى هريرة رضي الله عنه أنّ رسول الله صلى الله عليه وسلم قال ((من سلك طريقاً يلتمس فيه علما سهل الله له طريقاً إلى الجنة)) رواه مسلم ،،

•وصدق رسول الله صلى الله عليه وسلم وعلى آله... ورضي الله عن الخلفاء الراشدين والصحابة الكرام أجمعين....

•وبعد....

•- لما كان عزّة المسلمين بتطبيق شريعة الله وهدي النبي محمد صلى الله عليه وسلم ،،أخذ أجدادنا العلم بقوة وبالنيّة الخالصة والإيمان الراسخ لله وحده لا شريك له..فأنتجوا أعمالاً له أثره في التاريخ والحضارة الإسلامية والعالمية فكانوا أمة عبادة وعلم وعمل وجهاد في سبيل الله وحده لا شريك له وبه فتحوا الأقطار والأمصار وأعزّهم الله فكانت أمة ذو عزة ومهابة وعلم وقوة لا ينازعها أحد في ذلك إلاّ بجهالة وجاهلية أصحابها في ضلال وهلاك وخسران مبين والحمد لله رب العالمين.

•- ولكن أصبحنا في زمان همّ الناس فيها طلب الدنيا في ما لا ينفع والاقتتال عليها وتركوا طلب الآخرة والعلم النافع وتنازعوا على الدينار والدرهم في حين أن الغرب اخذوا بمنهج الأجداد فتفكروا في آيات الله فمنهم من آمن ومنهم من كفر،، وأبدعوا في كل المجلات العلمية والصناعية والزراعية والاقتصادية عدا الربا التي به أغرقوا العالم فكنّا نحن أول الضحايا لأننا لم نعمل بمنهج الكتاب والسنة وبذلك ملّكنا العدو رقابنا وأغرقنا عقولنا فيما لا ينفع من طبل ورقص وغناء فأصبحت عقولنا جامدة لا تتفكر ولا تتدبر فأصبحنا في عصرنا هذا أذلّ أمة بلا منازع يحكمها العدو بقوة العلم والصناعة في مطعمها وملبسها وثرواتها

- لذا كان لا بد لهذا الجيل الجديد أن يتحرك لإنقاذ الأمة كل في مجال يبدع فيه من علم نافع وصناعة بفضل من الله وإلهامه تغني الأمة من الحاجة للعدو في كل المجالات لذا عزمت أن لا أكون عالة على مجتمعي وعلى العالم بأسره ورأيت أن أكون من الذين يساهمون في تقدم أمتهم والبشرية أجمعين فتوكلت على الله وبدأت أول الطريق في البحث العلمي بمستواي لعلمي المحدود وإمكانياتي المتواضعة في هذا الشأن فكان السبب الرئيسي في شروعي في هذا البحث العلمي واختياري لموضوع البحث هو موجه في علم الرياضيات حينها كنت طالباً في الثانوية وكنا ندرس علم المثلثات والنسب المثلثية وزوايا المثلث في المنهج الدراسي المقرر وطرح مشكلة علمية وهي الحصول على زوايا المثلث بدلالة النسب المثلثية دون استخدام الآلة الحاسبة العلمية وكذا الجداول المثلثية وطلب منّا البحث في هذا الشأن وأن لا نأخذ العلوم المصدرة كمسلمات وحسب بل نناقشها ومدى أهميتها والاستفادة منها وإمكانية تطويرها والإسهام في النهضة العلمية وأن لا نقلل من أنفسنا بل يجب أن نكون جزاءً من هذا العالم في البناء والنهضة العلمية لنعيد أمجاد أجدادنا العلمية المسلوبة بإهمالنا وتخاذلنا.

- فوقع نصح وتوجيه هذا المعلم الموجه الفاضل موقعاً في قلبي وأخذت الأمر على محمل الجد وبدأت البحث في المشكلة المطروحة إلى أن شرح الله صدري ويسر لي الفهم وألهمني وفتح الله عليّ بهذا الابتكار العلمي الذي هو بمثابة تأسيس علم جديد في الرياضيات وفتح مدرسةً أخرى في الرياضيات إنشاء الله تعالى والذي أقدمه هدية لكل طالب علم وباحث يمكنه الاستفادة من هذا الابتكار سائلاً الله الأجر العظيم في نشر هذا العلم الجديد الذي سوف يؤسس علم جديداً في الرياضيات وفي بقية العلوم ذات الصلة والحمد لله رب العالمين الذي فضلني بهذا العلم على كثير من خلقه وفي نعم كثيرة لا تعد ولا تحصى ما ظهر منها وما خفي.

السيرة الذاتية

البيانات الشخصية:-

الاسم الرباعي / محمد عبدالله سلطان عبدالعالم .... اللقب/ القرشي
الجنسية -(يمني) /الديانة -(مسلم)/ اللغة الأم -(العربية – كتابة ونطقاً)
تاريخ الميلاد/(١٤٠٠هجرية – الموافق ١/١/١٩٧٩م)
محل الميلاد/(اليمن) – قرية(بين المساجد–قبيلة بني سعيد القرشي)
مديرية....(التربة- الشمايتن)
لواء/(محافظة تعز). الحالة الاجتماعية / (عـازب) .

الموؤهل العلمي:-

ثانوية علمي– ثانوية جمال عبدالناصر(صنعاء- العاصمة - مديرية التحرير)المعدل التخرج ٦٣% نسبة النجاح ٥٣% في الرياضيات

الدورات:-

- **دبلوم برامج تطبيقية.**
- **دبلوم صيانة وشبكات .**

العنوان:-

- **اليمن – العاصمة صنعاء- مديرة الوحدة – الزبيري حارة لفنية**
- **تلفون المنزل (٠٠٩٦٧١٢٠٧١٧٣)**
- **موبايل (٠٠٩٦٧٧٣٦١٩٨٣٨٩)**
- **بريد إلكتروني-** mo1979a@hotmail.com

هذا والله ولي الهدايا والتوفيق
والحمد لله رب العالمين
(هـ)

.....تابع المحتويات.

مقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والرسل محمد صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه ومن تبعه بإحسان إلى يوم الدين. ...أما بعد....

في هذا البحث العلمي الذي أضعه بين أيديكم ،، في علم الرياضيات في مجال علم المثلثات عموماً ،،،ستجدون فيها تأسيس أفكار ومبادئ جديدة بصياغة نظريات ومعادلات رياضياتي أضع فيها مفهوماً جديدا في حساب المثلثات والنسب المثلثية وكذا زوايا المثلث منطلقاً من المسلمات العلمية في علم الرياضيات.

(قسمت موضوع البحث على ثلاث فصول هي)

v - الفصل الأول :-

(أ)- تأريخ علم حساب المثلثات :- وفيها أسرد مقتبساً من مواقع ويب علمية وكتب عن نشأة علم المثلثات والعلماء المؤسسين لها من المفكرين الذين لم يعرف أغلبهم الجامعات والمدارس والكليات والشهادات العليا والتي على أساسها اليوم يحضر شهادات الماجستير والدكتوراه.

(ب)- موضوع البحث:-

في هذا البند سوف استعرض المفاهيم التي أسستها بفضل الله ومفهوم النظريات ومعادلاتها .

(ج)- المشكلة العلمية.

١- تحديد المشكلة . ، ٢- حل المشكلة.

(د)- نظريات جديدة في علم المثلثات:- في هذه الباب سوف اشرع في توضيح وشرح النظريات التي أسستها بفضل الله.

v -الفص الثاني :-

(أ) نظريات زوايا المثلث :- وفيها أشرح عن المفهوم الجديد لحساب الزوايا والمعادلات المصاغة .

(ب) اشتقاق معادلات عكسية :- وفيها اشرح كيفية استنتاج معادلات عكسية للنظرية الزوايا المثلثية وتطبيقاتها.

v -الفصل الثالث :-

(أ) -اشتقاق معادلات جديد على أساس النظريات.

(ج)- تطبيقات جديدة .وفيها أوضح كيفية الاستفادة من الأفكار الجديدة في صياغة مفاهيم وتطبيقات جديدة.

(د)- وفيها ملحق أدرج فيها معادلات معاملات التحويل وكذا شرح الرموز والمصطلحات وكذا تليها صفحة ملاحظات القارئ والمؤلف ومن ثمّ خاتمة الكتاب

بسم الله الرحمن الرحيم

<u>وبالله نستعين</u>

الحمد لله الذي علمني ما لم أعلم وفضلني بهذا الفضل العظيم على كثير من خلقه وأسأل الله أن يأجرني على هذا الجهد المتواضع في خدمة الإسلام والأمة الإسلامية لما ينفعها من علم نافع وخير البشرية أجمعين وخدمة للعلم.

والآن إليكم ما فتح الله عليّ به بتأسيس أفكار وأساسيات جديد في الرياضيات في علم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزوايا المثلث وفق المسلمات العلمية المعمول به.

....

<u>الفصل الأول</u>

....

في هذا الفصل سوف نتعرف على تاريخ علم حساب المثلثات بإيجاز ومن ثمّ نشرع في موضوع البحث وتحديد المشكلة العلمية وحل المشكلة ومن ثم ندخل في موضوع البحث والنظريات المبتكرة والمعادلات الجديدة المصاغة لحل هذه المشكلة العلمية بفضل الله وضرب الأمثلة التوضيحية لهذه النظريات وتطبيقاتها وإلى الصفات التالية....

(تاريخ حساب المثلثات)

•يعود تاريخ حساب المثلثات إلى أقدم ما دون عن الرياضيات في مصر وبابل، حيث قاس البابليون الزوايا بالدرجات والدقائق والثواني. وحتى عصر اليونانيين، لم يوجد أي تطور ملحوظ في حساب المثلثات، وفي القرن الثاني قبل الميلاد، وضع الفلكي هيباركوس جدول مثلثي لحل المثلثات، حيث بدأ بـ (٧.٥°)حتى وصل إلى (١٨٠°) بدرجات مقدارها(٧.٥°)وقد أعطى الجدول لكل زاوية طول الوتر المقابل لهذه الزاوية في دائرة ذات نصف قطر ثابت ر. ومثل هذا الجدول مكافئ لجدول الجيب ، ولم تكن القيمة التي استخدمها هيباركوس لنصف القطر (ر) محددة، ولكن بعد مضي ٣٠٠ عام استخدم الفلكي بطليموس (ر)= ٦٠ لأن اليونانيين قد أخذوا نظام الأرقام الستينية البابلي. وقد ذكر بطليموس في كتابه المجسطي جدول أوتار لدرجات النصف من صفر إلى (١٨٠°) وهي تعادل (٣٦٠٠ / ١) من الوحدة، كما أنه قد شرح أيضا طريقة عمله لجدول الأوتار هذا، وفي عرضه للكتاب ذكر أمثلة عديدة على كيفية استخدام الجدول للتوصل إلى الأجزاء المجهولة من المثلثات من خلال الأجزاء المعروفة، وقد ذكر بطليموس ما يعرف الآن باسم نظرية مينيلوس لحل المثلثات الكروية، ولقرون عديدة كان ما دونه بطليموس في حساب المثلثات المقدمة الأساسية للموضوعات التي يتناولها أي فلكي. وفي نفس عصر بطليموس تقريبا، طور الهنود نظاما لحساب المثلثات يعتمد على دالة الجيب وليس على دالة الوتر التي اعتمد عليها اليونانيون، وعلى عكس الدالة الحديثة، لم تكن دالة الجيب هذه نسبة وإنما كانت ببساطة طول الضلع المقابل للزاوية في مثلث قائم الزوايا ذي وتر ثابت محدد، هذا وقد استخدم الهنود قيما متعددة لوتر المثلث القائم الزاوية. وفي نهاية القرن الثاني الهجري / الثامن الميلادي، ورث الفلكيون المسلمون التراث اليوناني والهندي واستخدموا دالة الجيب، وبحلول نهاية القرن الرابع الهجري / العاشر الميلادي، كانوا قد أكملوا الجيب والدوال الخمس الأخرى، كما وضعوا العديد من النظريات الأساسية في حساب المثلثات تتعلق بكل من المثلثات المستوية والكروية. فقد رأى البيروني أن الفترات المتساوية بين الزوايا لا تقابلها تغيرات متساوية في النسب المثلثية ، فأثبت صحتها بالطرق الهندسية، وقام بعمل جداول للجيب لكل ربع درجة بدلا من الجداول المعروفة آنذاك، وقد قام بإيجاد طول الوتر في دائرة يقابل زاوية قدرها (٤٠°) عند المركز وكان هدفه إيجاد الأوتار التي تقابل من الدورة الكاملة ثلثها وربعها وخمسها ، أعداد وقد تمكن من استنتاج قوانين مبسطة لحساب قيم هذه الأوتار فيما عدا وتري السبع والتسع، كما استنتج قوانين لوتر مجموع زاويتين أو الفرق بينهما أو قيمة نصف الزاوية مستخدما طريقة التقريب المتتابع. ثم طور الطوسي من نظريات جيب الزاوية إلى ما هي عليه الآن مستعملا المثلث المستوي، وعمل في ذلك الجداول الرياضية له ، كما قدم قاعدة الأشكال المتتامة وهي الصورة المبسطة لقانون الجيوب الذي يقضي بأن جيوب الزوايا تتناسب مع الأضلاع المقابلة لها أما الكاشي فقد حسب جداول جيب الدرجة الأولى، واستخدم ذلك في معادلة ذات الدرجة الثالثة في معادلاته المثلثية ويقول في ذلك: " إذا علم جيب قوس، وأريد معرفة جيب ثلاثة أمثالها، يضرب مكعب ذلك الجيب في أربع ثوان، وينقص الحاصل من ثلاثة أمثاله، فالباقي هو الجيب المطلوب" وصورة ذلك على ما يلي: (جا ٣س = ٤جا س٢ - ٣جا س). كما توصل المسلمون أيضا إلى المثلث القطبي للمثلثات الكروية، وقد طبقت كل هذه الاكتشافات في أغراض فلكية،

المصدر / الموسوعة الحرة......

- ، واستخدمت كوسيلة مساعدة في حساب الوقت فلكيا، وفي التوصل إلى اتجاه مكة المكرمة لأداء الصلوات الخمس التي فرضتها الشريعة الإسلامية... كما توصل العلماء المسلمون إلى جداول ذات دقة عالية، فعلى سبيل المثال الجداول التي وضعوها للجيب والمماس كانت دقيقة جدا بنسبة أكبر من جزء واحد من ٧٠٠ مليون. وقد اهتم الطوسي بعلم حساب المثلثات الكروية اهتماما بالغا ، فكان أول من قدم المتطابقات المثلثية للمثلث الكروي قائم الزاوية. أما ابن يونس فقد ابتكر القانون المعروف في حساب المثلثات (جتا أ جتا ب =٢ / ١ [جتا (أ + ب) + جتا (أ- ب)]) الذي يقضي بتحويل عملية الضرب إلى عملية جمع، فكان بذلك واضعا أول حجر في تطوير علم اللوغاريتمات. ولقد اشتغل البتاني بالأعمال الفلكية الموجهة إلى حساب المثلثات، وكان يستخدم الجيوب بانتظام مع يقين واضح من تفوقها على الأوتار التي استعملها الإغريق من قبل. وقد أكمل إدخال دوال الظل وظل التمام، وعمل جدولا لظل التمام بدلالة الدرجات على أساس العلاقة (ظتا أ = جتا أ / جا أ). كما عرف العلاقة بين الأضلاع والزوايا في المثلث الكروي العام والتي يعبر عنها بالمعادلة (جتا أ = جتاب. جتا جـ +جا ب. جا جـ).
- وبعد ذلك، تعرف الغرب على ما صاغه المسلمون في علم حساب المثلثات من خلال ترجمة كتب الفلك العربية وقد بدأت حركة الترجمة في القرن الثاني عشر، وقد كان أول عمل غربي يكتب في هذا الموضوع من تأليف الفلكي والرياضي الألماني يوهان مولر وقد سمى كتابه ريجيو مونتانوس . وفي القرن التالي، توصل الفلكي الألماني جورج يوأخيم المعروف باسم ريتيكس إلى المفهوم الحديث لدوال حساب المثلثات على أنها نسب وليست أطوال خطوط معينة. أما الرياضي الفرنسي فرانسوا فيتي فقد أدخل المثلث القطبي في حساب المثلثات الكروية وقد ذكر الصيغ المتعددة الزوايا للجيب وجيب التمام من خلال قدرة الجيب وجيب التمام. وقد خطا حساب المثلثات خطوات كبيرة إلى الأمام في أوائل القرن السابع عشر على يد عالم الرياضيات الأسكتلندي جون نابير الذي اخترع اللوغاريتمات، كما اخترع أيضا بعض القوانين المساعدة للذاكرة لحل المثلثات الكروية وكذا بعض النسب لحل المثلثات الكروية المائلة.

- وبعد نصف قرن تقريبا من نشر نابير للوغاريتمات التي وضع أسسها ابن يونس، توصل إسحاق نيوتن إلى حساب التفاضل والتكامل. وكان من ضمن الأساسيات التي اعتمد عليها هذا العمل تقديم نيوتن للعديد من الدالات على أنها متسلسلات لا نهائية في قدرات (س). ومن ثم فقد توصل نيوتن إلى متسلسلة الجيب (س) ومتسلسلة مماثلة لجيب التمام (س) و ظا (س). ومع اختراع حساب التفاضل والتكامل، أعيد النظر في تحليل الدوال المثلثية حيث ما زالت تلعب دورا هاما في كل من الرياضيات البحتة والتطبيقية. وأخيرا، وفي القرن الثامن عشر، عرف الرياضي السويسري ليونهارد يولر الدوال المثلثية على أنها أعداد مركبة، وقد أدى هذا إلى أن جعل مادة حساب المثلثات بأكملها تطبيقا واحدا من التطبيقات العملية الكثيرة للأعداد المركبة، وأظهر أن القوانين الأساسية للرياضيات مجرد نتائج لحساب هذه الأعداد.

(موضوع البحث)

كما نجد من عنوان البحث (نظريات جديدة في الرياضيات في علم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزوايا المثلث) وبالتالي فإننا سوف نناقش فرع من فروع علم الرياضيات وهي علم المثلثات عموماً .

ولقد اخترت هذا الموضوع كما ذكرت سابقاً في صفحة (كلمة لابد منها) بسبب طرح أحد الموجهين الأفاضل هذا الموضوع وأبرز هذه المشكلة العلمية فأخذت هذا الموضوع بجدّ واجتهاد وأنا ما زلت طالباً في الثانوية وكنت أتردد على أساتذة كبار في الجامعات أستسقي منهم المعلومات حول موضوع هذه المشكلة فخلصت إلى عدم وجود حلول بديلة لما هو موجود في الكتب وبالتالي حددت المشكلة تحديداً ووضعت لها الحلول بصياغة معادلاتي جديدة في هذا الشأن بفضل الله الذي علمني ما لم أعلم.

وبهذا أدركت أنه لابد من إضافة حجرة جديدة للبناء القائم في هذا العلم علم المثلثات التي على أساسها تقوم العلوم ذات الصلة .

فقسمت موضوع البحث إلى قسمين رئيسيين هما:-

القسم الأول :-

قمت بصياغة معادلات النظرية لحساب أضلاع المثلث بدلالة نسبة مثلثية وحيدة معطى وهذا ما لا يمكن تطبيقه في المعادلات الموجودة ومن ثم اشتقاق معادلات لحساب أضلاع المثلث بدلالة ضلع وحيد من أضلاعها على أساس معادلات النظرية الأساسية والذي لا يمكن تطبيقه في المفاهيم الموجودة في الكتب في علم الرياضيات والرياضيات الفيزيائية وعلم الهندسة لمثل هكذا تطبيقات بطريقة علمية معادلاتي .

القسم الثاني:-

قمت بصياغة معادلات لحساب زوايا المثلث بدلالة النسبة المثلثية لظل الزاوية ظاهـ أي ميل الزاوية بدون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو البحث في الجداول المثلثية وكذا اشتقاق معادلات عكسية لمعادلات النظرية.

وبالتالي بعد أن تعرفنا عن موضوع البحث ننتقل إلى الصفحات التالية لنتعرف على المشكلة العلمية ووضع الحلول لها قبل الشروع في النظريات الجديدة حتى نفهم تطبيقات النظرية الجديدة.

(المشكلة العلمية)

....

١- تحديد المشكلة العلمية.

٢- حل المشكلة العلمية.

(المشكلة العلمية)

تحديد المشكلة العلمية

المعضلة الأولى:-

لا يمكن حساب المثلثات بدلالة نسبة مثلثية وحيدة معطى إلاّ على أساس نسب مثلثية محصورة بين الصفر والواحد الصحيح أي (٠ < جاهـ ، جتاهـ > ١) وبالتالي تكون النتائج وفق هذه الفئة الأرقام،، بمعنى أنه يمكن حساب المثلثات بدلالة نسبة مثلثية معطى من خلال معادلات النسب المثلثية المعروفة منذوا القدم لكن النتائج لهذه النسب لا تعطى أرقاماً أو أطوالاً أكبر من الواحد الصحيح كما أسلفت الذكر أي أن النتائج تكون محصورة لأضلاع المثلث بين الصفر والواحد الصحيح أن.. (٠ < ص ، س < ١،، بيمنا تكون ضلع الوتر و = ١....دائماً) .

لكن يمكن الحصول على أطوال أكبر من الواحد الصحيح لأضلاع المثلث في حال افترضنا رقماً اختياريا أو عشوائيا لأحد أطوال المثلث وكذا نسبة مثلثية معطى في هذه الحالة يمكن تكوين مثلث ذات أطوال تكون أكبر من الواحد الصحيح.

لكن هذه الطريقة في الحل الرياضي لا تخدم في صياغة معادلات وتطوير مفهوما جديد في العلوم.،، ومن هنا انطلقت في تحديد المشكلة العلمية وايجاد حلاً رياضياً لها في صياغة نظريات ومعادلاتها رياضية كما سيأتي الذكر في الصفحات التالية.

المعضلة الثانية:-

يمكن حساب زويا المثلث بدلالة أي نسبة مثلثية معطى من خلال مفهوم المتسلسلة الحسابية إلاّ أن هذه الطرق الرياضية صعبة ومعقدة وطويلة في الحل الرياضي لذا تم برمجتها في الآلة الحاسبة العلمية أو الكمبيوتر من باب التبسيط لهذه الطرق لذا فكرت بصياغة نظرية معادلات بسيطة في حل هذه المشكلة إضافة أنه من الممكن الاستفادة من هذه النظرية الجديدة ومعادلاتها في صياغة مفاهيم جديدة وهذا ما توصلت إليه بفضل الله.

خلاصة المشكلة العلمية:-

١- لا يمكن حساب أو تكوين مثلثات بدلالة نسبة مثلثية وحيدة معطى معادلاتياً.

٢- لا يمكن حساب أو تكوين مثلثات افتراضية بدلالة ضلع وحيد من أضلاع المثلث.

٣- لا يمكن توظيف العمليات الحسابية المتسلسلة المستخدمة في حساب زاويا المثلث وذالك في صياغة معادلات ومفاهيم جديدة في العلوم.

.....الباقي في الصفة التالية.

حلول المشكلة العلمية

حل المعضلة الأولى:-

١- يمكن حساب أو تكوين مثلث قائم الزاوية وتوليد مثلثات لا نهائية بدلالة نسبة مثلثية معطى بطريقة معادلاتي دون وضع رقم أو طول اختيار من أطوال للمثلث كما ستجدون ذالك في باب نظرية أضلاع المثلث والنسب المثلثية. وهذا ما لا يمكن تطبيقه في المعادلات الموجودة في الكتب الذي أسسها العلماء سابقاً وهنا أصالة البحث وجديد الفكرة .

٢- يمكن حساب أو تكوين مثلثات افتراضية بدلالة ضلع من أضلاعها فقط وفقط وهذا ما لا يمكن تطبيقه رياضياً ويراه بعض علماء الرياضيات أنها غير منطقية ومستحيلة وفق المسلمات الرياضية التي بين أيديهم ،، مع الأسف واحترما لمعلوماتهم وعلمهم، أقول أنهم مخطئون تماما ،، لأنهم لم يتمعنوا في أصل المعادلات الخاصة في حساب المثلثات والتي اشتقت من أصل معادلات نسبية لذا فهي منطقية بل وتطور معادلات ومسلمات علمية كما ستجدون ذالك في باب التطبيقات.

حل المعضلة الثانية:-

v يمكن حساب زوايا المثلث بدلالة أي نسبة مثلثية بطريقة معادلاتي بسيطة وسهلة كما ستجودن ذالك في باب نظرية زوايا المثلث بل وتخدم في صياغة مفاهيم ومعادلات جديدة وذالك دون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب وكذا البحث في الجداول المثلثية والمتسلسلات الحسابية المعقدة . والتي تم توظيفها في برمجتها في الحاسوب والحاسبات لصعوبتها .

الخلاصة:-

١- يمكن بناء أو تكوين مثلثات قائم الزاوية افتراضية بدلالة نسبة مثلثية وحيدة .

٢- يمكن بناء مثلثات قائم الزاوية بدلالة ضلع وحيد معطى من أضلاعها أو بدلالة زاوية وضلع دون تحويل الزاوية إلى نسبة مثلثية توظيفها كزاوية في التطبيق الحسابي وكذا من الممكن بدلالة ضلع وزاويتان.

٣- يمكن حساب زوايا المثلث بدلالة نسبة مثلثية وحيدة معطى بدون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو البحث في الجداول المثلثية أو الطرق الحسابية المتسلسلة والتي لا تخدم في صياغة معادلات علمية جديدة.

٤- أصبح من الممكن عمل تطبيقات علمية جديدة وفتح مجال جديد للبحث العلمي في العلوم المتصلة بهذه الأفكار والأطروحة العلمية الجديدة .

هذا ولله الحمد

نظريات أضلاع المثلث

١- بدلالة نسب مثلثية.

٢- بدلالة ضلع وحيد.

v - وبعد أن تعرفنا على المشكل العلمية وتحديد حلولها يمكن القول بأننا نضع حجراً جديداً قي علم حساب المثلثات عموماً من خلال ابتكار هذه النظريات الجديدة بفضل الله .

وإلى الصفحة التالية لنتعرف على هذا المفهوم الجديد ومدى إمكانية الاستفادة منه في التطبيقات العلمية وميادين البحث العلمية إنشاء الله تعالى...

v -عزيزي القارئ والباحث والمتعلم سوف أكتفي ببرهان نظرية جيب الزاوية وكذا اشتقاق المعادلات العكسية لنظرية جيب الزاوية كنموذج لبقية النظريات لأنها لا تختلف طريقة الاشتقاق والبرهان لهذه النظريات عن برهان نظرية جيب الزاوية وسأترك اشتقاق وبرهان لبقية النظرية كتمرين ذهني وتنشيط العقل وإذا كانت هناك أي صعوبة أو ملاحظات علمية أو استفسارات أرجوا مراسلتي عبر الإميل الموجود في السير الذاتية حتى أوضح وأجيب على أي تساؤلات حول النظريات...

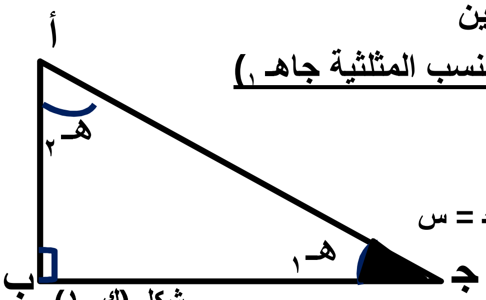
J ° .

?

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية جاهـ$_{١}$)



شكل (ك - ١)

(بند١ – ١)/ نظرية جيب الزاوية):-

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب ج = س

طول ضلع الوتر أج = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية (ج = هـ$_{١}$) لأننا نتعامل مع النسبة (جاج = جاهـ$_{١}$)

و بفرض أنّ كلاً من(م:= ١+جاهـ$_{١}$)،(ح:=١- جاهـ$_{١}$)،(د:= ١- ح = جاهـ$_{١}$) وهي علاقة مثلثية.

وعلمت أنّ النسبة المثلثية(جاهـ$_{١}$) معطى معلوم بحيث تكون(٠< جاهـ$_{١}$< ١)...شرط تحقق النظرية.

فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع القائم..
$$\left(\text{ص} = \frac{\text{د:= جاهـ}_{١}}{\text{ح := ١ـ جاهـ}_{١}} \quad،\quad \text{ص} = \frac{[\text{د + د .... }\infty]}{\text{ح}} \quad،\quad \text{ص} = \frac{\text{د}}{[\text{ح + ح ... }\infty]}\right)$$

$$\left(\text{س} = \sqrt{\frac{\text{م : = ١ + جاهـ}_{١}}{\text{ح := ١ ـ جاهـ}_{١}}} \quad،\quad \text{س} = \sqrt{\frac{\text{ع}[\text{م + م .... }\infty]}{\text{ح}}} \quad،\quad \text{س} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}[\text{ح + ح...}\infty]}}\right)$$

ضلع الوتر...
$$\left(\text{و} = \frac{\text{م - د:= ١}}{\text{ح:=١ـ جاهـ}_{١}} \quad،\quad \text{و} = \frac{[\text{(م – د)+(م - د)....}\infty]}{\text{ح}} \quad،\quad \text{و} = \frac{\text{م - د}}{[\text{ح + ح ....}\infty]}\right)$$

<u>شروط تحقق معادلات النظرية :-</u>

١ – أن تكون النسبة المثلثية (جاهـ$_{١}$) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(جاهـ$_{١}$) محققة للشرط بحيث تكون(٠< جاهـ$_{١}$ ≯ ١)...(مسلّمة علمية)

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤- مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ ٠)

<u>النتيجة:-</u>

- **دائما يكون الضلع القائم (ص) في المثلث اصغر أضلاع المثلث.**

التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (٠ < جاهـ$_{١}$< ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائماً ما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ$_{١}$< ٤٥°)أي أن ..(جاهـ$_{١}$< جتاهـ$_{٢}$).

- **تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة الحقيقية ،، أي متضاعفة ،، أو تنازلياً أي أصغر واصغر من المثلثات ألاّ نهائية كما هو ملحوظ من المعادلات أعلاه .**

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

مناقشة الفرضية (م ، ح ، د)

قبل الشروع في برهان النظرية سوف نتعرف عن مفهوم وأساس الفرضية (م،ح ، د) التي على أساسها تم بناء النظرية ومعادلاتها حتى نكون على إلمام كامل لمفهوم النظرية وحتى لا نتصور بأننا نصطدم مع مسلمات علمية دون أن نعي وندرك مفهوم الفرضية التي هي أساسا تنطلق من مسلمة علمية أساسها علاقة مثلثية كما يلي.....

الفرضية كلاً من :-

(م = ١+جاهـ) ، (ح = ١- جاهـ) ، (د = ١ - ح)....

هي فرضية تعبر عن علاقة مثلثية على التالي..

في مثلث القائم (أ ب ج) فيه كلاً من أضلاع المثلث.. /الضلع القائم (أ ب = ص) ، الضلع الأفقي(ب ج = س) ،، الوتر الواصل بين الضلعين.(أ ج = و)

(الفرض الأول):-

(م = ١ + جاهـ) ..أساس الفرض هي عبارة عن علاقة مثلثية ناتجة من التالي.

بما أنه لدينا من المثلث القائم (أ ب ج) :-

الضلع القائم (ص) ، وضلع الوتر (و) ...معطى من المثلث.

فإن مجموع (و + ص) مقسوماً على (و) يساوي (١ + جاهـ).أي أنّ...

$$م = \frac{و + ص}{و} = ١ + جاهـ$$

التحقق:-

بما أن ... و = $ص^2 + س^2$ ....من فيثاغورث ...نجد أن...

وبما أن ص تعبر عن جاهـ ، س تعبر عن جتاهـ من علاقات النسب المثلثية....فإن..

$$و = \sqrt{ص^2 + س^2} \longleftarrow \sqrt{جا^2هـ + جتا^2هـ} = ١$$ **...هل فهمت لماذا الوتر (و) = ١ .. دائماً**

$$م = \frac{\sqrt{ص^2 + س^2}}{\sqrt{ص^2 + س^2}} + \frac{ص}{\sqrt{ص^2 + س^2}} = \frac{\sqrt{جا^2هـ + جتا^2هـ}}{\sqrt{جا^2هـ + جتا^2هـ}} + \frac{جاهـ}{\sqrt{جا^2هـ + جتا^2هـ}}$$

ومنه نجد أن ...

(م = ١ + جاهـ) ....وهو المطلوب إثباته.

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

تابع - مناقشة الفرضية (م ، ح ، د)

الفرضية الثانية :-

(ح = ١- جاه)

هي فرضية تعبرعن علاقة مثلثية كما التالي..

في مثلث القائم (أ ب ج) فيبما أنه لدينا من المثلث القائم (أ ب ج) :-

الضلع القئم (ص) ، وضلع الوتر (و) ...معطى من المثلث.

فإن فارق (و - ص) مقسوماً على (و) يساوي (١ - جاه).أي أنّ...

$$\text{م} = \frac{\text{و} - \text{ص}}{\text{و}} = ١ - \text{جاه}$$

التحقق:-

بما أن ... و = ص + س ....من فيثاغورث ...نجد أن...

وبما أن ص تعبر عن جاه ، س تعبر عن جتاه من علاقات النسب المثلثية فإن.

$$\text{و} = \sqrt{\text{ص}^{٢} + \text{س}^{٢}} \longleftarrow \sqrt{\text{جا}^{٢}\text{ه} + \text{جتا}^{٢}\text{ه}} = ١$$

$$\text{م} = \frac{\sqrt{\text{ص}^{٢} + \text{س}^{٢}}}{\sqrt{\text{ص}^{٢} + \text{س}^{٢}}} - \frac{\text{ص}}{\sqrt{\text{ص}^{٢} + \text{س}^{٢}}} = \frac{\sqrt{\text{جا}^{٢}\text{ه} + \text{جتا}^{٢}\text{ه}}}{\sqrt{\text{جا}^{٢}\text{ه} + \text{جتا}^{٢}\text{ه}}} - \frac{\text{جاه}}{\sqrt{\text{جا}^{٢}\text{ه} + \text{جتا}^{٢}\text{ه}}}$$

ومنه نجد أن ...

(ح = ١ - جاه) ....وهو المطلوب إثباته.

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

تابع - مناقشة الفرضية (م ، ح ، د)

الفرضية الثالثة :-

(د = ١ - ح)....

(د = ١ - ح) ..أساس الفرض هي عبارة عن علاقة مثلثية ناتجة من التالي.

بما أنه لدينا من المثلث القائم (أ ب ج) :-

الضلع القائم (ص) ، وضلع الوتر (و) ...معطى من المثلث.

فإن ناتج قسمة (ص) على (و)أي أنّ...

$$د = ١ - ح = ١ - (١ - جاهـ) = ١ - ١ + جاهـ = جاهـ = \frac{ص}{و} = جاهـ$$

التحقق:-

بما أن ... و $= \sqrt{ص^٢ + س^٢}$ ....من فيثاغورث ...نجد أن...

وبما أن ص تعبر عن جاه ، س تعبر عن جتاه من علاقات النسب المثلثية....فإن..

$$و = \sqrt{ص^٢ + س^٢} \longleftarrow \sqrt{جا^٢هـ + جتا^٢هـ} = ١$$

وبما أن ...

$$د = \frac{ص}{\sqrt{ص^٢ + س^٢}} = \frac{جاهـ}{\sqrt{جا^٢هـ + جتا^٢هـ}} = \frac{جاهـ}{\sqrt{١}} = جاهـ$$

ومنه نجد أن ...

(د = ١ - ح = جاه) ....وهو المطلوب إثباته.

وبعد تعرفنا على مفهوم الفرضية وأساسها ننتقل إلى الصفحة التالية لنتعرف على برهان النظرية.....

(نموذج - برهان النظرية أضلاع المثلث بدلالة نسبة مثلثية)..

المعطيات:-

بفرض أنّ كلاً من/(م = ١ + جاهـ)،(ح =١ـ جاهـ)،(د = ١ ـ ح)معادلات حسابية.

المطلوب :- أضلاع المثلث قائم الزاوية كلاً من...

الضلع القائم (ص) ، الضلع الأفقي(س) ، ضلع الوتر (و)

العمل :-

بما أنّ كلاً من .... (د = جاهـ) ، (ح =١ـ جاهـ) ...... فرضية معطى من النظرية.

فإنّ (د) مقسوماً على(ح) تعطي الضلع القائم (ص) لمثلث قائم الزاوية.

$$\text{ص} = \frac{\text{د}}{\text{ح}} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{١ـ جاهـ}}$$

..وهي المعادلة الأساسية ومنها نشتق معادلة متغيرة .. تعطي أطوال متغيرة للمثلث...أي أطوال غير ثابتة.

..ومنه نجد أن..

$$\text{ص} = \frac{\text{د}}{\text{ح}} = \frac{\text{د + د + د ...}\infty}{\text{ح}} = \frac{\text{جاهـ + جاهـ +جاهـ .....}\infty}{\text{١ – جاهـ}}$$

...وهو المطلوب

وكذا نجد أن ...

$$\text{ص} = \frac{\text{د}}{\text{ح}} = \frac{\text{د}}{[\text{ح + ح+ ح ....}\infty]} = \frac{\text{جاهـ}}{[\text{١- جاهـ + ١- جاهـ +١- جاهـ....}\infty]}$$

....

بما أنّ كلاً من .... (م = ١ +١ جاهـ) ، (ح = ١ ـ جاهـ)،معطى.

فإنّ (م) مقسوماً على(ح) تعطي الضلع الأفقي (س)كالتالي.

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ح}}} = \sqrt{\frac{\text{١ + جاهـ}}{\text{١ـ جاهـ}}}$$

...وهي المعادلة الأساسية التي تعطي قيمة ثابتة لأطوال المثلث لكننا سنشتق منها معادلة تعطي قمة غير ثابتة لأطوال المثلث مع ثبوت (جاهـ).

ومنه نجد أنّ...

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{م + م + م ...}\infty}{\text{١- جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{(١+جاهـ)+(١+جاهـ)+(١+جاهـ)...}\infty}{\text{١ – جاهـ}}}$$

تابع برهان النظرية......

وكذا نجد أن ...

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}[\text{ح} + \text{ح} + \text{ح} ... \infty\ ]}} = \sqrt{\frac{\text{١ + جاهـ}}{\text{ع}[(\text{١ - جاهـ})+(\text{١ - جاهـ})+(\text{١ - جاهـ})...\infty]}}$$

....

بما أنّ كلاً من .... م = ١+ جاهـ ، د = جاهـ ......معطى.

فإنّ فارق (م - د) مقسوماً على(ح) تعطي ضلع الوتر(و) لمثلث قائم الزاوية كالتالي

$$\text{و} = \frac{\text{م - د}}{\text{ح}} = \frac{(\text{١+ جاهـ}) - (\text{جاهـ})}{(\text{١– جاهـ})} = \frac{\text{١+ جاهـ - جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{١}}{\text{١- جاهـ}} \text{ ..وهو المطلوب}$$

والآن نشتق المعادلات التي تعطي اطوال متغيرة أما تصاعدياً أو تنازليا

$$\text{و} = \frac{(\text{م - د})+(\text{م – د}) ... \infty}{\text{ح}} = \frac{(\text{١+جاهـ - جاهـ})+(\text{١+جاهـ - جاهـ}) ....\infty}{\text{١ – جاهـ}}$$

وكذا نجد أن ......

$$\text{و} = \frac{(\text{م - د})}{[\text{ح} + \text{ح} ... \infty]} = \frac{\text{جاهـ}}{[(\text{١ - جاهـ})+(\text{١ - جاهـ})....\infty]}$$

<u>إذاً نجد مما سبق الآتي:-</u>

أ - المعادلة الأساسية تعطي قيمة حقيقة ثابتة لأطوال المثلث بدلالة جيب الزاوية(جاهـ).

ب- إشتقاق معادلات من المعادلة الأساسية تعطي مثلثات ذات أطوال غير ثابتة أي متغيرة على النحو التالي..

١- بإضافة (د = جاهـ) تزايدياً في بسط المعادلة كما هو ملحوظ من معادلة (ص) مع ثبوت قيمة المقام أي أن البسط متغير والمقام ثابت تعطي الضلع القائم (ص) أطوال متغيرة تصاعدياً أي أطوال متضاعفة اكبر واكبر وكذا في بقية المعادلات لكل من(س، و)

٢- بإضافة (ح = ١- جاهـ) تزايدياً في مقام المعادلة كما هو ملحوظ من معادلة (ص) مع ثبوت قيمة البسط وتغير المقام تعطي الضلع القائم (ص) أطوال متغيرة تنازلياً أي أصغر واصغر وكذا في بقية المعادلات لكل من (س ، و).

التعليل / لأن نسبة جيب الزاوية مع ثبوتها إلاّ أن أطوالها المثلثية غير ثابتة لذا كان لابد من تحويل المعادلة الأساسية التي تعطي قيمة حقيقة ثابتة إلى معادلة متغيرة .

(اشتقاق معادلات عكسية لمعادلات النظرية بدلالة أضلاع المثلث)

والآن من خلال معادلة النظرية سوف نستنتج معادلة عكسية كما يلي.....

والآن إليك استنتاج المعادلة على أساس معادلات النظرية بدلالة النسبة(جاهـ) كالتالي.

معادلة عكسية ـ بند(أ-١) معادلة النسبة (جاهـ) بدلالة الضلع القائم (ص) معطى.

بما أنّ :-

$$ص = \frac{جاهـ}{١ - جاهـ}$$ **.. معطى من النظرية بند (أ – ١) نجد أنّ.**

بضرب المعادلة طرفين في وسطين نجد أنّ.

$$\frac{(ص)}{(١)} = \frac{(جاهـ)}{(١ - جاهـ)} \leftarrow جاهـ = ص(١ - جاهـ) \leftarrow (جاهـ = ص - ص\ جاهـ)$$

.... وبنقل (- ص جاهـ) إلى الطرف الأيمن مع تغير الإشارة نجد أن....

$$(جاهـ + ص\ جاهـ = ص) \leftarrow (١ + ص)\ جاهـ = ص \leftarrow جاهـ = \frac{ص}{١ + ص}$$

$$\boxed{جاهـ = \frac{ص}{١ + ص}}$$ **.. وهي معادلة النسبة(جاهـ) بدلالة الضلع القائم (ص) معطى ... (بدلالة ضلع واحد فقط)..**

شروط تحقق المعادلة العكسية بدلالة الضلع القائم (ص) ومعطى وحيد فقط وفقط:-

١- أن يكون الضلع القائم المفترض (ص) معطى.

٢- أن تكون قيمة الضلع (ص) أكبر تماماً من الصفر (ص > ٠) بحيث تكون مقام المعادلة لا تساوي الصفر (≠ ٠).

٣- أن يكون ناتج النسبة أكبر من الصفر واصغر من الواحد الصحيح(٠ < جاهـ < ١)

نتيجة:-

v - دائماً ما تكون نتيجة نسبة جيب الزاوية (جاهـ) لهذه المعادلة بدلالة الضلع (ص) أصغر من نسبة جيب التمام وبالتالي فإن الضلع القائم (ص) < الضلع الأفقي (س).

التفسير :-

v - لأن هذه المعادلة المشتقة من أصل معادلة النظرية تخضع لشرط(٠< جاهـ <١) وبالتالي فإنه من البديهي أن تكون جيب الزاوية جاهـ < جتاهـ جيب تمام الزاوية.

حتى يقترب كلاهما من الواحد الصحيح عندها يقتربان من درجة التساوي في القيمة أي أنه عندما تساوي كلتاهما ٤٥° .

هذا ولله الحمد

تابع إشتقاق المعادلات العكسية

معادلة عكسية:- بند(أ-٢) معادلة النسبة (جاهـ) بدلالة الضلع الأفقي (س) معطى .

- **بما أنّ:-**

$$س = \sqrt{\frac{١ + جاهـ}{١ - جاهـ}}$$

......معطى من النظرية بند(أ - ١) بتربيع طرفي المعادلة نجد أنّ (س) تساوي....

$$س^٢ = \frac{١ + جاهـ}{١ - جاهـ}$$

بضرب المعادلة طرفين في وسطين(١+جاهـ)=(س٢)(١- جاهـ) ....ومنه نجد أن .

(١+جاهـ)=(س٢ – س٢ جاهـ).. وبنقل(- س٢ جاهـ) إلى الطرف الأيمن ...ومنه نجد أن.

س٢ جاهـ + جاهـ = س٢ – ١..ومنه (س٢+ ١)جاهـ = س٢ – ١ ... ومنه نجد أنّ.

$$\boxed{جاهـ = \frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ١}}$$

.. وهي معادلة النسبة(جاهـ) بدلالة الضلع الأفقي (س) معطى ....(بدلالة ضلع واحد فقط) .

<u>شروط تحقق المعادلة العكسية بدلالة الضلع الأفقي (س) ومعطى وحيد فقط وفقط:-</u>

١- أن يكون الضلع الأفقي المفترض (س) معطى.

٢- أن تكون قيمة الضلع (س) أكبر تماماً من الصفر (س > ٠) بحيث تكون مقام المعادلة لا تساوي الصفر (≠ ٠).

٣- أن يكون ناتج النسبة أكبر من الصفر واصغر من الواحد الصحيح(٠ < جاهـ < ١)

<u>نتيجة:-</u>

v - دائماً ما تكون نتيجة نسبة جيب الزاوية (جاهـ) لهذه المعادلة بدلالة الضلع (س) أصغر من نسبة جيب التمام وبالتالي فإن <u>الضلع الأفقي (س) > الضلع الأفائم (ص).</u>

<u>تذكر - التفسير :-</u>

v - لأن هذه المعادلة المشتقة من أصل معادلة النظرية تخضع لشرط(٠< جاهـ < ١) وبالتالي فإنه من البديهي أن تكون جيب الزاوية <u>جاهـ < جتاهـ</u> جيب تمام الزاوية.

حتى يقترب كلاهما من الواحد الصحيح عندها يقتربان <u>٤٥°</u>...

.... التالية.

تابع إشتقاق المعادلات العكسية

معادلة عكسية: بند (أ-٣) معادلة النسبة المثلثية (جاهـ) بدلالة ضلع الوتر(و) معطى

بما أنّ:-

و = $\frac{١}{١ - جاهـ}$ ... من النظرية بند (أ – ١) بضرب المعادلة طرفين × وسطين ومنه نجد أنّ.....

$\frac{(و)}{(١)} = \frac{(١)}{(١- جاهـ)}$ .. ومنه (١) = و(١ – جاهـ) ومنه نجد أن....... ١= و – و جاهـ

$$\boxed{جاهـ = \frac{و - ١}{و}}$$

وهي معادلة النسبة المثلثية(جاهـ) بدلالة ضلع الوتر(و) معطى

شروط تحقق المعادلة العكسية بدلالة ضلع الوتر (و) معطى وحيد فقط وفقط:-

١- أن يكون ضلع الوتر المفترض (و) معطى.

٢- أن تكون قيمة الضلع (و) أكبر تماماً من الصفر (و > ٠) بحيث تكون مقام المعادلة لا تساوي الصفر (≠ ٠).

٣- أن يكون ناتج النسبة أكبر من الصفر واصغر من الواحد الصحيح(٠ < جاهـ < ١)

نتيجة:-

v - دائماً ما تكون نتيجة نسبة جيب الزاوية (جاهـ) لهذه المعادلة بدلالة الضلع (و) أصغر من نسبة جيب التمام وبالتالي فإن الضلع الأفقي (س) > الضلع الأفائم (ص).

و بالتلي فإن كلاهما أصغر من ضلع الوتر.

التفسير :-

v - لأن هذه المعادلة المشتقة من أصل معادلة النظرية تخضع لشرط(٠< جاهـ <١) وبالتالي فإنه من البديهي أن تكون جيب الزاوية جاهـ < جتاهـ جيب تمام الزاوية.

بينما تكون ضلع الوتر أكبر من الضلعان الآخران لأنها تقابل الزاوية القائمة ٩٠° وهي أكبر من الزاويتان الآخران المقابلان للضلعين (س ، ص)...(بديهة هندسية).

....

وهكذا نكون قد حصلنا من معادلات النظرية على معادلات عكسية وهي معادلات النسبة المثلثية جاهـ بدلالة أضلاع المثلث وهذا يقودنا إلى اشتقاق معادلات معادلات جديدة وهي معادلات أضلاع المثلث بدلالة ضلع من أضلاع المثلث ......

والآن سوف نأخذ ألمعادلات العكسية ومعادلات النظرية بند(أ – ١) لاشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة أضلاعها (ملاحظة بدلالة ضلع واحد فقط).

أولاً:- بند(ب – ١)معادلة الضلع القائم (ص)بدلالة الضلع الأفقي(س)معطى معلوم.

- **بما أنّ:-**

$$\boxed{ص = \frac{جاهـ}{١ ـ جاهـ}}$$ **..من النظرية ، وبما أنّ** $$\boxed{جاهـ = \frac{س^٢ – ١}{س^٢ + ١}}$$ **..بند (١ – ٢).**

بتعويض معادلة (جاهـ) في معادلة (ص) نجد أنّ.

$$ص = \frac{\dfrac{(س^٢ – ١)}{(س^٢ + ١)}}{(١) – \dfrac{(س^٢ – ١)}{(س^٢ + ١)}} = \frac{\dfrac{(س^٢ – ١)}{\cancel{(س^٢ + ١)}}}{\dfrac{(س^٢ + ٤) – (س^٢ – ٤)}{\cancel{(س + ١)}}} = \frac{(س^٢ - ١)}{(س^٢ + ١) ـ (س^٢ – ١)}$$

$$ص = \frac{س^٢ – ١}{\cancel{س^٢} + ١ – \cancel{س^٢} + ١} = \frac{س^٢ – ١}{٢}$$ **وبالاختصار حصلنا على المعادلة المطلوبة.**

$$\boxed{ص = \frac{س^٢ – ١}{٢}}$$ **.. وهي معادلة الضلع القائم (ص) بدلالة الضلع الأفقي (س) ....(ضلع واحد فقط).**

- **شرط تحقق المعادلة :- هي نفس شروط معادلات النظرية والمعادلات العكسية.**

•وبنفس الطريقة السابقة في عملية التعويض والتحليل والتطبيق سوف نحصل على بقية النتائج لذا لن نحتاج لعملية التكرار هنا وبالتالي سوف أطرح النتائج مباشرة على النحو الآتي:-

وإلى الصفحة التالية......

ثانياً – بند (ب – ٢) معادلة الضلع القائم (ص) بدلالة ضلع الوتر (و) معطى معلوم

- بما أنّ:-

$\text{ص} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{١ـ جاهـ}}$ ......من النظرية ، $\text{جاهـ} = \frac{\text{و – ١}}{\text{و}}$ ..... من النتيجة(١– ٣)

- .... بتعويض معادلة هذه النتيجة في (ص)........ نجد أنّ (ص) تساوي.

$\boxed{\text{ص} = \text{و - ١}}$ .. وهي معادلة الضلع القائم (ص) وذلك بدلالة ضلع واحد فقط (و)

أولاً – بند (ت– ١) معادلة الضلع الأفقي (س) بدلالة الضلع القائم (ص) معطى معلوم

- بما أنّ:-

$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{١+ جاهـ}}{\text{١ ـ جاهـ}}}$ ...من النظرية، وبما أنّ... $\text{جاهـ} = \frac{\text{ص}}{\text{١ + ص}}$..من النتيجة(١ -١).

أولاً نتخلص من جذر معادلة النظرية بالتربيع فنجد أنّ.

$\text{س}^{٢} = \frac{\text{١+ جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}}$ .... وبتعويض معادلة (جاهـ) بدلالة الضلع (ص) في معادلة ($\text{س}^{٢}$) ..... نجد أنّ.

$\boxed{\text{س} = \sqrt{\text{١+ ٢ص}}}$.... وهي معادلة الضلع الأفقي (س) بدلالة الضلع القائم(ص) ...(ضلع واحد فقط).

ثانياً– بند (ت – ٢) معادلة الضلع الأفقي (س) بدلالة ضلع الوتر (و) معطى معلوم

- بما أنّ:-

$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{١+ جاهـ}}{\text{١ـ جاهـ}}}$ ...من النظرية، وبما أنّ... $\text{جاهـ} = \frac{\text{و – ١}}{\text{و}}$ ...من النتيجة(١– ٣)

أولاً نتخلص من جذر معادلة النظرية بالتربيع فنجد أنّ... التالية....

$\text{س}^{٢} = \frac{\text{١+ جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}}$..وبتعويض معادلة(جاهـ)بدلالة ضلع الوتر(و)في معادلة($\text{س}^{٢}$) نجد أنّ.

.....الباقي في الصفحة التالية...

- مما سبق نحصل على المعادلة النهائية للضلع (س) بدلالة الوتر(و) فنجد أن...

س = $\sqrt{٢و - ١}$ ... وهي معادلة الضلع الأفقي(س)بدلالة ضلع الوتر(و)

لاحظ بدلالة ضلع وحيد فقط وفقط ....

أولاً– بند (ث – ١) معادلة ضلع الوتر (و) بدلالة الضلع القائم (ص) معطى معلوم

- بما أنّ:-

و = $\frac{١}{١ - جاهـ}$ ...من النظرية ، وبما أنّ... جاهـ = $\frac{ص}{١+ ص}$ ..من النتيجة (١– ١).

.... وبتعويض معادلة (جاهـ) بدلالة الضلع القائم (ص) في معادلة الوتر(و) نجد أنّ.

$\boxed{و = ١ + ص}$ ..... وهي معادلة ضلع الوتر (و) بدلالة الضلع القائم(ص) .

ثانياً – بند (ث– ٢) معادلة ضلع الوتر (و) بدلالة الضلع القائم (س) معطى معلوم

بما أنّ:-

و = $\frac{١}{١ - جاهـ}$.....من النظرية ، وبما أنّ... جاهـ = $\frac{س^٢ - ١}{س^٢ + ١}$ من النتيجة(١ –٢).

.... وبتعويض معادلة (جاهـ) بدلالة الضلع الأفقي (س) في معادلة الوتر(و) نجد أن.

$\boxed{و = \frac{س^٢ + ١}{٢}}$ ... وهي معادلة ضلع الوتر (و) بدلالة الضلع الأفقي(س).

v - **إذا مما سبق اشتققنا التالي...**

١- معادلات أضلاع المثلث بدلالة النسبة المثلثية لجيب الزاوية (جاهـ).

٢- معادلات أضلاع المثلث بدلالة ضلع من أضلاعها .

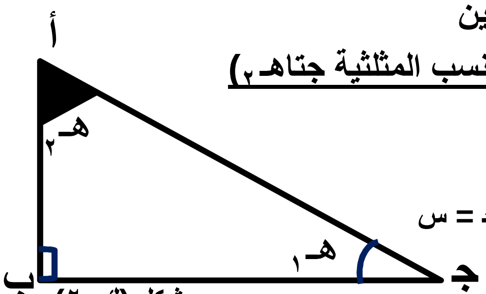
٣- من معادلات النظرية والمعادلات العكسية قادنا إلى صياغة معادلات أضلاع المثلث بدلالة ضلع وحيد من أضلاع المثلث. وهذا ما جعل يوهم من لم يفهم أساس النظرية بأنها تصطدم بمفهوم ونظرية فيثاغورث باعتبار ذلك مستحلاً ولكن الناظر لأساس المعادلة سيفطن ويتنبه أنها لا تصطدم مع الأساسيات العلمية والمبادئ...رجاءً أرجوا التركيز والانتباه والتمحيص حتى يفهم الهدف من هذا الإبتكار والتأسيس الجديد لهذا العلم... ولله الحمد على فضله وعطائه الغير محدود لخلقه وعباده....

وإلى الصفحة التالية...

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية جتاهـ$_{٢}$)



شكل (ك - ٢)

(بند١-٢)/نظرية جيب تمام الزاوية):-

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب جـ = س

طول ضلع الوتر أجـ = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية (أ = هـ $_{٢}$) لأننا نتعامل مع النسبة (جتاأ = جتاهـ$_{٢}$)

و بفرض أنّ كلاً من(م: = ١+جتاهـ$_{٢}$)،(ح: =١- جتاهـ $_{٢}$)،(د:= ١- ح = جتاهـ $_{٢}$) وهي علاقة مثلثية وعلمت أنّ النسبة المثلثية(جتاهـ $_{٢}$) معطى معلوم بحيث تكون(٠< جتاهـ $_{٢}$< ١)..شرط تحقق النظرية وهي (مسلّمة علمية) ...فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع الأفقي...

$$\text{س} = \frac{\text{د} := \text{جتاهـ}_{٢}}{\text{ح} := \text{١} - \text{جتاهـ}_{٢}} \quad ، \quad \text{س} = \frac{[\text{د} + \text{د} \dots\ \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{س} = \frac{\text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \dots \infty]}$$

$$\text{ص} = \sqrt{\frac{\text{م} := \text{١} + \text{جتاهـ}_{٢}}{\text{ح} := \text{١} - \text{جتاهـ}_{٢}}} \quad ، \quad \text{ص} = \sqrt{\frac{\text{ع}\,[\text{م} + \text{م} \dots \infty]}{\text{ح}}} \quad ، \quad \text{ص} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}\,[\text{ح} + \text{ح} \dots \infty]}}$$

ضلع الوتر...

$$\text{و} = \frac{\text{م} - \text{د} := \text{١}}{\text{ح} := \text{١} - \text{جتاهـ}_{٢}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{[(\text{م} - \text{د}) + (\text{م} - \text{د}) \dots \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{\text{م} - \text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \dots \infty]}$$

شروط تحقق معادلات النظرية :-

١ – أن تكون النسبة المثلثية (جتاهـ $_{٢}$) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(جتاهـ $_{٢}$) محققة للشرط بحيث تكون(٠< جتاهـ $_{٢}$< ١).....(مسلّمة علمية).

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤- مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ .)

النتيجة:-

- دائما يكون الضلع الأفقي (س) في المثلث اكبر من ضلع القائم واصغر من الوتر في المثلث.

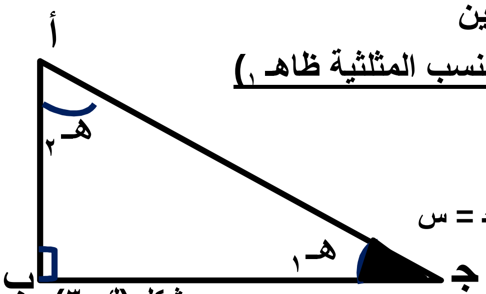
التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (٠ < جتاهـ $_{٢}$< ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائماً ما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ $_{١}$< ٤٥°)أي أن ..(جاهـ ≥ جتاهـ).

- تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة الحقيقية أي متضاعفة أو تنازلياً أي أصغر من المثلثات كما هو ملحوظ من المعادلات أي معاملات التكبير والتصغير لعائلات المثلث الأصلية .

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية ظاهـ١)



شكل (ك -٣)

(بند١-٣)/ نظرية ميل الزاوية):-

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب جـ = س

طول ضلع الوتر أجـ = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية(جـ = هـ١)لأننا نتعامل مع النسبة (ظاجـ = ظاهـ١ ، : هـ ظا ← هـ جا)

و بفرض أنّ كلاً من(م:= ١+ظاهـ١)،(ح:=١- ظاهـ١)،(د:= ١- ح = ظاهـ١) وهي علاقة مثلثية.

وعلمت أنّ النسبة المثلثية(ظاهـ١) معطى معلوم بحيث تكون(٠< ظاهـ١ < ١)...شرط تحقق النظرية.

فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع القائم.. $$ص = \frac{\text{د} := \text{ظاهـ}_1}{\text{ح} := 1 - \text{ظاهـ}_1} \quad ، \quad ص = \frac{[\text{د} + \text{د} \ldots \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad ص = \frac{\text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \ldots \infty]}$$

$$و = \sqrt{\frac{\text{م} := 1 + \text{ظاهـ}_1^2}{\text{ح} := 1 - 2\text{ظاهـ}_1 + \text{ظاهـ}_1^2}} \quad ، \quad و = \sqrt{\frac{\text{ع}[\text{م} + \text{م} \ldots \infty]}{\text{ح}}} \quad ، \quad و = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}[\text{ح} + \text{ح} \ldots \infty]}}$$

ضلع الوتر... $$س = \frac{\text{م} - \text{د} := 1}{\text{ح} := 1 - \text{ظاهـ}_1} \quad ، \quad س = \frac{[(\text{م} - \text{د}) + (\text{م} - \text{د}) \ldots \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad س = \frac{\text{م} - \text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \ldots \infty]}$$

شروط تحقق معادلات النظرية :-

١ – أن تكون النسبة المثلثية (ظاهـ١) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(ظاهـ١) محققة للشرط بحيث تكون(٠< ظاهـ١ ≯ ١)...

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤- مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ .)

النتيجة:-

- دائما يكون الضلع القائم (ص) في المثلث اصغر أضلاع المثلث.

التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (٠ < ظاهـ ≯ ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائما ًما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ ≯ ٤٥°)أي أن ..(جاهـ ≯ جتاهـ٢)هذا يعني أن ظل التمام الزاوية أكبر من ظل لزاوية حيث (ظاهـ١ >ظتاهـ٢) إذاً (ص > س) .

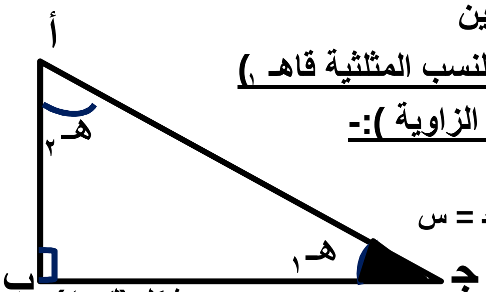
- تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة أو تنازلياً من المثلثات ألاّ نهائية ونسمي هذه المعادلات بمعاملات التكبير والتصغير للمثلثات.

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية قاهـ١)

(بند١-٤)// نظرية قاطع الزاوية أي مقلوب جيب الزاوية):-



شكل (ك -٤)

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب جـ = س

طول ضلع الوتر أجـ = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية (جـ = هـ) لأننا نتعامل مع النسبة (قاجـ = قاهـ)

و بفرض أنّ كلاً من(م:= ١+قاهـ١)،(ح:=١- قاهـ١)،(د:= ١- ح = قاهـ١) وهي علاقة مثلثية.

وعلمت أنّ النسبة المثلثية(قاهـ١) معطى معلوم بحيث تكون(قاهـ١ > ١)...شرط تحقق النظرية.

فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع القائم..

$$\left(\text{ص} = \frac{\text{م - د:= ١}}{\text{ح := ١ ـ قاهـ}_{١}} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{[\text{(م – د)+(م - د)..}\infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{\text{م - د}}{[\text{ح + ح ...}\infty]} \right)$$

$$\left(\text{س} = \sqrt{\frac{\text{م := ١ + قاهـ}_{١}}{\text{ح := ١ ـ قاهـ}_{١}}} \quad ، \quad \text{س} = \sqrt{\frac{\text{ع[م + م ....}\infty]}{\text{ح}}} \quad ، \quad \text{س} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع[ح + ح ...}\infty]}} \right)$$

ضلع الوتر...

$$\left(\text{و} = \frac{\text{د: = قاهـ}_{١}}{\text{ح:=١ـ قاهـ}_{١}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{[\text{د+ د....}\infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{\text{د}}{[\text{ح + ح....}\infty]} \right)$$

<u>شروط تحقق معادلات النظرية :-</u>

١ – أن تكون النسبة المثلثية (قاهـ١) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(قاهـ١) محققة للشرط بحيث تكون(قاهـ١ >١)...(مسلّمة علمية)

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤- مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ .)

<u>النتيجة:-</u>

- **دائما يكون الضلع القائم (ص) في المثلث اصغر أضلاع المثلث.**

التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (قاهـ١ > ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائماً ما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ ≯ ٤٥°)أي أن ..(قاهـ ≯ قتاهـ٢).

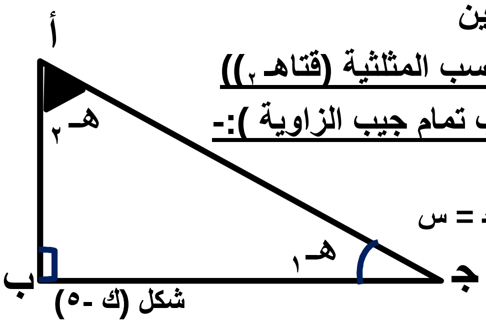
- **تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة الحقيقية ،، أي متضاعفة ،، أو تنازلياً أي أصغر واصغر من المثلثات ألاّ نهائية كما هو ملحوظ من المعادلات أعلاه .**

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية (قتاهـ$_{٢}$))

(بند ١-٥) / نظرية قاطع تمام الزاوية أي مقلوب تمام جيب الزاوية):-



شكل (ك -٥)

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب جـ = س

طول ضلع الوتر أجـ = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية (أ= هـ$_{٢}$) لأننا نتعامل مع النسبة (قتاأ = قتاهـ$_{٢}$)

و بفرض أنّ كلاً من(م:= ١+قتاهـ$_{٢}$)،(ح:=١- قتاهـ$_{٢}$)،(د:= ١- ح = قتاهـ$_{٢}$) وهي علاقة مثلثية.

وعلمت أنّ النسبة المثلثية(قتاهـ$_{٢}$) معطى معلوم بحيث تكون(قتاهـ$_{٢}$ > ١)...شرط تحقق النظرية.

فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع الافقي...
$$\text{س} = \frac{\text{م} - \text{د} := ١}{\text{ح} := ١ - \text{قتاهـ}_{٢}} \quad،\quad \text{س} = \frac{[(\text{م} - \text{د}) + (\text{م} - \text{د}) .. \infty]}{\text{ح}} \quad،\quad \text{س} = \frac{\text{م} - \text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} ... \infty]}$$

$$\text{ص} = \sqrt{\frac{\text{م} := ١ + \text{قتاهـ}_{٢}}{\text{ح} := ١ - \text{قتاهـ}_{٢}}} \quad،\quad \text{ص} = \sqrt{\frac{\text{ع}[\text{م} + \text{م} .... \infty]}{\text{ح}}} \quad،\quad \text{ص} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}[\text{ح} + \text{ح} ... \infty]}}$$

ضلع الوتر...
$$\text{و} = \frac{\text{د} := \text{قتاهـ}_{٢}}{\text{ح} := ١ - \text{قتاهـ}_{٢}} \quad،\quad \text{و} = \frac{[\text{د} + \text{د} .... \infty]}{\text{ح}} \quad،\quad \text{و} = \frac{\text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} .... \infty]}$$

شروط تحقق معادلات النظرية :-

١ – أن تكون النسبة المثلثية (قتاهـ$_{٢}$) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(قتاهـ$_{٢}$) محققة للشرط بحيث تكون(قتاهـ$_{٢}$ > ١).

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤ - مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ .)

النتيجة:-

- دائما يكون الضلع القائم (ص) في المثلث اصغر أضلاع المثلث.

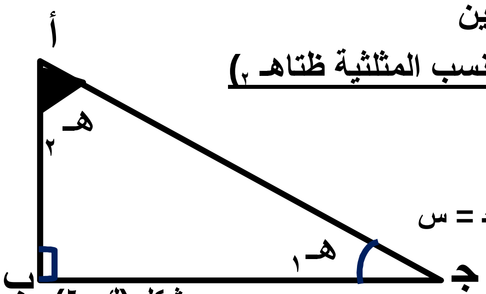
التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (قتاهـ > ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائماً ما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ ≯ ٤٥°)أي أن ..(قاهـ ≯ قتاهـ$_{٢}$).

- تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة الحقيقية ،، أي متضاعفة ،، أو تنازلياً أي أصغر واصغر من المثلثات ألاّ نهائية كما هو ملحوظ من المعادلات أعلاه .

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

(نظرية اضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية ظتاهـ ٢)



شكل (ك -٦)

(بند١-٦)/ نظرية تمام ميل الزاوية):-

في مثلث (أ ب ج) قائمة الزاوية في(ب) .... فيه:-

طول الضلع القائم ا ب = ص ،، طول الضلع الأفقي ب جـ = س

طول ضلع الوتر أجـ = و ،،

(هـ) ...رمز الزاويتان المتقابلان (أ ، ج)

ولكن سيكون تعاملنا مع الزاوية(أ = هـ ٢)لأننا نتعامل مع النسبة(ظتاأ = ظتاهـ ٢ ∴ ظتاهـ ٢≯جتاهـ ١)

و بفرض أنّ كلاً من(م:= ١+ظتاهـ ٢)،(ح:=١- ظتاهـ ٢)،(د:= ١- ح = ظتاهـ ٢) وهي علاقة مثلثية.

وعلمت أنّ النسبة المثلثية(ظتاهـ ٢) معطى معلوم بحيث تكون(ظتاهـ ٢> ١)..شرط تحقق النظرية.

فإنّ لكل من(ص، س، و) تساوي:-

الضلع الأفقي

$$\text{س} = \frac{\text{د}:=\text{ظتاهـ}_{٢}}{\text{ح}:=١-\text{ظتاهـ}_{٢}} \quad ، \quad \text{س} = \frac{[\text{د} + \text{د} \;....\; \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{س} = \frac{\text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \;...\; \infty]}$$

$$\text{و} = \sqrt{\frac{\text{م} := ١ + \text{ظتا}^{٢}\text{هـ}_{٢}}{\text{ح} := ١ - ٢\text{ظتاهـ}_{٢} + \text{ظتا}^{٢}\text{هـ}_{٢}}} \quad ، \quad \text{و} = \sqrt{\frac{\text{ع}\,[\text{م} + \text{م} \;....\; \infty]}{\text{ح}}} \quad ، \quad \text{و} = \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ع}\,[\text{ح} + \text{ح} \;...\; \infty]}}$$

الضلع القائم

$$\text{ص} = \frac{\text{م} - \text{د} := ١}{\text{ح} := ١ - \text{ظتاهـ}_{٢}} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{[(\text{م} - \text{د}) + (\text{م} - \text{د}) \;....\; \infty]}{\text{ح}} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{\text{م} - \text{د}}{[\text{ح} + \text{ح} \;....\; \infty]}$$

شروط تحقق معادلات النظرية :-

١ – أن تكون النسبة المثلثية (ظتاهـ ٢) معطى معلوم.

٢ - أن تكون النسبة(ظتاهـ ٢) محققة للشرط بحيث تكون(ظتاهـ ٢> ١)...

٣ - أن تكون نتائج معادلات أضلاع المثلث ،، لمثلث قائم الزاوية .

٤- مقام المعادلة لا يساوي (الصفر ≠ .)

النتيجة:-

- دائما يكون الضلع القائم (ص) في المثلث اصغر أضلاع المثلث.

التعليل / لأن أساس المعادلات تخضع لشرط (ظتاهـ ٢ > ١) وبالتالي فإن الضلع القائم في هذه الحالة دائماً ما تكون اصغر من الضلع الأفقي لأن الزاوية (هـ ≥ ٤٥°)أي أن ..(جاهـ ≥ جتاهـ)هذا يعني أن ظل التمام الزاوية أكبر من ظل لزاوية حيث (ظاهـ ١ > ظتاهـ ٢) إذاً (ص > س) .

- تعطي المعادلات الأساسية للنظرية قيمة حقيقية لأطوال المثلث قائم الزاوية وعلى أساسها نشتق معادلة تعطي أطولاً متغيرة تصاعدياً على أساس القيمة أو تنازلياً من المثلثات ألاّ نهائية ونسمي هذه المعادلات بمعاملات التكبير والتصغير للمثلثات.

أمثلة توضيحية لنظرية أضلاع المثلث

في هذه الصفات التالية سوف نتعلم كيف نطبق معادلات النظرية لأضلاع المثلث بدلالة نسبة مثلثية وكذا بدلالة ضلع وحيد والتأكد من مصداقية النظرية من خلال أمثلة وتمارين توضيحية للنظرية.

إذاً هلمّ بنا يا قوم................" ÿ

- **أمثلة توضيحية لحل المثلث قائم الزاوية**

مثال(١):-

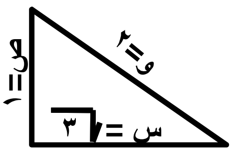
إذا علمت أنّ كلا من النسب المثلثية المعطى تساوي(جاهـ=٠.٥، جاهـ = ٠.٦ ، جتاهـ= ٠.٥، جتاهـ =٠.٦، جتاهـ = ٠.٨، جاهـ = ٠.٨ ، قاهـ =١.٦٦٦٦٦٦٦ قتاهـ = ١.٢٥ ، ظاهـ = ٠.٧٥ ، ظتاهـ = ١.٣٣٣٣٣٣٣) أحسب أطوال المثلث قائم الزاوي لأصل هذه النسب المعطى...حل المثلث بدلالة نسبة مثلثية معطى يكون كالتالي/ المطلوب :- أطوال أضلاع المثلث بدلالة هذه النسب.

Ø **- يمكن حل هذا المثال من خلال معدلات النسب المثلثية المعروفة باختيار طول مفترض لأي ضلع ومن ثم تعويضها في معادلات النسب المثلثية لحساب بقية الأطوال لكن هذه الطريقة كما أسلفت الذكر ليست طريقة معادلاتي مباشر لحل المثلث كما هو الحال في النظريات ومعادلاتها المبتكرة كما أسلفت الذكر في فصل (تحديد المشكلة العلمية) وبالتالي لا تفيدنا في صياغة مفاهيم جديدة للعلوم ذات الصلة بعلم المثلث...ولآن لنعد لحل المثال من خلال تطبيق معادلات النظرية**

أولاً:- النسبة المثلثية (جاهـ = ٠.٥) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى.

الحل :- بما أن...جاهـ=٠.٥ هذه تحقق شرط معادلة النظرية بحيث(٠<جاهـ<١) ومنه نجد أن المعادلات الأساسية المطلوبة لحل المثلث بدلالة هذه النسبة هي...

$$\text{ص} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} \text{ ، } \text{س} = \sqrt{\frac{\text{١+ جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}}} \text{ ، } \text{و} = \frac{\text{١}}{\text{١- جاهـ}}$$



ومنه بتعويض قيمة (جاهـ = ٠.٥) في المعادلات نجد أن...لكل من أطوال المثلث بدلالة هذه النسبة تساوي...

$$\text{ص} = \frac{\text{٠.٥}}{\text{١ – ٠.٥}} = \text{١}$$ **...إذاً طول الضلع القائم.. ص = ١ .....هذا أولاً ...(١)**

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{١ + ٠.٥}}{\text{١ – ٠.٥}}} = \sqrt{\text{٣}}$$ **...إذاً طول الضلع الافقي..س=√٣ ..هذا ثانياً..(٢)**

$$\text{و} = \frac{\text{١}}{\text{١ – ٠.٥}} = \text{٢}$$ **..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٢ الواصل بين الضلعين هذا.(٣)**

... باقي حال المثال في الصفحات التالية

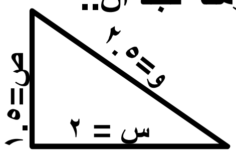
• أمثلة توضيحية لحل المثلث قائم الزاوية

تابع حل ...مثال(١):-

ثانياً:- النسبة المثلثية (جاهـ = ٠.٦) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى.

الحل :- بما أن...جاهـ=٠.٦ هذه تحقق شرط (٠<جاهـ<١) ومنه نجد أن..

$$\text{ص} = \frac{\text{جاهـ}}{1 - \text{جاهـ}} \quad \text{،} \quad \text{س} = \sqrt{\frac{1 + \text{جاهـ}}{1 - \text{جاهـ}}} \quad \text{،} \quad \text{و} = \frac{1}{1 - \text{جاهـ}}$$



ومنه بتعويض قيمة (جاهـ = ٠.٦) في المعادلات نجد أن...لكل من أطوال المثلث

$\text{ص} = \frac{0.6}{1 - 0.6} = 1.5$ ..إذاً طول الضلع القائم.. ص = ١.٥..هذا أولاً ...(١).

$\text{س} = \sqrt{\frac{1 + 0.6}{1 - 0.6}} = 2$ ...إذاً طول الضلع الأفقي.. س = ٢..هذا ثانياً..(٢).

$\text{و} = \frac{1}{1 - 0.6} = 2.5$ ..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٢.٥...هذا ثالثاً... هذا.(٣).

....

ثالثاً:- النسبة المثلثية (جتاهـ = ٠.٥) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى جيب التمام.

الحل :- بما أن...جتاهـ= ٠.٥ هذه تحقق شرط (٠<جتاهـ<١) ومنه نجد أن ...

$$\text{س} = \frac{\text{جتاهـ}}{1 - \text{جتاهـ}} \quad \text{،} \quad \text{ص} = \sqrt{\frac{1 + \text{جتاهـ}}{1 - \text{جتاهـ}}} \quad \text{،} \quad \text{و} = \frac{1}{1 - \text{جتاهـ}}$$

$\text{س} = \frac{0.5}{1 - 0.5} = 1$ ..إذاً طول الضلع الأفقي.. س = ١...هذا أولاً ...(١).

$\text{ص} = \sqrt{\frac{1 + 0.5}{1 - 0.5}} = \sqrt{3}$ ...إذاً طول الضلع القائم.. ص = $\sqrt{3}$..هذا ثانياً..(٢).

$\text{و} = \frac{1}{1 - 0.5} = 2$ ..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٢ ...هذا ثالثاً... هذا.(٣)

... باقي حال المثال في الصفحات التالية

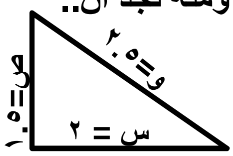
- **أمثلة توضيحية لحل المثلث قائم الزاوية**

تابع حل ...مثال(١):-

رابعاً :- النسبة المثلثية (جتاهـ = ٠.٦)معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى.

الحل :- بما أن...جتاهـ=٠.٦ هذه تحقق شرط (٠<جتاهـ<١) ومنه نجد أن..

$$\text{س} = \frac{\text{جتاهـ}}{١ - \text{جتاهـ}} \quad ، \quad \text{ص} = \sqrt{\frac{١ + \text{جتاهـ}}{١ - \text{جتاهـ}}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{١}{١ - \text{جتاهـ}}$$



ومنه بتعويض قيمة (جتاهـ =٠.٦) في المعادلات نجد أن...لكل من أطوال المثلث

$\text{س} = \frac{٠.٦}{١ - ٠.٦} = ١.٥$ ..إذاً طول الضلع الأفقي.. س = ١.٥ ...هذا أولاً ...(١).

$\text{ص} = \sqrt{\frac{١ + ٠.٦}{١ - ٠.٦}} = ٢$ ...إذاً طول الضلع القائم.. ص = ٢ ..هذا ثانياً..(٢).

$\text{و} = \frac{١}{١ - ٠.٦} = ٢.٥$ ..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٢.٥ ...هذا ثالثاً... هذا.(٣).

....

خامساً:- النسبة المثلثية (جتاهـ = ٠.٨) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى جيب التمام.

الحل :- بما أن...جتاهـ= ٠.٨ هذه تحقق شرط (٠<جاهـ<١) ومنه نجد أن ...

$$\text{س} = \frac{\text{جتاهـ}}{١ - \text{جتاهـ}} \quad ، \quad \text{ص} = \sqrt{\frac{١ + \text{جتاهـ}}{١ - \text{جتاهـ}}} \quad ، \quad \text{و} = \frac{١}{١ - \text{جتاهـ}}$$

$\text{س} = \frac{٠.٨}{١ - ٠.٨} = ٤$ ..إذاً طول الضلع الأفقي.. س = ٤ ...هذا أولاً ...(١).

$\text{ص} = \sqrt{\frac{١ + ٠.٨}{١ - ٠.٨}} = ٣$ ...إذاً طول الضلع القائم.. ص = ٣ ..هذا ثانياً..(٢).

$\text{و} = \frac{١}{١ - ٠.٨} = ٥$ ..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٥ ...هذا ثالثاً... هذا.(٣)

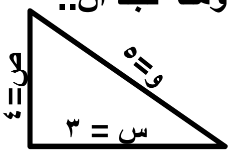
... باقي حال المثال في الصفحات التالية

- **أمثلة توضيحية لحل المثلث قائم الزاوية**

تابع حل ...مثال(١):-

سادساً :- النسبة المثلثية (جاهـ = ٠.٨)معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى.

الحل :- بما أن...جاهـ = ٠.٨ هذه تحقق شرط (٠<جاهـ<١) ومنه نجد أن..



$$ص = \frac{جاهـ}{١ - جاهـ} \text{ ، } س = \sqrt{\frac{١ + جاهـ}{١ - جاهـ}} \text{ ، } و = \frac{١}{١ - جاهـ}$$

ومنه بتعويض قيمة (جاهـ = ٠.٨) في المعادلات نجد أن...لكل من أطوال المثلث

$$ص = \frac{٠.٨}{١ - ٠.٨} = ٤$$ **..إذاً طول الضلع القائم.. ص = ٤...هذا أولاً ...(١).**

$$س = \sqrt{\frac{١ + ٠.٨}{١ - ٠.٨}} = ٣$$ **...إذاً طول الضلع الافقي.. س = ٣..هذا ثانياً..(٢).**

$$و = \frac{١}{١ - ٠.٨} = ٥$$ **..إذاً طول ضلع الوتر ..و= ٥...هذا ثالثاً... هذا.(٣).**

....

سابعاً :- النسبة المثلثية (قاهـ = ١.٦٦٦٦٦٦) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى جيب التمام.

الحل :- بما أن...قاهـ= ١.٦٦٦٦ هذه تحقق شرط (قاهـ >١) ومنه نجد أن

$$و = \frac{قاهـ}{١ - قاهـ} \text{ ، } س = \sqrt{\frac{١ + قاهـ}{١ - قاهـ}} \text{ ، } ص = \frac{١}{١ - قاهـ}$$

$$و = \frac{١.٦٦٦٦٦}{١ - ١.٦٦٦٦٦} = ٢.٥$$ **..إذاً طول ضلع الوتر.. و= ٢.٥...هذا أولاً ...(١).**

$$س = \sqrt{\frac{١ + ١.٦٦٦٦٦}{١ - ١.٦٦٦٦٦}} = ٢$$ **..إذاً طول الضلع الأفقي .. س = ٢..هذا ثانياً..(٢).**

$$ص = \frac{١}{١ - ١.٦٦٦٦٦} = ١.٥$$ **.إذاً طول الضلع ص= ١.٥ هذا ثالثاً..هذا..(٣)**

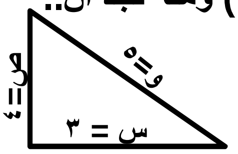
... باقي حال المثال في الصفحات التالية

• أمثلة توضيحية لحل المثلث قائم الزاوية

تابع حل ...مثال(١):-

سادساً :- النسبة المثلثية (قتاهـ = ١.٢٥)معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى.

الحل :- بما أن...قتاهـ =١.٢٥ هذه تحقق شرط (٠<قتاهـ<١) ومنه نجد أن..



$$ص = \frac{قتاهـ}{١ - قتاهـ} ،\ س = \sqrt{\frac{١+ قتاهـ}{١ - قتاهـ}} ،\ و = \frac{١}{١- قتاهـ}$$

ومنه بتعويض قيمة (جاهـ = ٠.٨) في المعادلات نجد أن...لكل من أطوال المثلث

$و = \frac{١.٢٥}{١ - ١.٢٥} = ٥$ ..إذاً طول ضلع الوتر.. و = ٥...هذا أولاً ...

$ص = \sqrt{\frac{١+١.٢٥}{١ - ١.٢٥}} = ٣$...إذاً طول الضلع القائم.. ص = ٣..هذا ثانياً..

$س = \frac{١}{١ - ١.٢٥} = ٤$..إذاً طول الضلع الأفقي ..س= ٤...هذا ثالثاً...

....

سابعاً :- النسبة المثلثية (قتاهـ = ١.٦٦٦٦٦٦) معطى./ المطلوب أطوال مثلث قائم الزاوية لأصل هذه النسبة المعطى جيب التمام.

الحل :- بما أن...قتاهـ= ١.٦٦٦٦٦ هذه تحقق شرط (قتاهـ >١) ومنه نجد أن

$$و = \frac{قتاهـ}{١ - قتاهـ} ،\ س= \sqrt{\frac{١ + قتاهـ}{١ - قتاهـ}} ،\ ص = \frac{١}{١ - قتاهـ}$$

$و = \frac{١.٦٦٦٦٦}{١ - ١.٦٦٦٦٦} = ٢.٥$..إذاً طول ضلع الوتر.. و= ٢.٥...هذا أولاً ...(١).

$ص= \sqrt{\frac{١+ ١.٦٦٦٦٦}{١ - ١.٦٦٦٦٦}} = ٢$..إذاً طول الضلع القائم.. ص = ٢..هذا ثانياً..(٢).

$س = \frac{١}{١ - ١.٦٦٦٦٦} = ١.٥$..إذاً طول الضلع ..س= ١.٥ هذا ثالثاً..هذا..(٣)

... باقي حال المثال في الصفحات التالية

الفصل الثاني

(نظرية زوايا المثلث ولنسب المثلثية.)

v نظرية زاوية الظل (ظاهـ)

-معادلات زوايا المثلث بدلالة نسبة مثلثية وحيدة.

-معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية مثلثية وحيدة.

v عكس نظرية زاوية الظل بدلالة (ظتاهـ)

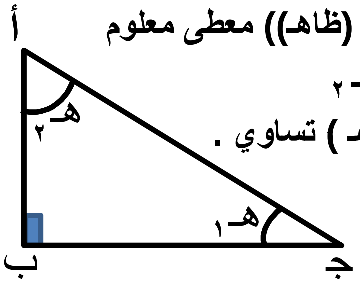
في هذا الفصل سوف نتعرف على نظرية ومعادلات زوايا المثلث و نتعلم كيف يمكن حساب زوايا المثلث بدلالة نسبة مثلثية لظل الزاوية (ظاهـ) معطى وحيدة وبدلالة عكس الظل وهي ظل التمام (ظتاهـ) ،وكذا كيفية استنتاج معادلات عكسية لحساب النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى .

وإلى الصفحة التالية وبسم الله علاّم الغيوب نبدأ.....

بند (٢- ١) نظرية زوايا المثلث قائم الزاوية بدلالة نسبة ظل الزاوية (ظاهـ$_{١}$).

(النظرية):-

في مثلث قائم الزاوية فيه ميل الزاوية(نسبة ظل الزاوية (ظاهـ)) معطى معلوم
وبما أن ... زاوية الظل = هـ$_{١}$ ، وزاوية ظل التمام = هـ$_{٢}$
فإن لكل من معادلات زاوية الظل وظل التمام بدلالة (ظاهـ) تساوي .



المعادلة الأول:-

$$\text{هـ}_{١} = \frac{\text{١٣٥ظاهـ}_{١}}{\text{٢ + ظاهـ}_{١}}$$

المعادلة الثانية:-

$$\text{هـ}_{٢} = \frac{\text{١٨٠ – ٤٥ظاهـ}_{١}}{\text{٢ + ظاهـ}_{١}}$$

بحيث تكون(٠< ظاهـ$_{١}$ ≥ ١)
وهذه شرط تحقق المعادلتان

المعادلة الثالثة:-

$$\text{هـ}_{١} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{٢ظاهـ}_{١}\text{ + ١}}$$

المعادلة الرابعة:-

$$\text{هـ}_{٢} = \frac{\text{١٨٠ظاهـ}_{١}\text{ – ٤٥}}{\text{٢ظاهـ}_{١}\text{ + ١}}$$

بحيث تكون .(ظاهـ$_{١}$ ≤١)
وهذه شرط تحقق المعادلتان

المعادلة الأولى والثالثة:-

تستخدم في حساب زاوية الظل(هـ) بدلالة النسبة المثلثية للظل(ظاهـ) وهي تعبر عن زاوية الجيب (جاهـ$_{١}$).

- **(المعادلة الأولى تعطي ...هـ$_{١}$ ≤٤٥°) ..وفي هذه الحالة يكون الضلع (ص > س)**
- **(المعادلة الثالثة تعطي ...هـ$_{١}$ ≥ ٤٥°)..وفي هذه الحالة يكون الضلع (ص > س)**
- **هذا يعني أن (جاهـ > جتاهـ).**

المعادلة الثانية والرابعة:-

تستخدم في حساب زاوية مقلوب الظل (هـ$_{٢}$) بدلالة النسبة المثلثية للظل(ظاهـ$_{٢}$)وهي تعبر عن زاوية تمام الجيب (جتاهـ) ..

(المعادلة الثانية تعطي ٩٠° >هـ ≥٤٥°) وفي هذه الحالة يكون الضلع (س > ص)
(المعادلة الرابعة تعطي٩٠° >هـ ≥ ٤٥°) وفي هذه الحالة يكون الضلع (س > ص)

- **هذا يعني أن (جتاهـ > جاهـ).**

تنويه هام:-

نجد من معادلات النظرية أنه أصبح من الممكن حساب الزاويتان لجيب الزاوي وتمام جيب الزاوية بدون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو البحث في الجداول المثلثية المحدودة المجدولة بزوايا لأرقام صحيحة مرتبة فقط وفقط.

(برهان)... نظرية زوايا المثلث قائم الزاوية بدلالة نسبة ظل الزاوية (ظاه).

(البرهان)..............................

المعطيات:- من الشكل الهندسي للمثلث لدينا التالي.

١)- مثلث(أ ب ج) قائم الزاوية = ٩٠° درجة .)

٢)- فيه الضلع القائم (ص)= الضلع الأفقي (س) .)

٣)- وبما أن ص = س ..فإن الزاوية (أ) =(٤٥°) ، (ج)= ٤٥°)

٤)- وكانت ظل الزاوية (ظاه) معطى معلوم .)

وبأخذ الزاوية (ج = ه) وتعبر عن زاوية الظل أي زاوية الجيب.

المطلوب:- زاوية الظل (ه).عند ص≠ س

العمل:-

سوف نعمم هذه المعطيات لوضع أو استنتاج معادلة عامة التطبيق لأي نسبة ظل معطى وسوف ننطلق على أساس هذه المعطيات لتكوين المعادلة المطلوبة لإيجاد زاوية الظل بدلالة نسبة ظل الزاوية (ظاه) معطى معلوم على النحو التالي.

بما أن:-

ص = س ... ج = ٤٥° ، أ = ٤٥° ، أ = جـ .....(١)

بما أن :-

ه = جـ = ٤٥° درجة...معطى ......(٢)

وبما أن :-

ظتا ٤٥° =١ ، ظا ٤٥° = ١ ....(٣)

وبما أن:-

نسبة الظل (ظاه) معطى .... (٤)

وكانت المثلث قائماً فإن زاوية الظل تساوي...

هـ = جـ - [(جـ + أ) – (جـ + أ)(ظاهـ)] / [(ظا٤٥ + ظتا٤٥) + ظاهـ] = (٤٥) - [(٤٥+ ٤٥) – (٤٥+ ٤٥)(ظاهـ)] / [(١ + ١) + ظاهـ]

هـ = (٤٥) - [(٩٠) – (٩٠ظاهـ)] / [٢ + ظاهـ] = [(٤٥)(٢+ ظاهـ) – ٩٠ + ٩٠ظاهـ] / [٢ + ظاهـ]

الباقي في الصفحة التالية........

(تابع برهان نظرية الزاوية)

ومما سبق نتوصل إلى أن ......

٩٠ + ٤٥ظاهـ - ٩٠ + ٩٠ظاهـ ـــــــ ١٣٥ظاهـ

هـ = ـــــــــــــــــــــــــــــ = ـــــــــــــــــ ...وهو المطلوب

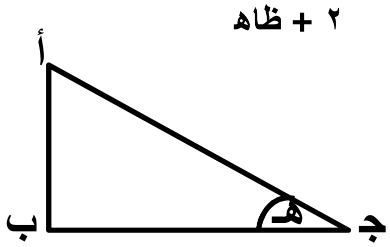
٢ + ظاه ـــــــــــــــ ٢ + ظاه

إذاً لدينا...

١٣٥ ظاه

جـ° = هـ = ـــــــــــــ ....

٢ + ظاه



شرط تحقق المعادلة:-

١- أن تكون نسبة الظل معطى كنسبة بحيث تكون (٠ < ظاه ≤ ١)

٢- دائما تكون الزاوية الناتجة من المعادلة بدلالة نسبة ظل الزاوية (٠< هـ ≤ ٤٥°)

٣- مقام معادلة الزاوية لا يساوي الصفر (≠ ٠)

دلائل علمية هندسية للمعادلة:-

**** تدل هذه المعادلة على أن الضلع المقابل (ص) لهذه الزاوية (هـ) دائماً ما تكون اصغر من الضلع المجاور(س) عندما تكون الزاوية(هـ< ٤٥ °) وبعد أن تعرفنا على طريقة صياغة المعادلة من البرهان السابق نكون قد فهمنا وتعلمنا بعون الله وتوفيقه وإلهامه في فهم كيف تمت صياغة معادلة نظرية الزاوية .**

٧ - والآن يمكننا استنتاج واشتقاق معادلة زاوية تمام الظل أي زاوية جيب التمام لـ (جتاهـ)من معادلة زاوية الظل (ظاه) الأساسية بدلالة ظل الزاوية (ظاهـ) كما يلي..

بند(أ - ١) :- معادلة زاوية التمام بدلالة ظل الزاوية(ظاهـ)بحيث تكون(٠< ظاهـ≤ ١)

بما أن ....

١٣٥ ظاه

جـ° = هـ١= ـــــــــــــــ.... زاوية تمام الظل هي ..(أ°) = ٩٠ ° - جـ°

٢ + ظاه

(تذكر)..أن مجموع زوايا المثلث يساوي=١٨٠°...وأن المثلث القائمة يأخذ ٩٠°

وبقية الزاويتان يشكل مجموع زاوية قدرها (٩٠°)وأن كل منهما يتمم الآخر.

...ومنه نجد أن.

(١٣٥ ظاه) ـــــــ (٩٠°) (٢+ظاه) – (١٣٥ ظاه)

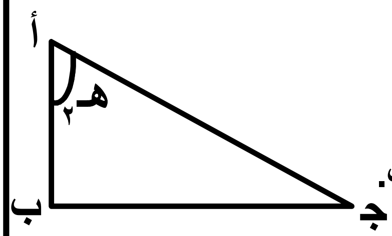
(أ°) = هـ٢=(٩٠°) - ـــــــــــــــ = ـــــــــــــــــــــــــــــ

(٢+ ظاه) ـــــــ (٢ + ظاه)

تابع بقية الاشتقاق في الصفحة التالية ...

تابع اشتقاق معادلة زاوية تمام ظل الزاوية (أ° = هـ٢) بدلالة ظل الزاوية (ظاهـ١)

$$(\text{أ}^\circ) = \text{هـ}_2 = \frac{(180^\circ + 90^\circ\text{ظاهـ}_1) - (135\ \text{ظاهـ}_1)}{(2 + \text{ظاهـ}_1)} = \frac{180^\circ - 45^\circ\text{ظاهـ}_1}{(2 + \text{ظاهـ}_1)}$$



$$\boxed{(\text{أ}^\circ) = \text{هـ}_2 = \frac{180^\circ - 45^\circ\ \text{ظاهـ}_1}{2 + \text{ظاهـ}_1}}$$ ...وهو المطلوب.

بند(أ-٢):- معادلة زاوية التمام بدلالة ظل الزاوية(ظاهـ) بحيث تكون(٠< ظاهـ ≤ ١)

بما أن ... ظتاهـ ≤ ١ ....(١) ، $\text{ظتاهـ} = \frac{1}{\text{ظاهـ}}$ ....(٢)

بما أن ....

$$\text{جـ}^\circ = \text{هـ} = \frac{135\ \text{ظاهـ}}{2 + \text{ظاهـ}}$$ .... المعادلة الأساسية.....(٣)...وبأخذ (٢).

زاوية تمام الظل هي (أ°) = ٩٠° - جـ° ← = هـ٢= زاوية جيب التمام...نجد أن

$$\text{هـ}_2 = 90^\circ - \frac{135\ \frac{1}{\text{ظاهـ}}}{2 + \frac{1}{\text{ظاهـ}}} = 90^\circ - \frac{\frac{135}{\cancel{\text{ظاهـ}}}}{\frac{2\text{ظاهـ} + 1}{\cancel{\text{ظاهـ}}}} = 90^\circ - \frac{135}{2\text{ظاهـ}+1}$$

$$\text{هـ}_2 = \frac{90^\circ(2\text{ظاهـ}+1) - 135}{2\text{ظاهـ}+1} = \frac{180^\circ\text{ظاهـ} + 90 - 135}{2\text{ظاهـ}+1} = \frac{180^\circ\text{ظاهـ} - 45}{2\text{ظاهـ}+1}$$

$$\boxed{\text{هـ}_2 = \frac{180^\circ\text{ظاهـ} - 45}{2\text{ظاهـ}+1}}$$ .... بحيث (ظاهـ ≤ ١)...وهو المطلوب.

وإلى الصفحة التالية.............................

تابع اشتقاق معادلة نظرية زاوية ظل الزاوية (أ° = هـ) بدلالة ظل الزاوية (ظاهـ)

بند (أ- ٣) معادلة زاوية التمام بدلالة ظل الزاوية بحيث (ظاهـ ≤ ١).

بما أن.....

$$(\text{جـ}°) = \text{هـ}_١ = ٩٠° - \frac{١٨٠°\text{ظاهـ} - ٤٥}{٢\text{ظاهـ}+١} = \frac{١٨٠°\text{ظاهـ}+٩٠°- ١٨٠°\text{ظاهـ} +٤٥}{٢\text{ظاهـ}+١}$$

$$\boxed{\text{هـ}_١ = \frac{١٣٥}{٢\text{ظاهـ}+١}}$$ **... بحيث(ظاهـ ≤ ١)... وهو المطلوب.**

? ....

v - إذاً وجدنا من معادلة زاوية الظل واستنادا للمفاهيم الهندسية المسلمة بها أشتققنا معادلة زاوية ظل بدلالة ظل الزاوية ...هذا ولله الحمد.

v - وبعد أن تعلمنا مفهوم نظرية الزاوية والبرهان و طريقة صياغة المعادلات بناء على أسس العلمية مسلم بها و البديهات الهندسيه في صياغة مفهوم وتأسيس معادلة جديدة التطبيق في علم الرياضيات والهندسة...سوف نتابع طريقنا في اشتقاق معادلات عكسية لهذه المعادلات الأساسية للحصول على نسب مثلثية بدلالة زاوية معطى.

v - وكذا معادلات لحساب أطوال أضلاع المثلث بدلالة زاوية معطى وحيدة.

........وإلى الصفحة التالية

اشتقاق معادلات عكسية لنظرية الزوايا النظرية العكسية

في الصفحات التالية سوف نتعلم طريقة اشتقاق معادلات عكسية لنظرية الزاوية

بحيث يكون هذه المرة الحصول على نسب مثلثية بدلالة زاوية معطى ونكتفي بها كنموذج لبقية المعادلات.

كذا سنتعرف على النظرية العكسية بدلالة تمام ظل الزاوية،، ولنذهب للصفحات التالية...

وبعد ان تعرفنا في الصفحة السابقة عن معادلات زوايا المثلث سوف نستنتج من معادلاتها معادلات عكسية على النحو التالي.....

المعادلات العكسية/ معادلة النسبة (ظا ، tan) بدلالة الزاوية (هـ) معطى معلوم .

- في مثلث قائم الزاوية فيه الزاوية (هـ) معطى معلوم .
- فإن ميل النسبة المثلثية (ظا ،tan) تساوى :-
- معادلة النسبة (ظا)بدلالة زاوية الظل(هـ) : -

(١)- المعادلة الأولى:-

بما أنّ...... $هـ_٢ = \frac{١٣٥ ظاهـ_١}{٢ + ظاهـ_١}$ .... من نظرية الزاوية ...ومنه نجد أن ...

وبتحليل المعادلة (طرفي × وسطي) نجد أن نسبة ظل الزاوية(ظاهـ١، tanθ) تساوي

$\boxed{ظاهـ_١ = \frac{٢ هـ_١}{١٣٥ - هـ_١}}$ .. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية بشرط (٠< ظاهـ١ ≤ ١)

.....بحيث تكون الزاوية المعطى (هـ)....(هـ ١ ≤ ٤٥°)

هذا يعني أن جيب الزاوية أصغر من تمام جيب الزاوية لأن زاوية الجيب أصغر من زاوية تمام الجيب....(جاهـ١< جتاهـ٢)..وبالتالي فإن (ص > س) .

(٢) - المعادلة الثانية:- .

$هـ_٢ = \frac{١٨٠ - ٤٥ ظاهـ_١}{٢ + ظاهـ_١}$ ... من نظرية الزاوية...ومنه نجد أن ...

وبتحليل المعادلة (طرفي × وسطي) نجد أن نسبة ظل الزاوية (ظاهـ ، tan) تساوي

$\boxed{ظاهـ_١ = \frac{١٨٠ - ٢ هـ_١}{٤٥ + هـ_١}}$ المعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية..بشرط (٠< ظاهـ ≤ ١)

وهي زاوية مقلوب نسبة الظل ومع ذلك تعطي نسبة الظل..

بحيث تكون الزاوية المعطى (هـ)....(هـ ١≤٤٥°)لاحظ أن (٠< ظاهـ١≤ ١)..

لكن لاحظ أن..(نسبة الجيب جاهـ ١أصغر من نسبة تمام الجيب جتاهـ ٢)..

يمكن الاستفادة من هذه المعادلات في التعويضات الرياضية والفيزيائية والهندسية ولنترك هذا الأمر لعلماء العلوم التطبيقية فهم الوحيد تقريباً الذي سيثبتون فائدة هذا المفهوم الجديد. كما حصل مع المفاهيم القديمة التي كانت جامدة بجمود أفكار بعض علماء الرياضيات وحصرها على هذا الأساس إلى أن جاء علماء الفيزياء والهندسة والكيمياء وحولها من علم جامدة إلى علم ذو تطبيقات وأخرجوها إلى النور ولاسيما النظرية النسبية لإنشتاين .. وعلم التفاضل والتكامل الذي أساسه أحد علماء العرب المسلمين إبن يونس كما أسلفنا الذكر في تاريخ حساب المثلثات

المعادلة الثالثة:

بما أنّ ... $هـ = \frac{١٣٥}{٢ظاهـ + ١}$ .... من نظرية الزاوية .... وبنفس الطريقة .... السابقة نحصل على...

$$ظاهـ = \frac{١٣٥ - هـ}{٢ هـ}$$

...وهي معادلة النسبة(ظاهـ) بشرط (ظاهـ ≤١)..

بحيث تكون الزاوية المعطى (هـ)....(هـ ≥ ٤٥ °).....لاحظ أن (ظاهـ ≤ ١)..

هذا يعني أن النسبة لجيب الزاوية أصغر من نسبة تمام الجيب (جاهـ < جتاهـ)

لأن زاوية الجيب أصغر من زاوية تمام الجيب.

المعادلة الرابعة:-

بما أنّ ...... $هـ = \frac{١٨٠ظاهـ - ٤٥}{٢ظاهـ + ١}$ .... من نظرية الزاوية .... ومنه

$$ظاهـ = \frac{هـ + ٤٥}{١٨٠ - ٢هـ}$$

...المعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية (ظاهـ ، tan) بشرط (ظاهـ ≤١)..

بحيث تكون الزاوية المعطى (هـ)....(هـ ≤٤٥ °).....لاحظ أن (ظاهـ ≤ ١)..

هذا يعني أن النسبة المثلثية لجيب الزاوية أكبر من نسبة تمام الجيب (جاهـ > جتاهـ)

لأن زاوية الجيب أكبر من زاوية تمام الجيب.

و بعد ان أتممنا ما سبق ذكره :-

أشكر علماء الرياضيات العرب والمسلمين ومن البشرية كافة على ما قدموا من جهد في تأسيس علوماً مختلفة ويبدوا أن هذا العلم وكأنه ميراث يتوارثه المسلمين في إضافة كل جديد يفيد العلم ويطوره كما هو واضح من تاريخ هذا العلم واحمد الله أن وهبني هذا الفضل والكرم والإحسان في تأسيس هذا المفهوم الجديد والذي لم أدرك بعد أبعاده بشكل أعمق كما هو الحال مع كل العلماء الذين سبقوني في هذا المجال وكأنه علم مقسم بين العباد ليأتي آخر ليكمل الطريق الذي أسسه السابقون بل هو كذالك فكان من نصبي في تأسيس هذا المفهوم الجديد شاكراً الله على عطائه وحامداً له فضله وسائلاً منه الأجر العظيم فيه.... والحمد لله رب العالمين عدد ما خلق وعدد ما أمات وعدد ما هو خالق وعدد ما سيموت مما ظهر منها وبطن.....

والآن، إلى التطبيقات التوضيحية لهذه النظرية ومعادلاتها...وإلى الصفات التالية..

النظرية العكسية

في الصفحة التالية سوف نتعرف على النظرية العكسية أي الحصول على زوايا المثلث بدلالة تمام ظل الزاوية كمعطى معلوم ولن اكرر اشتقاق معادلات عكسية لهذه النظرية بل سأترك عملية الاشتقاق والبرهان للقارئ من باب التمرين وتنشيط العقل.

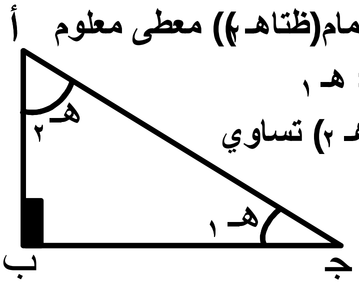
بند (د- ٢)عكس نظرية زوايا المثلث قائم الزاوية بدلالة نسبة ظل التمام (ظتاهـ ٢).

(عكس نظرية الظل):-

في مثلث قائم الزاوية فيه ميل تمام الزاوية(نسبة ظل التمام(ظتاهـ٢)) معطى معلوم

وبما أن ... وزاوية ظل التمام = هـ ٢ ، وزاوية الظل = هـ ١

فإن لكل من معادلات زاوية الظل وظل التمام بدلالة (ظتاهـ ٢) تساوي



المعادلة الأولى:-

$$\text{هـ}_2 = \frac{135\,\text{ظتاهـ}_2}{2 + \text{ظتاهـ}_2}$$

،،،،

المعادلة الثانية:-

$$\text{هـ}_1 = \frac{180 - 45\,\text{ظتاهـ}_2}{2 + \text{ظتاهـ}_2}$$

بحيث تكون(٠< ظتاهـ٢ ≥ ١)
وهذه شرط تحقق المعادلتان

المعادلة الثالثة:-

$$\text{هـ}_2 = \frac{135}{2\,\text{ظتاهـ}_2 + 1}$$

،،،

المعادلة الرابعة:-

$$\text{هـ}_1 = \frac{180\,\text{ظتاهـ}_2 - 45}{2\,\text{ظتاهـ}_2 + 1}$$

بحيث تكون .(ظتاهـ٢ ≤ ١)
وهذه شرط تحقق المعادلتان

المعادلة الأولى والثالثة:-

تستخدم في حساب زاوية ظل التمام (هـ ٢) بدلالة النسبة المثلثية لظل التمام (ظتاهـ٢) وهي تعبر عن زاوية جيب التمام (جتاهـ٢).

- (المعادلة الأولى تعطي ...هـ٢ ≥٤٥°) ..وفي هذه الحالة يكون الضلع (س ≥ ص)
- (المعادلة الثالثة تعطي ...هـ ٢ ≥ ٤٥°)..وفي هذه الحالة يكون الضلع (س ≥ ص)
- هذا يعني أن (جاهـ ≤ جتاهـ) .

المعادلة الثانية والرابعة:-

تستخدم في حساب زاوية مقلوب الظل (هـ٢) بدلالة النسبة المثلثية للظل(ظتاهـ٢) وهي تعبر عن زاوية تمام الجيب (جتاهـ٢)..

(المعادلة الثانية تعطي ٩٠° >هـ٢ ≤٤٥°) وفي هذه الحالة يكون الضلع (ص ≥ س)

(المعادلة الرابعة تعطي٩٠° >هـ٢ ≤ ٤٥°) وفي هذه الحالة يكون الضلع (ص ≥ س)

- هذا يعني أن (جاهـ ≥ جتاهـ) .

تنويه هام:-

نجد من معادلات النظرية أنه أصبح من الممكن حساب الزاويتان لجيب الزاوية وتمام جيب الزاوية بدون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو البحث في الجداول المثلثية المحدودة المجدولة بزوايا لأرقام صحيحة مرتبة فقط وفقط.

أمثلة توضيحية لنظرية زوايا المثلث

في هذه الصفحات التالية سوف نتعلم كيف نطبق معادلات النظرية بدلالة زاوية معطى والعكس ،،من خلال أمثلة وتمارين توضيحية للنظرية.

..........؟

وبعد أن تعرفنا في الصفحات السابقة على معادلات النظرية وكذا المعادلات المستنتجة منها سوف نأخذ أمثلة تطبيقية عليها على النحو التالي...

مثال(١):- إذا علمت أن كلاً من النسب المثلثة التالية ...

١)-(جاهـ = ٠.٦) ، ٢)-(جاهـ = ٠.٨) ، ٣)- (جاهـ = ٠.٥)
،٣)- (جاهـ = ٠.٤) ،٤)- (جاهـ = ٠.٧٥) .

أحسب أضلاع المثلث أو المثلثات المفترضة قائم الزاوية لهذه القيم النسبية وأحسب الزوايا لهذا المثلثات..

الحل:-

المعطيات :- نسب مثلثية لجيب الزاوية معطى معلوم كما في المثال

المطلوب:- حساب مثلثات لهذه القيم النسبية المعطى.وكذا إيجاد الزوايا لكل نسبة معطى

ملاحظات :- الزاوية لم تذكر وبموجب النظرية فإن النسبة المثلثية لجيب الزاوية قد حددت بمجرد ذكر القيم النسيبة المعطى وبالتالي يمكن تحديد الزاوية من النظرية الثانية وهي نظرية الزوايا لأضلاع المثلث...وإلى الحل...

بما أن المعطى...

١)-(جاهـ =٠.٦) ..فإنه بموجب معادلات نظرية اضلاع المثلث فإن أضلاع المثلث تساوي

$$\text{ص} = \frac{\text{٢جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢(٠.٦)}}{\text{(١ - ٠.٦)}} = \text{٣}$$

..(ص =٣)...وهي طول الضلع لقائم المفترض

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{٤ + ٤جاهـ}}{\text{١- جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{٤+٤(٠.٦)}}{\text{(١ – ٠.٦)}}} = \text{٤}$$

...(س= ٤)..وهي طول الضلع الأفقي

$$\text{و} = \frac{\text{٢}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢}}{\text{(١ – ٠.٦)}} = \text{٥}$$

.... (و = ٥)...وهي طول ضلع الوتر الواصل بين الضلعين (ص ، س)....

إذاً...

الضلع القائم .. ص = ٣

الضلع الأفقي...س = ٤

ضلع الوتر ... و = ٥

وبعد أن بنينا أركان المثلث الثلاثة وحصلنا على أضلاعها الثلاث نتجه إلى إيجاد الزوايا ٠٠وإلى الصفحة التالية...

بقية الحل...

وبعد أن عرفنا أضلاع المثلث الثلاث بدلالة النسبة المثلثية لجيب الزاوية (جاهـ = ٠.٦)

نوجد الزاوية (هـ) بعد تحويل النسبة المثلثية (جاهـ) إلى نسبة ظل الزاوية (ظاهـ)من باب التسهيل بدلاً من صياغة معادلات أخرى بدلالة جيب الزاوية (جاهـ)...

$$\text{ظاهـ} = \sqrt{\frac{\text{جا}^{2}\text{هـ}}{١ - \text{جا}^{2}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{(٠.٦)^{٢}}{١- (٠.٦)^{٢}}} = ٧٥. \text{ ......ظاهـ} = ٠.٧٥ \text{...ومنها}$$

بما أن ....

$$\text{هـ} = \frac{١٣٥\text{ظا}}{٢ + \text{ظا}} = \frac{١٣٥ \; (٠.٧٥)}{٢ + (٠.٧٥)} = \frac{١٠١.٢٥}{٢.٧٥} = ٣٦.٨١٨١°$$

ومنها حصلنا على زاوية الظل التي تعبر عن زاوية الجيب إذاً.....

(ظا٣٦.٨١° = ٠.٧٥) ⟵ (جا٣٦.٨١° = ٠.٦)

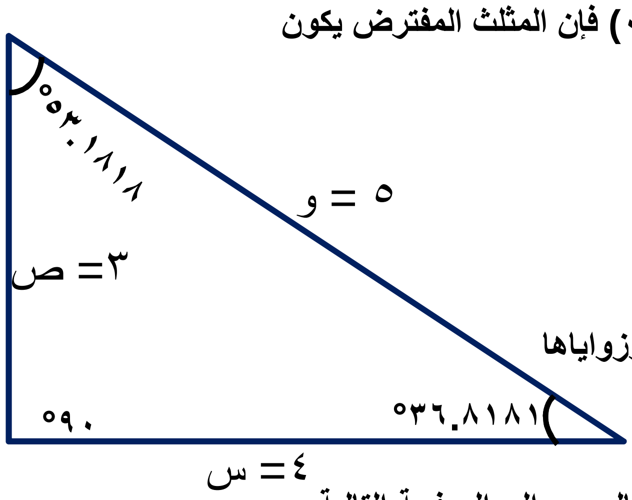
والآن نوجد تمام زاوية الجيب (جتاهـ) ،،،(المتممة للزاوية السابقة)..

بما أن...

$$\text{هـ} = \frac{١٨٠ - ٤٥\text{ظا}}{٢ + \text{ظا}} = \frac{١٨٠ - ٤٥(٠.٧٥)}{٢ + ٠.٧٥} = ٥٣.١٨١٨°$$

(ظا ٥٣.١٨١٨° = ظتا ٥٣.١٨١٨° = جتا ٥٣.١٨١٨°).

إذا عندما كانت (جاهـ = ٠.٦) فإن المثلث المفترض يكون



ص = ٣

س = ٤

و = ٥

جا ٣٦.٨١٨١° = ٠.٦

جتا ٥٣.١٨١٨°

وبالتالي حصلنا على مثلث وزواياها بدلالة نسبة مثلثية وحيدة معطى وهكذا الحل لبقية النسب المعطى في المثال ....وإلى الصفحة التالية

بما أن المعطى...

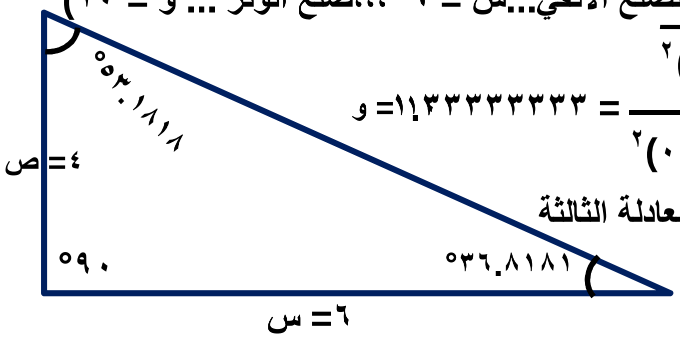
٢)-(جاهـ =٠.٨) ..فإنه بموجب معادلات نظرية اضلاع المثلث فإن أضلاع المثلث تساوي

$$\text{ص} = \frac{\text{٢جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢(٠.٨)}}{\text{(١ - ٠.٨)}} = \text{٤}$$ ..(ص =٤)...وهي طول الضلع لقائم المفترض

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{٤ + ٤جاهـ}}{\text{١- جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{٤+٤(٠.٨)}}{\text{(١ – ٠.٨)}}} = \text{٤}$$ ...(س= ٦)..وهي طول الضلع الأفقي

$$\text{و} = \frac{\text{٢}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢}}{\text{(١ – ٠.٨)}} = \text{١٠}$$ ....(و = ١٠)...وهي طول ضلع الوتر الواصل بين الضلعين (ص ، س)....

إذاً...(الضلع القائم .. ص = ٤ ،،لضلع الأفقي...س = ٦ ،،،ضلع الوتر ... و = ١٠)



$$\text{ظاهـ} = \sqrt{\frac{\text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ}}{\text{١ – جا}^{\text{٢}}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{\text{(٠.٨)}^{\text{٢}}}{\text{١- (٠.٨)}^{\text{٢}}}} = \text{١٫٣٣٣٣٣٣٣٣} = \text{و}$$

بما أن .... ظا > ١ ....نستخدم المعادلة الثالثة والرابعة من نظرية الزاوية....

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{ظا٢ + ١}} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{(١.٣٣٣٣)٢ + ١}} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{٣.٦٦٦٦٦}} = \text{٣٦.٨١٨١}^{\circ}$$ ..وهي زاوية الظل

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٨٠ظا – ٤٥}}{\text{ظا٢ + ١}} = \frac{\text{١٨٠(١.٣٣٣٣٣٣) - ٤٥}}{\text{(١.٣٣٣٣٣٣)٢+١}} = \frac{\text{١٩٤.٩٩٩٩٩٩}}{\text{٣.٦٦٦٦٦٦٦}} = \text{٥٣.١٨١٨}^{\circ}$$

ظا ٣٦.٨١٨١° =١.٣٣٣٣٣٣ ⟵ جا ٣٦.٨١٨١° = ٠.٨

ظا ٥٣.١٨١٨° = ١.٣٣٣٣٣ ⟵ جتا ٥٣.١٨١٨°

وهكذا حصلنا بدلالة النسبة المعطى لجيب الزاوية على مثلث قائم الزاوية وكذا زوايا المثلث بدون الاستعانة برسم هندسي وبدون آلة حاسبة علمية أو حاسوب أو جداول مثلثية.

بما أن المعطى...

٣)-(جاهـ = ٠.٥) ..فإنه بموجب معادلات نظرية اضلاع المثلث فإن أضلاع المثلث تساوي

$$\text{ص} = \frac{\text{٢جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢(٠.٥)}}{\text{(١ - ٠.٥)}} = \text{٢}$$

..(ص =٢)...وهي طول الضلع لقائم المفترض

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{٤ + ٤جاهـ}}{\text{١ - جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{٤+٤(٠.٥)}}{\text{(١ – ٠.٥)}}} = \text{٣.٤٦٤١٠١٦١٥}$$

..(س=٣.٤٦٤١٠١٦١٥)وهي طول الضلع الأفقي (س)

$$\text{و} = \frac{\text{٢}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢}}{\text{(١ – ٠.٥)}} = \text{٤}$$

.... (و = ٤)...وهي طول ضلع الوتر الواصل بين الضلعين (ص ، س)....

إذاً...(الضلع القائم .. ص = ٢ ،،لضلع الأفقي..س = ٣.٤٦٤١٠١٦١٥ ،،،ضلع الوتر ... و = ٤)......

$$\text{ظاهـ} = \sqrt{\frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{١ – جا}^{٢}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{\text{(٠.٥)}^{٢}}{\text{١– (٠.٥)}^{٢}}} = \text{٠.٣٣٣٣٣٣٣٣٣}$$

بما أن .... ظا<١ ....نستخدم المعادلة الأولى والثانية من نظرية الزاوية....

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٣٥ظا}}{\text{٢ + ظا}} = \frac{\text{١٣٥(٠.٣٣٣٣٣٣)}}{\text{٢ + (٠.٣٣٣٣٣٣)}} = \frac{\text{٤٤.٩٩٩٩٩}}{\text{٢.٣٣٣٣٣٣}} = \text{١٩.٢٨٥٧١٤}^{\circ}$$

ومنها حصلنا على زاوية الظل التي تعبر عن زاوية الجيب إذاً.....

(ظا٣٦.٨١° = ٠.٧٥)   (جا٣٦.٨١° = ٠.٦)

والآن نوجد تمام زاوية الجيب (جتاهـ) ،،،(المتممة للزاوية السابقة)..

بما أن...

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٨٠ – ٤٥ظا}}{\text{٢ + ظا}} = \frac{\text{١٨٠– ٤٥(٠.٣٣٣٣٣٣)}}{\text{٢ + ٠.٣٣٣٣٣٣}} = \frac{\text{١٦٥.٠٠٠٠٠٢}}{\text{٢.٣٣٣٣٣٣}} = \text{٧٠.٧٠١٤٢٨}^{\circ}$$

(ظا ٥٣.١٨١٨° = ظتا ٥٣.١٨١٨° = جتا ٥٣.١٨١٨°).

بما أن المعطى...

٤)-(جاهـ=٠.٤) ..فإنه بموجب معادلات نظرية اضلاع المثلث فإن أضلاع المثلث تساوي

$$\text{ص} = \frac{\text{٢جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢(٠.٤)}}{\text{(١ - ٠.٤)}} = \text{١.٣٣٣٣٣٣}$$

.........(ص = ١.٣٣٣٣٣٣)... .... وهي طول الضلع لقائم المفترض

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{٤ + ٤جاهـ}}{\text{١- جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{٤+٤(٠.٤)}}{\text{(١ – ٠.٤)}}} = \text{٣.٠٥٥٠٥٠٤٦}$$

..(س= ٣.٠٥٥٠٥٠٤٦) وهي طول الضلع الأفقي(س)..

$$\text{و} = \frac{\text{٢}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢}}{\text{(١ – ٠.٤)}} = \text{٣.٣٣٣٣٣٣}$$

..(و=٣.٣٣٣٣٣٣)... وهي طول ضلع الوتر ...الواصل بين الضلعين (ص ، س)

$$\text{ظاهـ} = \sqrt{\frac{\text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ}}{\text{١ – جا}^{\text{٢}}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{\text{(٠.٤)}^{\text{٢}}}{\text{١–(٠.٤)}^{\text{٢}}}} = \text{٠.٤٣٦٤٣٥٧٨٠٤٦}$$

بما أن .... ظا < ١ ....نستخدم المعادلة الأولى والثانية من نظرية الزاوية....

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٣٥ظا}}{\text{٢ + ظا}} = \frac{\text{١٣٥(٠.٤٣٦٤٣٥٧)}}{\text{٢ + (٠.٤٣٦٤٣٥٧)}} = \frac{\text{٥٨.٩١٨٨٣٠٣٦}}{\text{٢.٤٣٦٤٣٥٧}} = \text{٢٤.١٨٢٣٨٥٩}^{\circ}$$

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٨٠ – ٤٥ظا}}{\text{٢ + ظا}} = \frac{\text{١٨٠-٤٥(٤٣٦٤٣٥٧٨)}}{\text{٢+ (٠.٤٣٦٤٣٥٧)}} = \frac{\text{١٦٠.٣٦٠٣٨٩٨٨}}{\text{٢.٤٣٦٤٣٥٧}} = \text{٦٥.٨١٧٦١٤٠٥}^{\circ}$$

ظا ٢٤.١٨٢٣٨٥٩° = ٠.٤٣٦٤٣٥٧٨٠٤٦ ⟵ جا ٢٤.١٨٢٣٨٥٩° = ٠.٤

ظا ٦٥.٨١٧٦١٤٠٥° = ٠.٤٣٦٤٣٥٧٨٠٤٦ ⟵ جتا ٥٣.١٨١٨°

وهكذا حصلنا بدلالة النسبة المعطى للجيب على مثلث قائم الزاوية وكذا زوايا المثلث بدون الاستعانة برسم هندسي وبدون آلة حاسبة علمية أو حاسوب أو جداول مثلثية.

أعتذر بشدة عن أي خطأ مطبعي أو حسابي غير مقصود فالمعادلات كلها صحيحة..يا قوم

بما أن المعطى...

٥)-(جاهـ =٠.٧٥) ..فإنه بموجب معادلات نظرية اضلاع المثلث فإن أضلاع المثلث تساوي

$$\text{ص} = \frac{\text{٢جاهـ}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢(٠.٧٥)}}{\text{(١- ٠.٧٥)}} = \text{٦....(ص =٦)..وهي طول الضلع لقائم المفترض}$$

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{٤ + ٤جاهـ}}{\text{١- جاهـ}}} = \sqrt{\frac{\text{٤+٤(٠.٧٥)}}{\text{(١ – ٠.٧٥)}}} = \text{٥.٢٩١٥٠٢٦٢٢١٢}$$

... وهي طول الضلع الأفقي

$$\text{و} = \frac{\text{٢}}{\text{١ – جاهـ}} = \frac{\text{٢}}{\text{(١– ٠.٧٥)}} = \text{٨}$$

....وهي طول ضلع الوتر الواصل بين الضلعين (ص ، س)....

$$\text{ظاهـ} = \sqrt{\frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{١ – جا}^{٢}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{\text{(٠.٧٥)}^{٢}}{\text{١–(٠.٧٥)}^{٢}}} = \text{١.١٣٣٨٩٣٤١٩٠٢}$$

بما أن .... ظا < ١ ....نستخدم المعادلة الثالثة والرابعة من نظرية الزاوية....

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{ظا}^{٢}\text{ + ١}} = \frac{\text{١٣٥}}{\text{(١.١٣٣٨٩٣٤١٩)}^{٢}\text{ + ١}} ، = \frac{\text{١٣٥}}{\text{٣.٢٦٧٧٨٦٨٣٨}} = \text{٤١.٣١٢٣٦٤}^{\circ}$$

$$\text{هـ} = \frac{\text{١٨٠ظا – ٤٥}}{\text{ظا}^{٢}\text{ + ١}} = \frac{\text{١٨٠(١.١٣٣٨٩) -٤٥}}{\text{١+(١.١٣٣٨٩٣٤١٩)}^{٢}} = \frac{\text{١٥٩.١٠٠٨١٥}}{\text{٣.٢٦٧٧٨٦٨٣٨}} \approx \text{٤٨.٦٨٧٦٣٦}^{\circ}$$

ظا ٤١.٣١٢٣٦٤° =١.١٣٣٨٩٣٤١٩ ⟵ جا ٤١.٣١٢٣٦٤° = ٠.٧٥

ظا ٤٨.٦٨٧٦٣٦° = ١.١٣٣٨٩٣٤١٩ ⟵ جتا ٤٨.٦٨٧٦٣٦°

وهكذا حصلنا بدلالة النسبة المعطى للجيب على مثلث قائم الزاوية وكذا زوايا المثلث بدون الاستعانة برسم هندسي وبدون آلة حاسبة علمية أو حاسوب أو جداول مثلثية.

وبعد أن تعرفنا عن كيفية الحصول على مثلثات قائم الزاوية وكذا زوايا لكل مثلث.

سوف نأخذ أمثلث عكسية على النحو التالي....

مثال (٢):-أوجد النسب المثلثية لكل من...

(جا١°) ،(جا١٠°)،(جا٢٥°)،(جا٣٠°)،(جا٣٦°) ،(جا٤٥°) ، (جا٥٠°)،(جا٩٠°)
،(جا٢٢.٢٥°) ،(جا١١.١٥°)،(جا٧٧.٧٧٧°)..؟؟؟

بدون الاستعانة بالآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو الجداول المثلثية .

بما أن..(جا١°) ... الزاوية المعطى هـ < ٤٥° ..ومنه جا١° < ١ ...اذا نستخدم نتيجة المعادلة الأولى لنظرية الزوايا.....وبما ان جيب الزاوية المعطى تعبر عن ظل الزاوية نأخذ الزاوية بدلالة الظل فنقول (جا١°← ظا١°)..

وبما أن المعطى... هـ = ١°

$$\text{ظا} = \frac{\text{٢هـ}}{\text{١٣٥ـ هـ}}$$ **.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)**

**ومنه نحصل على النسبة .... ** $$\text{ظا} = \frac{\text{٢(١°)}}{\text{١٣٥ـ (١°)}} = \frac{\text{٢°}}{\text{١٣٤°}} = \text{٠.٠١٤٩٢٥٣٧٣١}$$

ظا١°≈٠.٠١٤٩٢٥٣٧٣١

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^{2}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{2}\text{هـ}}{\text{١+ ظا}^{2}\text{هـ}} \longrightarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^{2}\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^{2}\text{هـ}}}$$ **... وهنه نجد أن**

$$\text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^{2}\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^{2}\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{(\text{٠.٠١٤٩٢٥٣٧٣١})^{2}}{\text{١ + }(\text{٠.٠١٤٩٢٥٣٧٣١})^{2}}} = \text{٠.٠١٤٩٢٣٧١٠٦٦}$$

جا١° ≈ ٠.٠١٤٩٢٣٧١٠٦٦ ⟵ ظا١° = ٠.٠١٤٩٢٥٣٧٣١

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة النسبة المثلثية معطى وحيد.

تابع حل المثال......

بما أن...(جا١٠°)

وبما أن المعطى... هـ = ١٠° ... ومنه ١٠° < ٤٥°   جا١٠° < ١ ..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{\text{٢هـ}}{\text{١٣٥ــ هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

ومنه نحصل على النسبة .... $\text{ظا} = \frac{\text{٢(١٠°)}}{\text{١٣٥ـ (١٠°)}} = \frac{\text{٢٠°}}{\text{١٢٥°}} = \text{٠.١٦}$

(ظا١٠° = ٠.١٦)   (٠.١٦ < ١)...هل عرفت لماذا ...(جا١٠° < ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^2\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١+ ظا}^2\text{هـ}} \longrightarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^2\text{هـ}}}$$

... وهنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^2\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{(\text{٠.١٦})^2}{\text{١ + }(\text{٠.١٦})^2}} = \text{٠.١٥٧٩٩٠٥٠١٠٧}$$

جا١٠° ≈ ٠.١٥٧٩٩٠٥٠١٠٧ ⟵ ظا١٠° = ٠.١٦

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

ملاحظة :-

يجب الانتباه إلى قيمة الزاوية المعطى حتى نحدد معادلة الزاوية المطلوبة المحققة للشرط التالي......

١- إذا كانت الزاوية المعطى (هـ ≥ ٤٥°) نستخدم معادلات النظرية الأولى والثانية وكذا نتائجهما بحسب السؤال المطروح .

٢- إذا كانت الزاوية المعطى (هـ ≤ ٤٥°) نستخدم معادلات النظرية الثالثة والرابعة وكذا نتائجهما بحسب المطلوب.

والملاحظ للمثال المطروح أنها تحقق (هـ ≥ ٤٥°).....

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٢٥°)

وبما أن المعطى.. هـ = ٢٥°... ومنه ٢٥° < ٤٥°←جا٢٥° < ١ ..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{٢\text{هـ}}{١٣٥ - \text{هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

ومنه نحصل على النسبة .... $\text{ظا} = \frac{٢(٢٥°)}{١٣٥ - (٢٥°)} = \frac{٥٠°}{١١٠°} = ٠.٤٥٤٥٤٥٤٥٤٥$

(ظا٢٥° = ٠.٤٥٤٥٤٥٤٥٤٥) ← (٠.٤٥٤٥٤٥٤٥٤٥ < ١)...

هل عرفت لماذا ...(جا٢٥° < ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^٢\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}} \longrightarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}}}$$

... وهنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \frac{\text{ظاهـ}}{١ + \text{ظاهـ}} = \frac{(٠.٤٥٤٥٤٥٤٥)}{١ + (٠.٤٥٤٥٤٥٤٥)} = ٠.٤١٣٨٠٢٩٤٤٢٨$$

جا٢٥°≈ ٠.٤١٣٨٠٢٩٤٤٢٨ ⟵ ظا٢٥° = ٠.٤٥٤٥٤٥٤٥٤٥

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

ملاحظة :-

١- عندما تكون زاوية الظل المعطى أصغر من (٤٥°)هذا يعني أن الضلع القائم (ص) أصغر من الضلع الأفقي (س)..(ظاهـ،، بحيث،، هـ < ٤٥° ..فإن ص < س).

١-٢- عندما تكون زاوية الظل المعطى أكبر (٤٥°) هذا يعني أن الضلع القائم (ص) أكبر من الضلع الأفقي (س)..(ظاهـ ،، بحيث ،، هـ > ٤٥°..فإن ص > س).

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٣٠°)

وبما أن المعطى... هـ = ٣٠° .. ومنه ٣٠°> ٤٥° ← جا٣٠° > ١ ..كنسبة مثلثية.

$$ظا = \frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

ومنه نحصل على النسبة .... ظا = $\frac{٢(٣٠°)}{١٣٥ - (٣٠°)} = \frac{٦٠°}{١٠٥°} = ٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢$

(ظا٣٠° = ٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢) (٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢ > ١)...

هل عرفت لماذا ...(جا٣٠° > ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$جا^٢هـ = \frac{ظا^٢هـ}{١+ ظا^٢هـ} \longrightarrow جاهـ = \sqrt{\frac{ظا^٢هـ}{١ + ظا^٢هـ}}$$

... وهنه نجد أن

$$جاهـ = \sqrt{\frac{ظا^٢هـ}{١ + ظا^٢هـ}} = \sqrt{\frac{(٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢)^٢}{١ + (٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢)^٢}} = ٠.٤٩٦١٣٨٩٣٨٣٤$$

جا٣٠° ≈ ٠.٤٩٦١٣٨٩٣٨٣٤ ⟵ ظا٣٠° = ٠.٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

<u>إنتباه:-</u>

١- إذا كانت الزاوية المعطى تساوي (٤٥°) فإن الضلعان المتجاوران متساويان...
بديهة هندسية معروفة لذا وجب التذكير..(عند هـ = ٤٥° ..فإن ..س = ص< و)

٢- إعلم أن الضلعان المتجاوران والمقابلان للوتر يكونان دائما أصغر من الوتر.

(أي عند ....(س = ص ، س > ص ، س< ص) > و).

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٣٦°)

وبما أن المعطى...هـ = ٣٦°... ومنه ٣٦° < ٤٥° ← جا٣٦° < ١ ..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{٢\text{هـ}}{١٣٥ - \text{هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

ومنه نحصل على النسبة .. $\text{ظا} = \frac{٢(٣٦°)}{١٣٥ - (٣٦°)} = \frac{٧٢°}{٩٩°} = ٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢$

(ظا٣٠° = ٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢) ← (٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢ < ١)...

هل عرفت لماذا ...(جا٣٦° < ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^٢\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}} \leftarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}}}$$

... وهنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}}} = \sqrt{\frac{(٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢)^٢}{١ + (٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢)^٢}} = ٠.٥٨٨١٧١٦٩٧٦٦$$

جا٣٦° ≈ ٠.٥٨٨١٧١٦٩٧٦٦ ← ظا٣٦° = ٠.٧٢٧٢٧٢٧٢٧٢

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

ملاحظة هامة:-

أعلم أخي طالب العلم أن النتائج التي تعطيها معادلات النسب المثلثية لأضلاع المثلث صحيحة ولكنها ليست وحيدة إلاّ أنها تعطي أقل قيمة ممكنة مع ثبوت قيمة النسب المثلثية المعطى أي أنه يمكن الحصول على مثلثات لا نهائية بدلالة نسبة مثلثية وحيد ثابتة ويمكن ذلك من خلال مضاعفة الناتج من معادلات النظرية للحصول على أكبر مثلث أو بقسمة الناتج على أرقام للحصول على أصغر مثلث أو من خلال معادلات معاملات التكبير والتصغير المستنتجة من أصل النظرية وهكذا يا أخي في الله ... لذا وجب التنويه...

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٤٥°)

وبما أن المعطى... هـ = ٤٥° ... ومنه ٤٥° = ٤٥° ←جا٤٥° ≤ ١..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{\text{٢هـ}}{\text{١٣٥ـ هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

ومنه نحصل على النسبة ....

$$\text{ظا} = \frac{\text{٢(٤٥°)}}{\text{١٣٥ـ (٤٥°)}} = \frac{\text{٩٠°}}{\text{٩٠°}} = \text{١}$$

(ظا٤٥° = ١) ← (١≤ ١) ← (١ = ١)

هل عرفت لماذا ...(جا٤٥° ≤ ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^2\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١+ ظا}^2\text{هـ}} \leftarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^2\text{هـ}}}$$

... وهنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \frac{\text{ظاهـ}}{\text{١ + ظاهـ}} = \frac{\text{(١)}}{\text{١ + (١)}} = \text{٠.٧٠٧١٠٦٧٨١١٨}$$

جا٤٥°= ٠.٧٠٧١٠٦٧٨١١٨ ← ظا٤٥° = ١

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

ملاحظة :- إن النتائج التي تعطيها معادلات النظرية صحيحة مع وجود فوارق بسيطة بين هذه النتائج ونتائج الآلة الحاسبة العلمية أو الحاسوب أو الجداول المثلثية المقربة بنسبة تقريبية برقم عشري أو رقمين أو ثلاث...... وإلاّ لكانت النتيجة خاطئة عند الزاوية (جا٤٥° ، ظا٤٥°) وغيرها وهذا ما يثبت صحة النتائج لمعادلات النظرية المبتكرة....مع العلم أن نتائج الآلة الحاسبة العلمية غير دقيقة لأنه كلما اقتربت من الزاوية يزد نسبة الخطأ الحسابي كما قيل لي من بعض الأساتذة الذين ناقشتهم ....والله أعلم بالصواب وله الكمال وحده... والحمد لله رب العالمين.

تابع الحل......

بما أن...(جا٥٠°)

وبما أن المعطى... هـ = ٥٠°... ومنه ٥٠° > ٤٥°←جا٥٠° >١..كنسبة مثلثية.

نستخدم نتيجة المعادلة الرابعة فنجد أن.....

$$ظا = \frac{هـ + ٤٥}{١٨٠ - ٢هـ}$$ . .. بشرط (ظا ≥ ١ ..عند هـ ≥ ٤٥°)

أحرز لماذا المعادلة الرابعة وليست الثانية مع أن كلاهما.... تحقق هـ ≥٤٥°.....

ومنه نجد...

$$ظا = \frac{(٥٠°) + ٤٥}{١٨٠ - ٢(٥٠°)} = \frac{٩٥°}{٨٠°} = ١.١٨٧٥$$

(ظا٥٠° = ١.١٨٧٥) ← (١.١٨٧٥ > ١)...

هل عرفت لماذا ... لأن(جا٥٠° > ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$جا^٢هـ = \frac{ظا^٢هـ}{١ + ظا^٢هـ} \longrightarrow جاهـ = \sqrt{\frac{ظا^٢هـ}{١ + ظا^٢هـ}}$$ ... ومنه نجد أن

$$جاهـ = \frac{ظاهـ}{١ + ظاهـ} = \frac{(١.١٨٧٥)}{١ + (١.١٨٧٥)} =٠.٧٠١٩٣٠٦٥٥٤٤$$

جا٥٠°≈ ٠.٧٠١٩٣٠٦٥٥٤٤ ⟵ ظا٥٠° = ١.١٨٧٥

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

تنبيه هام:-

إن الزوايا المعطى تلعب دورا هاماً إلى جانب النسب المعطى في تحديد المعادلات المطلوبة لذا لا بد من التركيز في شروط تحقق المعادلات وتطبيقاتها ....هذا ولله الحمد.

تابع الحل......

بما أن...(جا٩٠°)

وبما أن المعطى... هـ = ٩٠°... ومنه ٩٠° > ٤٥°   جا٩٠° <١..كنسبة مثلثية.

نستخدم نتيجة المعادلة الرابعة فنجد أن.....

هـ + ٤٥

ظا = ———— . .. بشرط (ظا ≤ ١ ..عند هـ ≤ ٩٠°)

١٨٠- ٢هـ

ومنه نجد...   (٩٠°) + ٤٥   ١٣٥°

ظا = ———— = ——— =غير معروف ...لماذا.؟

١٨٠- ٢(٩٠°)   ٠°

(ظا٩٠° = غير معروف)...لأنها تساوي مقلوب الظل وهي ظل التمام (ظتا٩٠°)

هل عرفت لماذا ... لأن الضلع القائم أصبح عند هذه الزاوية منعدماً وبالتالي لا وجود للظل أي ظل الزاوية..

في هذه الحالة لا وجود للنسبة المثلثية لأن العلاقة بين الأضلاع غير موجودة وبالتالي فإن جا٩٠° = .   أي غير موجودة بعكس نسبة تمام الجيب.(جتا٩٠° = ١)

ولنستخدم في هذه الحالة المعادلة الثانية عند هـ ≤ ٤٥° ...ومنه نجد أن

١٨٠ – ٢(٩٠°)   ٠

ظا = ———— = ——— = ٠   ....وهذه المعادلة تدل على انعدام الظل

٤٥ + ٩٠   ١٣٥   أي انعدام الضلع القائم (ص).

<u>تنبيه هام:-</u>

إن الزوايا المعطى تلعب دورا هاماً إلى جانب النسب المعطى في تحديد المعادلات المطلوبة لذا لا بد من التركيز في شروط تحقق المعادلات وتطبيقاتها ....هذا ولله الحمد.

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٢٢.٢٥°)

وبما أن المعطى...هـ = ٢٢.٢٥°... ومنه ٢٢.٢٥° < ٤٥°

....جا٢٢.٢٥° < ١ ..كنسبة مثلثية.

$$ظا = \frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

$$ومنه نجد.. ظا = \frac{٢(٢٢.٢٥°)}{١٣٥ - (٢٢.٢٥°)} = \frac{٤٤.٥°}{١١٢.٧٥°} = ٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣$$

(ظا٢٢.٢٥° = ٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣) ← (٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣ ٢ < ١)...

هل عرفت لماذا ...(جا٢٢.٢٥° < ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$جا^٢هـ = \frac{ظا^٢هـ}{١+ ظا^٢هـ} \longrightarrow جاهـ = \sqrt{\frac{ظا^٢هـ}{١ + ظا^٢هـ}}$$

... وهنه نجد أن

$$جاهـ = \frac{ظاهـ}{١ + ظاهـ} = \frac{(٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣)}{١ + (٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣)} = ٠.٣٦٧١١٩٥٧٥٦٨$$

جا٢٢.٢٥° ≈ ٠.٣٦٧١١٩٥٧٥٦٨ ← ظا٢٢.٢٥° = ٠. ٠.٣٩٤٦٧٨٤٩٢٢٣

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

<u>تنبيه هام:-</u>

أعلم أخي طالب العلم أن النتائج التي تعطيها معادلات النسب المثلثية لأضلاع المثلث صحيحة ولكنها ليست وحيدة إلاّ أنها تعطي أقل قيمة ممكنة مع ثبوت قيمة النسب المثلثية المعطى أي أنه يمكن الحصول على مثلثات لا نهائية بدلالة نسبة مثلثية وحيد ثابتة ويمكن ذلك من خلال مضاعفة الناتج من معادلات النظرية للحصول على أكبر مثلث أو بقسمة الناتج على أرقام للحصول على أصغر مثلث

وهكذا يا أخي في الله ... لذا وجب التنويه...

تابع حل المثال......

بما أن...(جاه١١.١٥°)

وبما أن المعطى...هـ = ١١.١٥°... ومنه ١١.١٥° < ٤٥°

....جاه١١.١٥° < ١..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{\text{٢ هـ}}{\text{١٣٥ ـ هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (٠< ظا ≤ ١)

$$\text{ومنه نجد.. ظا} = \frac{\text{٢(١١.١٥°)}}{\text{١٣٥ـ (١١.١٥°)}} = \frac{\text{٢٢.٣°}}{\text{١٢٣.٨٥°}} = \text{٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨}$$

(ظاه١١.١٥° = ٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨) ⟵ (٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨ < ١)...

هل عرفت لماذا ...(جاه١١.١٥° < ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^2\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١+ ظا}^2\text{هـ}} \longrightarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^2\text{هـ}}}$$

... ومنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \frac{\text{ظاهـ}}{\text{١ + ظاهـ}} = \frac{\text{(٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨)}}{\text{١ + (٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨)}} = \text{٠.١٧٧٢٠٣٨٧٧٧٧}$$

جاه١١.١٥°≈ ٠.١٧٧٢٠٣٨٧٧٧٧ ⟵ ظاه١١.١٥° = ٠.١٨٠٠٥٦٥١٩٩٨

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

تابع حل المثال......

بما أن...(جا٧٧.٧٧٧°)

وبما أن المعطى...هـ = ٧٧.٧٧٧°... ومنه ٧٧.٧٧٧° > ٤٥°

....جا٧٧.٧٧٧° > ١..كنسبة مثلثية.

$$\text{ظا} = \frac{\text{هـ} + ٤٥}{١٨٠ - ٢\text{هـ}}$$

.. لمعادلة التي تعطي نسبة ميل الزاوية .. بشرط (ظا ≤ ١)

$$\text{ومنه نجد.. ظا} = \frac{٧٧.٧٧٧° + ٤٥}{١٨٠ - ٢(٧٧.٧٧٧°)} = \frac{١٢٢.٧٧٧°}{٢٤.٤٤٦°} = ٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨$$

(ظا٧٧.٧٧٧° = ٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨) ← (٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨ > ١)...

هل عرفت لماذا ...(جا٧٧.٧٧٧° > ١)...وهكذا.

ومن خلال معادلات التحويل نحصل على نسبة جيب بدلالة نسبة الظل فنقول..

$$\text{جا}^٢\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}} \leftarrow \text{جاهـ} = \sqrt{\frac{\text{ظا}^٢\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^٢\text{هـ}}}$$

... ومنه نجد أن

$$\text{جاهـ} = \frac{\text{ظاهـ}}{١ + \text{ظاهـ}} = \frac{(٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨)}{١ + (٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨)} = ٠.٩٨٠٧٤٨٣٧١٨٦$$

جا٧٧.٧٧٧° ≈ ٠.٣٦٧١١٩٥٧٥٦٨ ← ظا٧٧.٧٧٧° = ٥.٠٢٢٣٧٥٨٤٤٨

....وهو المطلوب إيجاده ويمكن بناء مثلث لهذه النسبة والزاوية فقط بدلالة نسبتها.

ملاحظة هامة:-

يمكن تحويل النسب المعطى إلى كلاً من (جتاهـ ، ظتاهـ ، قاهـ ، قتاهـ) من خلال معادلات التحويل المذكورة آنفاً وتعويضها في المعادلات أو يمكن صياغة معادلات بدلالة هذه النسب ولكني لم أفعل حتى لا تكثر المعادلات وتتعقد الأمور فجعلت المعادلات على أساس النسبتان (جاهـ ، ظاهـ) ..وإليها يتم التحويلات النسبة المثلثية من باب التسهيل والاختصار ...هذا ولله الحمد..

الفصل الثالث

v اشتقاق معادلات النسب بدلالة زاوية

v اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية وحيدة معطى.

....

في الصفحات التالية سوف نتعلم كيف نشتق معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى وكذا معادلات لحساب أطوال المثلث بدلالة زاوية وحيدة معطى على أساس معادلات النظرية الأساسية لجيب الزاوية وكذا لنظرية ظل الزاوية .

أولاً :- اشتقاق معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى.

علمنا مما سبق كيف نحسب أطوال أضلاع المثلث بدلالة نسبة مثلثية وحيدة وكذا بدلالة ضلع وحيد والعكس وكذا تعلمنا كيف نحسب زاوية المثلث بدلالة ظل الزاوية معطى وكذا اشتققنا معادلات عكسية للزاوية بدلالة زاوية للحصول على نسبة الميل (ظاهـ) هذه المرة سوف نشتق معادلات لبقية للنسب مثل جيب الزاوية (جاهـ)..إلخ بدلالة زاوية معطى .. ولنبدأ بسم الله علاّم الغيوب الذي علّمنا ما لم نعلم .

اولاً :- معادلات جيب الزاوية (جاهـ) بدلالة زاوية الجيب (هـ).

$$\text{ظاهـ}_{١} = \frac{٢\,\text{هـ}_{١}}{١٣٥ - \text{هـ}_{١}} \;......(١) \quad ، \quad \text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{٢}\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{هـ}} \;....(٢).$$

من المعادلة العكسية لنظرية الزاوية..(١) ، ومعادلة معاملة التحويل ....(٢) نجد أن

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\frac{(٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢}}}{١ + \frac{(٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢}}} = \frac{(٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢} + (٢\text{هـ})^{٢}} \;...\text{إذاً لدنيا.}$$

$$\boxed{\text{جاهـ}_{١} = \sqrt{\frac{(٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ}_{١})^{٢} + (٢\text{هـ}_{١})^{٢}}}}$$ وهي معادلة جيب الزاوية بدلالة زاوية الجيب

.... ?

ثانياً :- معادلة جيب تمام الزاوية (جتاهـ ٢)بدلالة زاوية الجيب (هـ ١).

$$\text{ظاهـ} = \frac{٢\,\text{هـ}_{١}}{١٣٥ - \text{هـ}_{١}} \;....(١) \quad ، \quad \text{جتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{هـ}} \;...(٢)....\text{ومنه نجد أن.}$$

$$\text{جتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{١ + \frac{(٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢}}} = \frac{١}{\frac{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢} + (٢\text{هـ})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ})^{٢}}} \;....\text{ومنه نجد أن.}$$

$$\boxed{\text{جتاهـ}_{٢} = \sqrt{\frac{(١٣٥ - \text{هـ}_{١})^{٢}}{(١٣٥ - \text{هـ}_{١})^{٢} + (٢\text{هـ}_{١})^{٢}}}}$$ وهي معادلة جيب التمام بدلالة زاوية الجيب هـ ١

تابع ....اشتقاق معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى.

ثالثاً:- معادلات قاطع الزاوية (قاهـ) بدلالة زاوية الجيب (هـ).

$\text{ظاهـ}_{١} = \frac{\text{٢هـ}_{١}}{\text{١٣٥} - \text{هـ}_{١}}$ ......(١). ، $\text{قاهـ}^{٢} = \frac{\text{١} + \text{ظاهـ}^{٢}}{\text{ظاهـ}^{٢}}$ ....(٢).

من المعادلة العكسية لنظرية الزاوية..(١) ، ومعادلة معاملة التحويل ....(٢) نجد أن

$$\text{قاهـ}^{٢} = \frac{\text{١} + \frac{(\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}}{\frac{(\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}} = \frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢} + (\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{٢هـ})^{٢}}$$ ...إذاً لدنيا.

$$\text{قاهـ} = \sqrt{\frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢} + (\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{٢هـ})^{٢}}}$$ وهي معادلة مقلوب الجيب بدلالة زاوية الجيب

?.................................

رابعاً:- معادلة قاطع تمام الزاوية (قتاهـ)بدلالة زاوية الجيب (هـ).

$\text{ظاهـ}_{١} = \frac{\text{٢هـ}_{١}}{\text{١٣٥} - \text{هـ}_{١}}$ ....(١) ، $\text{قتاهـ}_{٢}^{٢} = \text{١} + \text{ظاهـ}_{١}^{٢}$.(٢)....ومنه نجد أن.

$$\text{قتاهـ}_{٢}^{٢} = \text{١} + \frac{(\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}} = \frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢} + (\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}$$ ...ومنه نجد أن.

$$\text{قتاهـ}_{٢} = \sqrt{\frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢} + (\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}}$$ وهي معادلة مقلوب التمام بدلالة زاوية الجيب هـ

?...

خامساً:- معادلة ظل تمام الزاوية (ظتاهـ)بدلالة زاوية الجيب (هـ).

$\text{ظاهـ} = \frac{\text{٢هـ}_{١}}{\text{١٣٥} - \text{هـ}_{١}}$ ...(١) ، $\text{ظتاهـ}^{٢} = \frac{\text{١}}{\text{ظاهـ}^{٢}}$....(٢) ..ومنه نجد أن.

$$\text{ظتاهـ}_{٢} = \frac{\text{١}}{\frac{(\text{٢هـ})^{٢}}{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}} = \frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}{(\text{٢هـ})^{٢}}$$ .....وهو المطلوب.

$$\boxed{\text{ظتاهـ} = \sqrt{\frac{(\text{١٣٥} - \text{هـ})^{٢}}{(\text{٢هـ})^{٢}}}}$$ .. وهي معادلة ظل التمام بدلالة زاوية الجيب هـ ١

تابع ...اشتقاق معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى.

مما سبق استنتجنا معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية الجيب (هـ)هذه المرة سوف نستنتج معادلا بدلالة زاوية تمام الجيب (هـ٢) وسوف نستفيد من هذه المعادلات المشتقة في استنتاج معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية وحيدة...إذاً في إلى العمل..

اولاً :- معادلات جيب الزاوية (جاهـ) بدلالة زاوية تمام الجيب (هـ٢).

$$\text{ظاهـ}_1 = \frac{\text{١٨٠} - \text{٢هـ}_2}{\text{٤٥} + \text{هـ}_2} \text{ ......(١). ، } \text{جا}^2\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^2\text{هـ}}{\text{١} + \text{ظا}^2\text{هـ}} \text{ ....(٢).}$$

من المعادلة العكسية لنظرية الزاوية..(١) ، ومعادلة معاملة التحويل ....(٢) نجد أن

$$\text{جا}^2\text{هـ} = \frac{\frac{(\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2}}{\text{١} + \frac{(\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2}} = \frac{(\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2 + (\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2} \text{ ...إذاً لدنيا.}$$

$$\text{جاهـ}_1 = \sqrt{\frac{(\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2 + (\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}} \text{ وهي معادلة جيب الزاوية بدلالة زاوية التمام}$$

....................................?

ثانياً :- معادلة جيب تمام الزاوية (جتاهـ)بدلالة زاوية الجيب (هـ).

$$\text{ظاهـ} = \frac{\text{١٨٠} - \text{٢هـ}_2}{\text{٤٥} + \text{هـ}_2} \text{ ....(١) ، } \text{جتا}^2\text{هـ} = \frac{\text{١}}{\text{١} + \text{ظا}^2\text{هـ}} \text{ ...(٢)....ومنه نجد أن.}$$

$$\text{جتا}^2\text{هـ} = \frac{\text{١}}{\text{١} + \frac{(\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2}} = \frac{\text{١}}{\frac{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2 + (\text{١٨٠} - \text{٢هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2}} \text{ ....ومنه نجد أن.}$$

$$\text{جتاهـ}_2 = \sqrt{\frac{(\text{٤٥} + \text{هـ})^2}{(\text{٤٥} + \text{هـ}_2)^2 + (\text{١٨٠} - \text{٢هـ}_2)^2}} \text{ ..وهي معادلة جيب التمام بدلالة زاوية التمام}$$

تابع ....اشتقاق معادلات النسب المثلثية بدلالة زاوية معطى.

ثالثاً:- معادلات قاطع الزاوية (قاهـ) بدلالة زاوية جيب التمام (هـ).

$\text{ظاهـ}_{\text{١}} = \frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}}$ ......(١). ، $\text{قاهـ}^{\text{٢}} = \frac{\text{١} + \text{ظاهـ}^{\text{٢}}}{\text{ظاهـ}^{\text{٢}}}$ ....(٢).

من المعادلة العكسية لنظرية الزاوية..(١) ، ومعادلة معاملة التحويل ....(٢) نجد أن

$$\text{قاهـ}^{\text{٢}} = \frac{\text{١} + \frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}}}{\frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}}} = \frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}} + (\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}$$

...إذاً لدنيا.

$$\text{قاهـ} = \sqrt{\frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}} + (\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}}$$

وهي معادلة مقلوب الجيب بدلالة زاوية التمام

?...................................

رابعاً:- معادلة قاطع تمام الزاوية (قتاهـ)بدلالة زاوية جيب التمام (هـ).

$\text{ظاهـ}_{\text{١}} = \frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}}$ ....(١) ، $\text{قتاهـ}_{\text{٢}}^{\text{٢}} = \text{١} + \text{ظاهـ}^{\text{٢}}$.(٢)....ومنه نجد أن.

$$\text{قتاهـ}_{\text{٢}}^{\text{٢}} = \text{١} + \frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}} = \frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}} + (\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}$$

...ومنه نجد أن.

$$\text{قتاهـ}_{\text{٢}}^{\text{٢}} = \sqrt{\frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}} + (\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}}$$

.وهي معادلة مقلوب التمام بدلالة زاوية تمام

?..

خامساً:- معادلة ظل تمام الزاوية (ظتاهـ)بدلالة زاوية جيب التمام (هـ).

$\text{ظاهـ} = \frac{\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}}}{\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}}}$ ...(١) ، $\text{ظتاهـ}_{\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\text{ظاهـ}}$ ....(٢) ..ومنه نجد أن.

$$\text{ظتاهـ}_{\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\frac{(\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}} = \frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}$$

.....وهو المطلوب.

$$\boxed{\text{ظتاهـ} = \sqrt{\frac{(\text{٤٥} + \text{هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}{(\text{١٨٠} - \text{٢ هـ}_{\text{٢}})^{\text{٢}}}}}$$

..وهي معادلة ظل التمام بدلالة زاوية جيب التمام هـ ٢

ثانياً:- اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية معطى

سوف نطبق معادلات النظرية الأساسية وكذا المعادلات العكسية في اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية على النحو التالية...

٧ - معادلا الضلع القائم بدلالة زاوية الجيب (الزاوية المقابلة للضلع القائم ص).

بما أن..

$$ص = \frac{ظاهـ}{١ - ظاهـ} ..(١) ، ص = \frac{جاهـ}{١ - جاهـ} ..(٢) ، ظاهـ = \frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ} ..(٣) ، جاهـ = \frac{ظاهـ}{١ + ظاهـ} ..(٤)$$

المعطيات :-

لدينا معادلتين للضلع القائم (ص) من النظرية الأساسية لجيب الزاوية (جاهـ) وظل الزاوية (ظاهـ) وأن لكل منها شرط التحقق لهذه المعادلات وكذا لدينا معادلة عكسية لظل الزاوية بدلالة زاوية معطى والتي سوف نعوضها في معادلتي الضلع (ص) للحصول على معادلة للضلع القائم بدلالة زاوية معطى والآن لننفذ العملية لصياغة هذا المفهوم ألمعادلاتي الجديد كالتالي.

المطلوب :- معادلة ضالع المثلث بدلالة زاوية معطى (زاوية الجيب هـ).

العمل ....

أولا:- معادلة الضلع القائم(ص) على أساس ظل الزاوية (ظاهـ)...(١).

بما أن...

$$ص = \frac{ظاهـ}{١ - ظاهـ} ...(١) \quad ، \quad ظاهـ = \frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ} ...(٣) \text{ ، بتعويض (٣) في (١)نجد}$$

$$ص = \frac{\frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ}}{١ - \frac{٢هـ}{١٣٥ - هـ}} = \frac{\frac{٢هـ}{\cancel{١٣٥ - هـ}}}{\frac{(١٣٥ - هـ) - ٢هـ}{\cancel{١٣٥ - هـ}}} = \frac{٢هـ}{١٣٥ - ٣هـ}$$

$$\boxed{ص = \frac{٢هـ_١}{١٣٥ - ٣هـ_١}}$$ **وهي معادلة الضلع القائم(ص)بدلالة زاوية الجيب وهو المطلوب**

شرط تحقق المعادلة:-

١- أن تكون الزاوية $هـ_١$ معطى وتمثل جيب الزاوية. ($هـ_١$)

٢- أن تكون الزاوية المعطى بحيث ($٠ < هـ_١ < ٤٥°$).

٣- مقام المعادلة لا يساوي الصفر ($\neq ٠$).

تابع - اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية معطى

ثانياً :- معادلا الضلع الأفقي بدلالة زاوية الجيب (الزاوية المقابلة للضلع القائم ص) والمجاورة للضلعين الأفقي والوتر على أساس معادلة جيب الزاوية للضلع القائم.

بما أن :-

$$\text{ص} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{١ - جاهـ}} \;...(\text{٢}) \;،\; \text{ظاهـ} = \frac{\text{٢ هـ}}{\text{١٣٥ - هـ}} \;...(\text{٣}) \;،\; \text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{\text{٢}}\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^{\text{٢}}\text{هـ}} \;..(\text{٤})$$

المعطيات :-

لدينا معادلة للضلع القائم (ص) من النظرية الأساسية لجيب الزاوية (جاهـ) ومعادلة معامل التحويل لجيب الزاوية (جاهـ) بدلالة الظل (ظاهـ) وأن لكل منها شرط التحقق لهذه المعادلات وكذا لدينا معادلة عكسية لظل الزاوية بدلالة زاوية معطى والتي سوف نعوضها في معادلتي الضلع (ص) للحصول على معادلة للضلع القائم بدلالة زاوية معطى والآن لننفذ العملية لصياغة هذا المفهوم ألمعادلاتي الجديد كالتالي.

أولا:- معادلة الضلع القائم(ص) رقم ....(٢)...بتعويض في (٤) في (٢) نجد أن..

بما أن...

$$\text{ظاهـ} = \frac{\text{٢ هـ}}{\text{١٣٥ - هـ}} \;...(\text{٣}) \;،\; \text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{\text{٢}}\text{هـ}}{\text{١ + ظا}^{\text{٢}}\text{هـ}} \;...(\text{٤})$$

، بتعويض (٣) في (٤)نجد

$$\text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ} = \frac{\dfrac{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}}}}{\text{١} + \dfrac{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}}}} = \frac{\dfrac{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}}}}{\dfrac{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}}}} = \frac{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}}$$

إذاً لدينا ....

$$\text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ} = \frac{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}}$$

...معادلة نسبة جيب الزاوية بدلالة زاوية ..ومنه .. بتعويض في ..(٢) نحصل على..

بما أن...

$$\text{ص} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{١ - جاهـ}} = \frac{\dfrac{\sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}{\cancel{\sqrt{(\text{١٣٥-هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}}}{\dfrac{\sqrt{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}} - \sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}{\cancel{\sqrt{(\text{١٣٥ - هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}}} = \frac{\sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}{\sqrt{(\text{١٣٥-هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}} - \sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}$$

$$\text{ص} = \frac{\sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}{\sqrt{(\text{١٣٥-هـ})^{\text{٢}} + (\text{٢هـ})^{\text{٢}}} - \sqrt{(\text{٢هـ})^{\text{٢}}}}$$

....وهي المعادلة المطلوبة بدلالة الزاوية.

وتتحقق عند (٠ < هـ ≤ ٤٥°)

تابع..... اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية معطى.

بند():- معادلة الضلع الأفقي (س) بدلالة زاوية الجيب.

أولاً:- نأخذ على أساس معادلة الميل فنجد أن.........

$$س = \frac{١}{١ - ظاهـ} ....(١) \quad ، \quad ظاهـ = \frac{٢هـ}{١٣٥-هـ} ...(٢) ....$$

ومن المعادلتين نجد أن.

$$س = \frac{١}{١ - \frac{٢هـ}{١٣٥-هـ}} = \frac{١}{\frac{١٣٥-هـ - ٢هـ}{١٣٥-هـ}} = \frac{١}{\frac{١٣٥-٣هـ}{١٣٥-هـ}} = \frac{١٣٥-هـ}{١٣٥-٣هـ}$$

إذاً لدينا...

$$\boxed{س = \frac{١٣٥-هـ}{١٣٥-٣هـ}}$$

....وهي معادلة الضلع الأفقي (س) بدلالة زاوية الجيب.

......تتحقق المعادلة بحيث تكون (٠ < هـ < ٤٥°)

ثانياً :- نأخذ على أساس معادلة الجيب فنجد أن......

$$س = \sqrt{\frac{١ + جاهـ}{١ - جاهـ}} ....(١). \quad ، \quad جاهـ = \sqrt{\frac{(٢هـ)^٢}{(١٣٥- هـ)^٢ + (٢هـ)^٢}} ....(٢).$$

ومنه.....

$$س = \sqrt{\frac{\sqrt{(١٣٥-هـ)^٢ + (٢هـ)^٢} + \sqrt{(٢هـ)^٢}}{\sqrt{(١٣٥-هـ)^٢ + (٢هـ)^٢} - \sqrt{(٢هـ)^٢}}}$$

....شرط التحقق(٠<هـ<٤٥°)

وهي معادلة الضلع الأفقي بدلالة زاوية الجيب.....

.. ?

نتيجة :-

نجد من حساب أضلاع المثلث بدالة زاوية نوعين من المعادلات .

النوع الأول :-

على أساس معادلة ظل الزاوية وهي سهلة التطبيق ونتائجها أكبر من نتائج النوع الثاني .

النوع الثاني:-

على أساس معادلة جيب الزاوية وهي معقدة ونتائجها اصغر من نتائج النوع الأول.

التعليل:-

لأن جيب الزاوية كنسبة مثلثية أصغر دائماً من نسبة ظل الزاوية وبالتالي كلما أخذنا نسبة أكبر زاد أطوال أضلاع المثلث بمعنى أن جاهـ < ظاهـ وبالتالي فإن طول الضلع القائم (ص)على أساس معادلة الجيب (جاهـ) تكون أصغر من طول الضلع القائم (ص) على أساس معادلة الظل (ظاهـ)...بديهة هندسية.

تابع..... اشتقاق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية معطى.

بند ():- معادلة ضلع الوتر بدلالة زاوية الجيب.

أولا:- معادلة ضلع الوتر على أساس ظل الزاوية (ظاهـ) بدلالة زاوية الجيب.

$$و = \sqrt{\frac{١ + ظا^٢هـ}{١ - ظا^٢هـ}} \quad .... (١) \quad ، \quad ظاهـ = \frac{٢ هـ}{١٣٥-هـ}$$

$$و = \sqrt{\frac{١ + \frac{(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢}}{١ - \frac{(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢}}} = \sqrt{\frac{\frac{(١٣٥-هـ)^٢+(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢}}{\frac{(١٣٥-هـ)^٢-(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢}}} = \sqrt{\frac{(١٣٥-هـ)^٢+(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢-(٢هـ)^٢}}$$

$$\boxed{و = \sqrt{\frac{(١٣٥-هـ)^٢+(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢-(٢هـ)^٢}}}$$ ..... وهي معادلة ضلع الوتر بدلالة زاوية الجيب.

بند (أ- ٦):- معادلة ضلع الوتر (و)بدلالة زاوية الجيب على أساس معادلة الجيب.

$$و = \frac{١}{١ - جاهـ} ....(١). \quad ، \quad و = \sqrt{\frac{(٢هـ)^٢}{(١٣٥-هـ)^٢ + (٢هـ)^٢}}$$

ومنه نجد أن..

$$...... \boxed{و = \frac{\sqrt{(١٣٥-هـ)^٢ + (٢هـ)^٢} - \sqrt{(٢هـ)^٢}}{\sqrt{(١٣٥-هـ)^٢ + (٢هـ)^٢}}}$$

....

الشروط العامة لتحقق معادلات أضلاع المثلث بدلالة زاوية الجيب($هـ_١$)،(المقابلة لـ ص)

١- أن تكون الزاوية المعطى ($هـ_١$) هي زاوية الجيب المقابلة للضلع القائم (ص).

٢- أن تكون الزاوية المعطى ($هـ_١$) بحيث(٠< $هـ_١$ <٤٥°) في حالة معادلة الظل (ظاهـ)

٣- أن تكون الزاوية المعطى ($هـ_١$) بحيث(٠<$هـ_١$≤٤٥°) في حالة معادلة الجيب(جاهـ)

٤- في هذه الحالات دائماً ما تكون الضلع القائم (ص) ≥ الضلع الأفقي (ص)...

وكذا ($هـ_١$≥ $هـ_٢$).

عفواً على كل سهو وغفوة علمية ومطبعية غير مقصود والكمال لله وحده والبركة فيكم أيها القراء على كافة المستويات العلمية ...ولا تنسوني من خالص دائكم....المؤلف.

تطبيقات جديدة للنظريات ومعادلاتها

من خلال المعادلات المبتكرة للنظريات وكذا المعادلات المستنتجة سوف نستنتج معادلات جديدة التطبيق من خلال التعويض المباشر في المعادلات والمفاهيم التي توصل إليها العلماء السابقون ذات الصلة بهذا الإبتكار لتصبح تطبيقات جديدة وصيغ معادلاتي ومفاهيم جديدة.

وسوف أكتفي حالياً بنظرية ومبرهنة فيثاغورث لصلتها القوية والعميقة بموضوع البحث وكما يرى بعض العلماء ممن تناقشت معهم أنني توصلت لهذا المفهوم الجديد على أساس مسلمة فيثاغورث في اشتقاق هذا المبدأ العلمي الجديد وأنني أضفت حجرة إلى هذا البناء العلمي علم المثلثات

لذا فإن علم المثلثات له تطبيقاته الكثيرة في الكثير من العلوم ويحتاج منيّ وقتاً كبراً وقد يتوفاني الله إن أنا كتمت هذا البحث لحين تخريجه بتطبيقات شبه كاملة لتطوير المفاهيم ذات الصلة بعلم المثلثات لذا رأيت أن أخرج ما توصلت إليه فإن قدر لغير أن يكمل فله ذالك ويفعل الله ما يشاء وأكون أبرأت ذمتي أمام علاّم الغيوب.

هذا والله المستعان ومنه التوفيق وعليه التوكل

والحمد لله رب العالمين.

وإلى الصفحة التالية...

أولاً :- مبرهنة فيثاغورث :-

سوف نطبق معادلات النظيرة على مبرهنة فيثاغورث للحصول على معادلة جديدة بمفهوم جديد لفيثاغورث أرجو المتابعة بدقة وتركيز .. حتى يعلم أنه لا يوجد تناقض من حيث الأساس لهذا المفهوم..يقول فيثاغورث :-

مربع الوتر = مجموع مربعي الضلعان الآخران...($و^٢ = ص^٢ + س^٢$).

وبما أن:- معادلات النظرية المبتكرة تقول..

$س = \sqrt{٤ + ٤ص}$ ⟵ $س^٢ = ٤ + ٤ص$ .. وبتعويض المعادلة..

في معادلة فيثاغورث نحصل على معادلة جديدة لمفهوم فيثاغورث فنجد أن

$$و^٢ = ص^٢ + (٤+٤ص) = ص^٢ + ٤ص + ٤$$

...وبالتالي حصلنا على معادلة بدلالة ضلع وحيد وهو ضلع القائم (ص) للحصول على الوتر (و)...وهذا ما لم يمكن تطبيقه من قبل وأصبح ممكناً بعد تطبيق معادلات النظرية في فيثاغورث وعلى ذالك قس..

إذاً... $\boxed{و^٢ = ص^٢ + ٤ص + ٤}$ ..(١)معادلة ضلع الوتر بدلالة ضلع وحيد (ص) معطى.

بما أن...

$ص = \dfrac{س^٢ - ٤}{٤}$ ... من نتائج معادلات النظرية... نعوضه في فيثاغورث

$$و^٢ = ص^٢ + س^٢ .. و = \left(\frac{س^٢ - ٤}{٤}\right)^٢ + س^٢$$ .... ومنه نجد أن ...

$$و^٢ = \left(\frac{س^٤ - ٨ س^٢ + ١٦}{١٦} + \frac{١٦س^٢}{١٦} = \frac{س^٤ + ٨س^٢ + ١٦}{١٦}\right)$$

... وبجذر المعادلة نحصل على....

$$\boxed{و = \sqrt{\frac{س^٤ +٨ س^٢+ ١٦}{١٦}}}$$ ... وهي معادلة ضلع الوتر بدلالة (س) وهكذا حصلنا ..على معادلات جديدة بمفهوم جديد ليفيثاغورث.

وبالتالي حصلنا على معادلات جديدة طور من مفهوم فيثاغورث وأصبح من الممكن الحصول على الضلعان الآخران بدلالة ضلع وحيد القائم (ص) أو الأفقي (س).

من تطبيق معادلات النظرية المبتكرة على نظرية فيثاغورث حصلنا على مفاهيم جديدة ومن هذه المفاهيم سوف نستنتج نتائج التطبيق لمبرهنة فيثاغورث كالتالي.....

نتيجة (١):-

بما أن.. [و^{2} = ص^{2} + ٤ص + ٤]. من تطبيق معادلات النظرية... ومنه نجد أن

- و = - ص^{2} – ٤ص -٤ .... بضرب المعادلة × -١ ... الغرض ترتيب المعادلة

ص^{2} + ٤ص = و^{2} – ٤ .... وبم أن ص = و - ٢ ...و بتعويضها في المعادلة نجد أن..

ص^{2} + ٤ (و - ٢) = و^{2} – ٤ .... ومنه نجد أن .. ص^{2} + ٤و - ٨ = و^{2}-٤ ...ومنه

ص^{2} = و^{2}-٤و + ٨ – ٤ ....ومنه ..... ص^{2} = و – ٤و + ٤ .....وهو المطلوب.

ص= √(و^{2} – ٤و + ٤) ...وهي معادلة (ص) بدلال الوتر ....

....

نتيجة (٢):-

بما أن ... و = √((س^{4} +٨ س^{2}+ ١٦) / ١٦) ... نربع المعادلة للتخلص من الجذر.. فنجد أن.....

(و = ٢ (س^{4} +٨ س^{2}+ ١٦) / ١٦) ← (١٦و^{2}= س^{4} + ٨س^{2} + ١٦) ... ومنه

وبما أن ... س = √(٤و – ٤) ... ومنه .. س^{2} = ٤و - ٤

(وبما أن س^{4} = س^{2} × س^{2} = (٤و-٤)×(٤و-٤)= ١٦و^{2}- ١٦و - ١٦و +١٦)..ومنه

س^{4} = ١٦و^{2}– ٣٢و + ١٦ .... وبالتعويض نجد أن ...

١٦و^{2}= ١٦و^{2}-٣٢و +١٦ +٨س^{2} +١٦ - ٨س^{2} = ~~١٦و^{2}~~- ٣٢و + ٣٢ – ~~١٦و^{2}~~

(وبضرب المعادلة × -١ ..لغرض الترتيب) .نجد أن..

(٨س^{2} = ٣٢و – ٣٢) ... ومنه ... س^{2} = (٣٢و – ٣٢) / ٨ = (٨و - ٨) / ٤ = ٤و – ٤ ....

[س= √(٤و – ٤)] ... وهو المطلوب...

وبعد أن حصلنا على مفهوم جديد ومطورة لمبرهنة فيثاغورث نضع الملاحظات التالية...

١- إن معادلات أضلاع المثلث بدلالة ضلع وحيد من أضلاعها فقط وفقط.. فيه..

(أ)- حساب طول وتر المثلث قائم الزاوية بدلالة الضلع القائم (ص) لا يساوي حساب طول الوتر بدلالة الضلع الأفقي (س)وكذا العكس .

(التفسير) ..

لأن بناء المثلث بدلالة ضلع وحيد من الضلعان المتجاوران (ص أو س).. لا تعبر عن علاقة مثلثية حيث لكل من الضلعان (ص ، س) يعطي حساب طول مثلث قائم بدلالة إحداها قيمة مختلفة عن الأخرى وبالتالي فإنه في أغلب الأحيان يعطي وتراً للمثلث مختلفاً عن وتر المثلث الآخر.

(ب)- حساب طول الضلعان لمثلث قائم الزاوية بدلالة ضلع الوتر فقط وفقط أي نفس الضلع الوحيد وهو الوتر تعطي قيمة صحيحة لكل من (ص ، س).

(التفسير)...

لأن الوتر يعبر عن علاقة مثلثية نسبية بين الضلعان ولأن قيمة الوتر هو ناتج الضلعان المتجاوران (ص ، س) ولأن الوتر يعبر عن طول نقطة البداية والنهاية للضلعان ليرسم الضلع الثالث ويعطي شكل مثلثي بثلاثة أضلاع .

...

مثال توضيحي.....

أحسب الضلعان الآخران (ص ، س) إذا علمت أن و = ٦ ...؟

الحل .... المعطيات :- (و = ٦) / المطلوب (ص ، س)..

بما أن...

$\text{ص} = \sqrt{\text{و}^{2} - ٤\text{و} + ٤}$ **...وهي معادلة (ص) بدلال الوتر ....**

$\text{ص} = \sqrt{(٦)^{2} - ٤(٦) + ٤} = ٤$ **... إذاً الضلع القائم .. ص = ٤ ...أولاً**

وبما أن ....

$\text{س} = \sqrt{٤\text{و} - ٤}$ **.... بدلالة ضلع وحيد (و) الوتر..نجد أن**

$\text{س} = \sqrt{٤(٦) - ٤} = \sqrt{٢٠} = ٤.٤٧٢١٣٥٩٥٤٩٩$

التحقق من النتائج في الصفحة التالية ....

مما سبق توصلنا إلى حساب الضلعان الآخران ووجدنا أن كلا من الضلعان تساوي...
ص = ٤ ، س = $\sqrt{٢٠}$ ... $س^٢$ = ٢٠ ... وذلك بدلالة ضلع وحيد (و) الوتر...
المطلوب التحقق من صحة النتائج ... بإمكاننا تعويض هذه النتائج في المعادلات المبتكرة وسنجد أن النتائج صحيحة ولكن دعونا نستفيد من معادلة فيثاغورث للتحقق من النتائج حتى نثبت مصداقية النظرية و أن النظريات الجديدة لا تتعارض مع المسلمات العلمية بل تطورها وتضيف إليها مفهوماً جديداً كما حصل مع فيثاغورث.....

بما أن ...

($و^٢$ = $ص^٢$ + $س^٢$)...ومنه..... و = $\sqrt{ص^٢ + س^٢}$ .... معادلة فيثاغورث

و = $\sqrt{١٦ + ٢٠}$ = ٦ .... هل رأيتم كيف أن النتائج صحيحة....بلا.

....

والآن نستخدم المعادلات المبتكرة للتأكد من صحة المعادلات .. ونتائجها...
بما أن ص = ٤ .... وبما أن ..
$\boxed{و^٢ = ص^٢ + ٤ص + ٤}$ .... معادلة النظرية المستنتجة بتعويض الناتج نجد أن

و = $\sqrt{ص^٢ + ٤ص + ٤}$ = $\sqrt{(٤)^٢ + ٤ (٤) + ٤}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ ..وهو المطلوب.

وبما أن.... س = $\sqrt{٢٠}$ .. س = ٢٠

و = $\sqrt{\frac{س^٤ + ٨ س^٢ + ١٦}{١٦}}$ = $\sqrt{\frac{(٤٠٠) + (١٦٠) + ١٦}{١٦}}$ = ٦ ...وهو المطلوب

....

نفهم من التفسير السابق أننا توصلنا إلى سبق علمي في عكس مبدأ ونظرية فيثاغورث أي يمكننا حساب الضلعان الآخران بدلالة ضلع وحيد وهو الوتر وهذا ما لا يمكن أن يحققه نظرية فيثاغورث ولا المعادلات المثلثية إلا في حالة التجريب العشوائي الغير معادلاتي أي اختيار أطوال ..والذي لا يخدم علميا ولا رياضياً في صياغة مفاهيم ومعادلات جديدة بينما الإبتكار الجديد الذي توصلت إليه بفضل الله وإلهامه ومنه عليّ بتأسيس هذا المبدأ الجديد يخدم علمياً في صياغة مفاهيم وطرق حسابية رياضية معادلاتي جديدة هذا ولله الحمد....

ملحــق

في هذا الملحق سوف أدرج شرح المصطلحات العلمية المعمول به بين الأوساط العلمية وكذا معاملات التحويل النسبي الذي أصغته.

إضافة لصفحة ملاحظات القارئ.... ؟

(ملحق - معاملات تحويل معادلات النسب المثلثية النسب المثلثية)

مما سبق سنستنتج معادلات التحويلات النسبية لحساب المثلثات النسبية كالتالي...

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = ١ - \text{جتاهـ}$$

$$\text{جتاهـ} = ١ - \text{جا}^{٢}\text{هـ}$$

$$\text{ظا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{١ - \text{جا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{ظتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١ - \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{قا}^{٢}\text{هـ} - ١}$$

$$\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} = \text{قا}^{٢}\text{هـ} - ١$$

$$\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}{١ - \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١ - \text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{ظا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{قتا}^{٢}\text{هـ} - ١}$$

$$\text{ظا}^{٢}\text{هـ} = \text{قتا}^{٢}\text{هـ} - ١$$

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{٢}\text{هـ}}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{١ + \text{ظتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{قتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{جتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{ظتا}^{٢}\text{هـ}}{١ + \text{ظتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{جتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{١ + \text{ظا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{جا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{قا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{قتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{قا}^{٢}\text{هـ} = \frac{١}{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{قا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{ظا}^{٢}\text{هـ} + ١}{\text{ظا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$\text{قتا}^{٢}\text{هـ} = \frac{\text{ظتا}^{٢}\text{هـ} + ١}{\text{ظتا}^{٢}\text{هـ}}$$

ملاحظة هامة:-

سوف نستفيد كثيراً من هذه المعادلات في حل حساب المثلثات وخصوصاً في البحث العلمي للنظريات الجديدة لتعميم معادلات النظرية على النسب المثلثية الأساسية وتوابعها مع أنني وضعت نظرية لكل نسبة مثلثية ولكن هذا حل بديل من الحلول من باب الاختصار والتبسيط لكننا لن نستغني عن معادلات النظرية لبقية النسب لأنها ستفيدنا في التعويضات ألمعادلاتي لصياغة مفاهيم جديدة وذالك لسهولة تطبيقاتها،،، لذا وجب التنويه من باب الاهتمام والتركيز.

شرح الرموز والمصطلحات العلمية

الرموز والمصطلحات:-

(هـ) .... رمز الزاوية.

(هـ١) ... تعني الزاوية المقابلة للضلع القائم (ص).

(هـ٢)..... تعني الزاوية المقابلة للضلع الأفقي (س).

(جاهـ١)..تعني النسبة المثلثية لجيب الزاوية هـ١ وهي قسمت (ص) على (و)

(جتاهـ٢) تعني النسبة المثلثية لجيب تمام الزاوية هـ٢ وهي ناتج قسمت (س)على(و)

(ظاهـ)... تعني النسبة المثلثية لظل الزاوية هـ١ وهي ناتج قسمت (ص) على (س)

(ظتاهـ٢)....تعني النسبة المثلثية لظل تمام الزاوية هـ٢ وهي ناتج قسمت س على ص

(قاهـ١)...تعني النسبة المثلثية لمقلوب جيب الزاوية هـ١ وهي ناتج قسمت و على ص

(قتاهـ٢)تعني النسبة المثلثية لمقلوب تمام جيب الزاوية هـ٢وهي ناتج قسمت و على س

(ظتاهـ٢)...تعني النسبة المثلثية لتمام ظل الزاوية هـ٢ وهي ناتج قسمت س على ص

مفهوم النسبة:-

تعني النسبة بين عنصرين مثل نسبة الولد لأبيه أي علاقة الولد بأبيه..وكذا مفهوم النسبة في علم المثلث يقال النسبة بين أضلاع المثلث أي علاقة أضلاع المثلث ببعضها فندما نقول (جاهـ) نسبة مثلثية فلأنها ناتجة من علاقة نسبية بين الضلع القائم (ص) وضلع الوتر (و) ...وهكذا لمفهوم بقية النسب المثلثية.

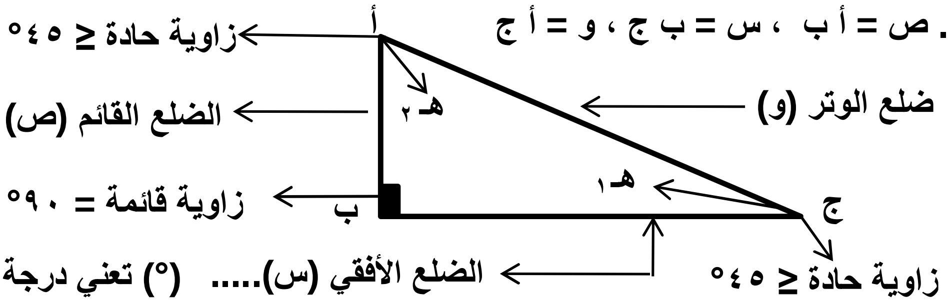
مفهوم المثلث:-

هو علم أساسه المفكرون القدامى من الإغريق والبابليين والهنود وغيرهم وطورها في عهد هارون الرشيد إلى دولة الأندلس علماء العرب والمسلمين وأخرجها للنور لتطبيقات الحياة العلمية والعملية وأثارها واضحة في القصور المشيدة في اسبانيا ودمشق وغيرها من أقطار الأرض التي كانت تحت حكم الأمويين والعباسين ...

فمفهوم المثلث أنه يتكون من ستة عناصر رئيسية هي:

ثلاث أضلاع وثلاث زوايا كما في الرسم الهندسي التالي..

حيث .. ص = أ ب ، س = ب ج ، و = أ ج



١- الزاوية القائمة دائماً ثابتة = ٩٠°

٢- الزاويتان (هـ ، هـ) متغيرتان بتغير الضلعان (ص ، س) إلى درجة المساواة

صفحة ملاحظات القارئ

إسم القارئ/

التوقيع:-

صفحة ملاحظات المؤلف

بسم الله الرحمن الرحيم

وبالله نستعين

الأخوة الأفاضل / الأساتذة والأعزّاء طلاب العلم والباحثين و القراء ....المحترمين.

أودّوا التنويه على الآتي..

يتكون مخطط البحث من الآتي:-

v - تسعون صفحة.

١- الصفحات الاستهلالية من (أ، ب، ج ،د ، ر،هـ ، و ،ي) وهي بداية صفحات الكتاب.

٢- ثم تليها موضوع البحث ويبدأ من الصفحة (١)إلى (٧٥).

٣- ثم تليها ملحق هذا الكتاب وفيها من صفحة (٧٦)،(٧٨) وفيها معادلات معاملات التحويل النسبية وكذا شرح المصطلحات العلمية .

٤- ثم تليها صفحة(٧٩) ملاحظات القارئ ، وصفحة (٨٠) ملاحظة المؤلف. ثم صفحة (٨١)الختام .

..................................؟

الأخوة القرّاء ... الأعزّاء.

لقد رأيت أن أكتفي بوضع نموذج واحد لبرهان إحدى النظريات وكذا أسلوب الاشتقاق الرياضي للمعادلات العكسية وكذا معادلات النظرية حتى أترك لكم الفرصة لتختبروا أنفسكم وتنشطوا الذهن وتمرنوا عقولكم ..وحتى أسهل عليكم فإن النظريات وكذا اشتقاق المعادلات لا تختلف عن النموذج الموجود ولكن أسهموا في تكوين البرهان واشتقاق المعادلات الأخر سائلاً الله أن تستفيدوا من هذه العلم وأنا مستعد للرد على أي تساؤلات أو ملاحظات علمية ترونها حول هذه النظريات التي بين أيدكم.

خاتمة الكتاب

الحمد لله الذي علمني ما لم أعلم وأعانني بإتمام هذا التأليف المتواضع للنظريات التي منّ الله عليّ به خدمة للعلم والمتعلم راجياً من الله أن ينفع الناس وينتفعوا به وأن يأجرني الله عليه في الآخرة سائلاً الله القوة والعزة للإسلام والمسلمين في جميع أقطار الأرض ولا تنسوني من خالص دعائكم والحمد لله رب العالمين

تم بحمد الله

المؤلف/ محمد عبدالله سلطان القرشي

حرر في عام ١٤٣١هـ - ٢٠١٠م