محاضرات في

الفيزياء

إعداد

د/حسام جمعه

Vector Quantities الكميات المتجهة

Classification of the Physical Quantities أنواع الكميات الفيزيائية

(أ) كميات قياسية Scalar Quantities وهي :

الكميات التي يلزم لتوصيفها توصيفا تاما معرفة مقدارها فقط.

ومن أمثلتها الكتلة Mass والزمن Time و المساحة Area و الطول Length والحجم Volume والمسافة Distance و........ الخ.

(ب) كميات متجهة Vector Quantities وهي

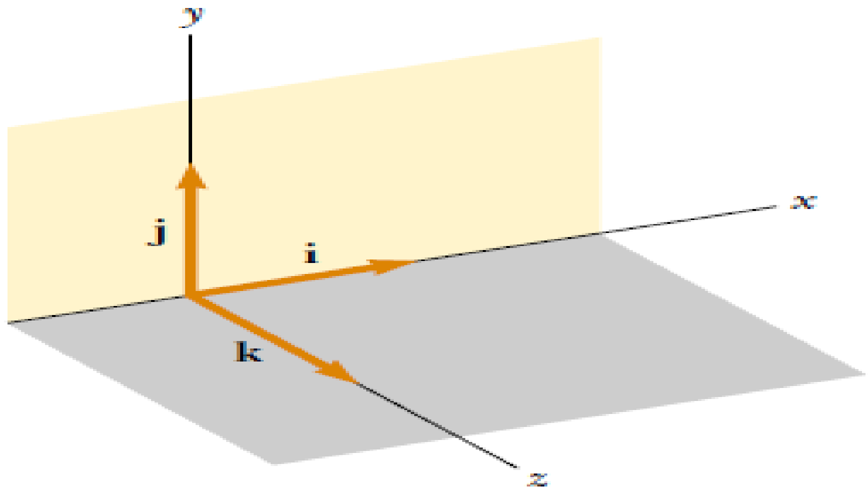
الكميات التي يلزم لتوصيفها توصيفا تاما معرفة كلا من مقدارها واتجاهها علي حدا سواء. ومن أمثلتها الإزاحة Displacement و السرعة Velocity والعجلة Acceleration والقوة Force و.......الخ

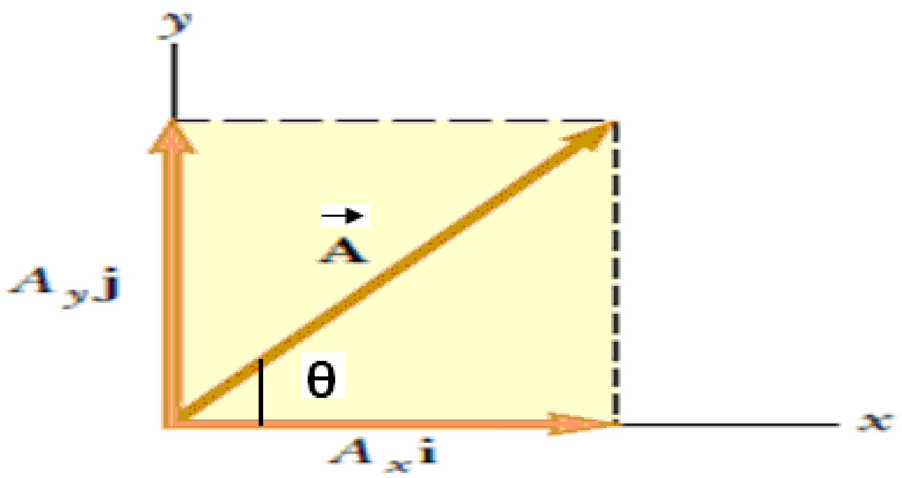
تمثيل الكمية المتجهة (المتجه) Vector Representation :

يمثل المتجه بحرف أبجدي $Z \rightarrow A$ فوقه سهم. وأي متجه $\vec{A}$ يمكن تحليله إلي ثلاثة مركبات مستقلة في اتجاهات الكرتيزية X, Y and Z . بحيث أن

Magnitude المقدار $A = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$

Direction الاتجاه $\theta = \tan^{-1}(A_y/A_x)$





$A_x = A \cos\theta$ and $A_y = A \sin\theta$

جمع وطرح المتجهات

إذا كان لدينا متجهين A and B بحيث أن:

$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ and $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

فان

$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x, A_y \pm B_y, A_z \pm B_z)$

Example (1) مثال

Find the sum of two vectors **A** and **B** lying in the *xy* plane and given by

$$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\ \text{m} \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} - 4.0\mathbf{j})\ \text{m}$$

Solution الحل

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (2.0 + 2.0)\mathbf{i}\ \text{m} + (2.0 - 4.0)\mathbf{j}\ \text{m}$$

$$= (4.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j})\ \text{m}$$

Example (2) مثال

A particle undergoes three consecutive displacements: $\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{k})$ cm, $\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} - 14\mathbf{j} - 5.0\mathbf{k})$ cm, and $\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})$ cm. Find the components of the resultant displacement and its magnitude.

Solution الحل

$$\mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 = (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\text{ cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\text{ cm} + (12 - 5.0 + 0)\mathbf{k}\text{ cm}$$

$$= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7.0\mathbf{k})\text{ cm}$$

Example (3) مثال

Consider two vectors $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ and $\mathbf{B} = -\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$. Calculate (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, (b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$, (c) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}|$, (d) $|\mathbf{A} - \mathbf{B}|$, (e) the directions of $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ and $\mathbf{A} - \mathbf{B}$.

Solution الحل

(a) $\vec{A} + \vec{B} = (3i - 2j) + (-i - 4j) = 2i - 6j$

(b) $\vec{A} - \vec{B} = (3i - 2j) - (-i - 4j) = 4i + 2j$

(c) $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40}$

(d) $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20}$

(e) (1) $\theta = \tan^{-1}(-6/2) =$

(2) $\theta = \tan^{-1}(2/4) =$

Vectors Multiplication ضر ب المتجهات

يختلف ضرب الكميات المتجهة (المتجهات) عن ضرب الكميات القياسية حيث يوجد نوعان من ضرب المتجهات هما

(أ) الضرب القياسي Dot (Scalar) Product

(ب) الضرب ألاتجاهي Cross (Vector) Product

أولا الضرب القياسي Dot (Scalar) Product

إذا كان لدينا متجهين A and B بحيث أن:

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) \quad \text{and} \quad \vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

فان

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A\, B \cos\theta$$

$$\Theta = \cos^{-1} [(\vec{A} \cdot \vec{B}) / (A B)]$$

حيث θ هي الزاوية الصغرى بين المتجهين A and B. لاحظ أن A. B = B.A

Example (4) مثال

If $\vec{A} = (2, 1, 0)$ and $\vec{B} = (3, 2, -1)$ Find (a) A . B =? (b) B . A =?

(c) the angle θ between A and B.

Solution الحل

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z)$$

$$= (2)(3) + (1)(2) +(0)(-1) = 6 + 2 + 0 \quad =8$$

$$A = \sqrt{(2^2 +1^2 +0^2)} = \sqrt{(4 +1 +0)} = \sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{(3^2 +2^2 +(-1)^2)} = \sqrt{(9 +4 +1)} = \sqrt{15}$$

$$\theta = \cos^{-1} [(\vec{A} \cdot \vec{B}) / (A B)]$$

$$= \cos^{-1}[8/(\sqrt{5})(\sqrt{15})]$$

Example (5) مثال

If $\vec{A} = (2, -3, 0)$ and $\vec{B} = (3, 2, 3)$ Find the angle θ between A and B.

Solution الحل

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z)$

$= (2)(3) + (-3)(2) + (0)(3) = 6 - 6 + 0 = 0$

$A = \sqrt{(2^2 + (-3)^2 + 0^2)} = \sqrt{(4 + 9 + 0)} = \sqrt{13}$

$B = \sqrt{(3^2 + 2^2 + 3^2)} = \sqrt{(9 + 4 + 9)} = \sqrt{22}$

$\theta = \mathrm{Cos}^{-1} [(\vec{A} \cdot \vec{B}) / (A B)]$

$= \mathrm{Cos}^{-1}[0/(\sqrt{13})(\sqrt{22})] = 0$

This result indicates that the vector A is perpendicular to the vector B

Example (6) مثال

If $\vec{A} = (2, 0, 1)$ and $\vec{B} = (2,0,1)$ Find the angle θ between A and B.

Solution الحل

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z)$

$= (4)(4) + (0)(0) + (3)(-3) = 16 + 0 - 9 = 5$

$A = \sqrt{(2^2 + (0)^2 + 1^2)} = \sqrt{(4 + 0 + 1)} = \sqrt{5}$

$B = \sqrt{(2^2 + 0^2 + 1^2)} = \sqrt{(4 + 0 + 1)} = \sqrt{5}$

$\theta = \mathrm{Cos}^{-1} [(\vec{A} \cdot \vec{B}) / (A B)]$

$= \mathrm{Cos}^{-1}[5/(\sqrt{5})(\sqrt{5})] = 1$

This result indicates that the vector A is parallel to the vector B

ثانيا الضرب ألاتجاهي Cross (Vector) Product

إذا كان لدينا متجهين A and B بحيث أن:

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) \quad \text{and} \quad \vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

فان

$$\vec{A} \times \vec{B} = A\,B\,\sin\theta\,\vec{U}$$

حيث U هو متجه وحدة عمودي علي كلا من A and B.

لاحظ أن A x B # B x A .

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

مثال Example (7)

If $\vec{A} = (2, 0, 1)$ and $\vec{B} = (2,3,1)$ Find $\vec{A} \times \vec{B} = ?$

الحل Solution

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = [(0)(1) - (3)(1)]i - [(2)(1) - (2)(1)]j + [(2)(3) - (2)(2)]k$$

$$= -3i + 0j + 2k$$

متجه الوحدة Unit Vector

هو متجه مقداره الوحدة. ومتجه الوحدة في اتجاه متجه ما هو خارج قسمة هذا المتجه علي معياره.