أحمد الشنتورى
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

# الأعداد غير النسبية

**نعلم أن :** مجموعة الأعداد النسبية ن :

ن = { س : س = $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب ∈ ص ؛ ب ≠ صفر }

فالأعداد : ٣ ، ٤,١ ، $\frac{٣}{٤}$ هى أعداد نسبية أيضا $\sqrt{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$

أما الأعداد : $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، ط ( النسبة التقريبية ) فهى أعداد غير نسبية ( ن/ )

## ملاحظات

( ١ ) ن ∩ ن/ = ∅

( ٢ ) $(\sqrt{أ})^٢ = \sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = أ$ فمثلا : $(\sqrt{٢})^٢ = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$

( ٣ ) $(\sqrt[٣]{أ})^٣ = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{أ} = أ$

فمثلا : $(\sqrt[٣]{٢})^٣ = \sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٢} = ٢$

شنتوري

( ٤ ) يمكن إيجاد قيم تقريبية للعدد غير النسبى

( ٥ ) كل عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

**مثال :** أوجد عدد غير نسبى ينحصر بين ٣ ، ٤

**الحل :** بالتربيع نجد أن : ٩ < ١٠ < ١١ < ١٢ < ١٣ < ١٤ < ١٥ < ١٦

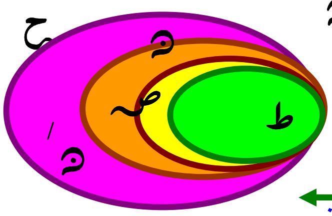
وبالتالى : ٣ < $\sqrt{١٠}$ < $\sqrt{١١}$ < $\sqrt{١٢}$ < $\sqrt{١٣}$ < $\sqrt{١٤}$ < $\sqrt{١٥}$ < ٤

∴ كل من $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{١١}$ ، $\sqrt{١٢}$ ، $\sqrt{١٣}$ ، $\sqrt{١٤}$ ، $\sqrt{١٥}$ ينحصر بين ٣ ، ٤

أيضا بالتكعيب نجد : ٢٧ < ٢٨ < ٢٩ < ........ < ٦٣ < ٦٤ أكمل

# الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية ( ح ) : هى المجموعة الناتجة من إتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية أى أن : ح = ن ∪ ن/




وبالتالى : ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح ، ن/ ⊂ ح

أيضـــا : ح = ح$_+$ ∪ { صفر } ∪ ح$_-$

ح$_+$ ∩ ح$_-$ = ∅

الأعداد الحقيقية الموجبة و الأعداد الحقيقية السالبة

أحمد الشنتورى
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

# العمليات على الأعداد الحقيقية

## عملية الجمع

نعلم أن : ٣ س + ٤ س = ( ٣ + ٤ ) س = ٧ س

وبالتالى : ٣ √٥ + ٤ √٥ = ٧ √٥

## عملية الضرب

نعلم أن : ٣ س × ٤ س = ( ٣ × ٤ )(س × س ) = ١٢ س٢

وبالتالى : ٣ √٥ + ٤ √٥ = ١٢ × ٥ = ٦٠

## الخـــــــواص

### الأنغلاق

لكل أ ، ب ∈ ح يكون : ( أ + ب ) ∈ ح

لكل أ ، ب ∈ ح يكون : ( أ × ب ) ∈ ح

ح مغلقة تحت عمليتى الجمع والضرب

### الإبدال

لكل أ ، ب ∈ ح يكون : أ + ب = ب + أ

لكل أ ، ب ∈ ح يكون : أ × ب = ب × أ

ح إبدالية تحت عمليتى الجمع والضرب

### الدمج

لكل أ ، ب ، حـ ∈ ح يكون :
( أ + ب ) + حـ = أ +( ب + حـ ) = أ + ب + حـ

لكل أ ، ب ، حـ ∈ ح يكون :
( أ × ب ) × حـ = أ ×( ب × حـ ) = أ × ب × حـ

ح دامجة تحت عمليتى الجمع والضرب

شنتوري

### العنصر المحايد

لكل أ ∈ ح يكون : أ + ٠ = ٠ + أ = أ
الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

لكل أ ∈ ح يكون : أ × ١ = ١ × أ = أ
الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

### المعكوس

لكل أ ∈ ح يوجد معكوس جمعى هو ( – أ )
بحيث : أ + ( – أ ) = صفر " المحايد الجمعى"

لكل أ ≠ ٠ ∈ ح يوجد معكوس جمعى هو ( ١/أ )
بحيث : أ × ١/أ = ١ " المحايد الضربى"

## عملية الطرح

لكل أ ، ب ∈ ح يكون :
أ – ب = أ + ( – ب ) = جمع أ مع المعكوس الجمعى للعدد ب

## عملية القسمة

لكل أ ، ب ∈ ح يكون :
أ ÷ ب = أ × ( ١/ب ) = ضرب أ × المعكوس الضربى للعدد ب حيث ب ≠ صفر

هل عمليتى الطرح والقسمة إبدالية ( دامجة ) فى ح ؟؟؟؟

## توزيع الضرب على الجمع والطرح

لكل أ ، ب ، حـ ∈ ح يكون :

أ ( ب + حـ ) = أ ب + أ حـ ، ( ب + حـ ) أ = ب أ + حـ أ

أ ( ب – حـ ) = أ ب – أ حـ ، ( ب – حـ ) أ = ب أ – حـ أ

**ملاحظة هامة**

لأى عددين حقيقيين س ، ص : إذا كان س × ص = صفر

فإن : إما س = صفر أو ص = صفر

## أمثلـــــلة

**س ١ : أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية فى ح :**

( ١ ) س ( س – ٢ ) = ٠

**الحل** ∵ س ( س – ٢ ) = ٠ ∴ إما $\boxed{س = ٠}$ أو س – ٢ = ٠ ومنها $\boxed{س = ٢}$

∴ مجموعة الحل = { ٠ ، ٢ }

---

( ٢ ) ٣ س ( $س^{٢}$ – ٤ )( $س^{٣}$ + ٢٧ ) = ٠

**الحل** ∵ ٣ س ( $س^{٢}$ – ٤ )( $س^{٣}$ + ٢٧ ) = ٠ ∴ إما ٣س = ٠ ومنها $\boxed{س = ٠}$

أو $س^{٢}$ – ٤ = ٠ ∴ $س^{٢}$ = ٤ ومنها $\boxed{س = ٢}$ ، $\boxed{س = – ٢}$

أو $س^{٣}$ + ٢٧ = ٠ ∴ $س^{٣}$ = – ٢٧ ومنها $\boxed{س = – ٣}$

∴ مجموعة الحل = { ٠ ، ٢ ، – ٢ ، – ٣ }

---

**س ٢ : أوجد ما يلى فى أبسط صورة :**

( ١ ) $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٢} + ٤\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٢}$

**الحل** المقدار = ( $٢\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٣}$ ) + ( $\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢}$ ) = $٦\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢}$

---

( ٢ ) ( $\sqrt{٧} + ٣$ )( $\sqrt{٧} - ٣$ )

**الحل** المقدار = ٧ – ٩ = – ٢

---

( ٣ ) $( ٢ - \sqrt{٥} )^{٢} - ٩$

**الحل** المقدار = ٤ + ٥ – $٤\sqrt{٥}$ – ٩ = – $٤\sqrt{٥}$

---

( ٤ ) أكتب العدد $\frac{٣}{٢\sqrt{٣}}$ بحيث يكون المقام عددا صحيحا موجبا

**الحل** العدد = $\frac{٣}{٢\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢ \times ٣} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

شنتوري

أحمد الشنتورى

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

# تمـــارين

**أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :**

( ١ ) {س : س ∈ ح ، س > ٠} = .....    ( ح+ ؛ ح- ؛ ح ؛ ه )

( ٢ ) $(\sqrt[٣]{-٣})^٣$ = .....    ( ٣ ؛ -٣ ؛ ±٣ ؛ $\sqrt[٣]{-٩}$ )

( ٣ ) $\sqrt[٣]{٣\sqrt{٣}}$ = .....    ( ٣ ؛ $\frac{١}{٣}$ ؛ $\sqrt{٣}$ ؛ $\sqrt[٣]{٣}$ )

( ٤ ) إذا كانت : ن ∈ ص+ ، ن < $\sqrt{٢٦}$ < ن + ١ فإن : ن = .....

( ٢٥ ؛ ٥ ؛ -٥ ؛ ٢٤ )

( ٥ ) المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٦}{\sqrt{٢}}$ هو .....    ( $-٢\sqrt{٣}$ ؛ $٢\sqrt{٣}$ ؛ $-٣\sqrt{٢}$ ؛ $٣\sqrt{٢}$ )

( ٦ ) المعكوس الضرب للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو .....    ( $-٢\sqrt{٣}$ ؛ $٢\sqrt{٣}$ ؛ $-٣\sqrt{٢}$ ؛ $٣\sqrt{٢}$ )

( ٧ ) $(\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٥}) \div \sqrt{٥}$ = .....    ( $٣\sqrt{٥}$ ؛ ٣ ؛ ٥ ؛ ٤ )

( ٨ ) إذا كانت : س = $\sqrt{٢}$ + ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ − ٣ فإن : $(س + ص)^٤$ = .....

( صفر ؛ ٤ ؛ -٤ ؛ ٦٤ )

( ٩ ) مجموعة حل المعادلة : س $(س + ٣)^٢$ = ٠ فى ح هى .....

( {-٣} ؛ {٠ ، ٣} ؛ {٠ ، -٣} ؛ {١ ، -٣} )

( ١٠ ) مجموعة حل المعادلة : س ( ١ − س ) = ٠ فى ح هى .....

( {-١} ؛ {٠ ، ١} ؛ {٠ ، -١} ؛ {صفر} )

( ١١ ) العدد غير النسبى المحصور بين ٣ ، ٤ هو .....    ( ٣,٥ ؛ $\frac{١}{٨}$ ؛ $\sqrt{١١}$ ؛ $\sqrt{٢٠}$ )

( ١٢ ) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو .....    ( ٢,٥ ؛ $\frac{١}{٨}$ ؛ $\sqrt[٣]{١٠}$ ؛ $\sqrt[٣]{٣٠}$ )

( ١٣ ) المعكوس الجمعى للعدد ( ١ − $\sqrt{٢}$ ) هو .....

( ١ − $\sqrt{٢}$ ؛ ١ + $\sqrt{٢}$ ؛ $\sqrt{٢}$ − ١ ؛ $-\sqrt{٢}$ )

**أجب عما يلى :**

( ١ ) مربع مساحته تساوى مساحة مثلث طول قاعدته ٦ سم ، و إرتفاعه ٦ سم أوجد طول ضلع المربع

( ٢ ) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، ق(∠ ع) = ٣٠° ، س ع = ١٠ سم أوجد طول ضلعى القائمة

( ٣ ) مستطيل بعداه ( ٦ + $\sqrt{٥}$ ) سم ، ( ٦ − $\sqrt{٥}$ ) سم أحسب محيطه ومساحته

( ٤ ) إذا كان : س = ٣ + $\sqrt{٢}$ ، ص = ٣ − $\sqrt{٢}$ أوجد قيمة كل من: $(س + ص)^٢$ ، $س^٢ - ٢س ص + ص^٢$

( ٥ ) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح :

١ − س ( س − ٣ ) = ٠    ٢ − ( $س^٢$ − ٤ ) ( $س^٢$ + ٩ ) = ٠

٣ − ( $س^٢$ − ٣ ) ( ٣ س − ١ ) = ٠    ٤ − ٣ س ( س − ٣ $)^٢$ = ٠

شنتورى

أحمد الشنتورى    a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

**أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :**

( ١ ) { س : س ∈ ح ، س < ٠ } = ..... ( $ح_+$ ؛ $ح_-$ ؛ ح ؛ ط )

( ٢ ) $(\sqrt[٣]{-٣})^٣$ = ..... ( ٣ ؛ −٣ ؛ ±٣ ؛ $\sqrt[٣]{-٩}$ )

( ٣ ) $\sqrt[٣]{٣\sqrt{٣}}$ = ..... ( ٣ ؛ $\frac{١}{٣}$ ؛ $\sqrt{٣}$ ؛ $\sqrt[٣]{٣}$ )

( ٤ ) إذا كانت : ن ∈ $ص_+$ ، ن < $\sqrt{٢٦}$ < ن + ١ فإن : ن = .....

( ٢٥ ؛ ٥ ؛ −٥ ؛ ٢٤ )

( ٥ ) المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٦}{\sqrt{٢}}$ هو ..... ( −٢$\sqrt{٣}$ ؛ ٢$\sqrt{٣}$ ؛ −٣$\sqrt{٢}$ ؛ ٣$\sqrt{٢}$ )

( ٦ ) المعكوس الضرب للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو ..... ( −٢$\sqrt{٣}$ ؛ ٢$\sqrt{٣}$ ؛ −٣$\sqrt{٢}$ ؛ ٣$\sqrt{٢}$ )

( ٧ ) ( $\sqrt{٥}$ + ٣$\sqrt{٥}$ ) ÷ $\sqrt{٥}$ = ..... ( ٣$\sqrt{٥}$ ؛ ٣ ؛ ٥ ؛ ٤ )

( ٨ ) إذا كانت : س = $\sqrt{٢}$ + ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ − ٣ فإن : $(س + ص)^٤$ = .....

( صفر ؛ ٤ ؛ −٤ ؛ ٦٤ )

( ٩ ) مجموعة حل المعادلة : س $(س + ٣)^٢$ = ٠ فى ح هى .....

( { −٣ } ؛ { ٠ ، ٣ } ؛ { ٠ ، −٣ } ؛ { ١ ، −٣ } )

( ١٠ ) مجموعة حل المعادلة : س ( س −١ ) = ٠ فى ح هى .....

( { −١ } ؛ { ٠ ، ١ } ؛ { ٠ ، −١ } ؛ { صفر } )

( ١١ ) العدد غير النسبى المحصور بين ٣ ، ٤ هو ..... ( ٣,٥ ؛ $\frac{١}{٨}$ ؛ $\sqrt{١١}$ ؛ $\sqrt{٢٠}$ )

( ١٢ ) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو ..... ( ٢,٥ ؛ $\frac{١}{٨}$ ؛ $\sqrt[٣]{١٠}$ ؛ $\sqrt[٣]{٣٠}$ )

( ١٣ ) المعكوس الجمعى للعدد ( ١ − $\sqrt{٢}$ ) هو .....

( ١ − $\sqrt{٢}$ ؛ ١ + $\sqrt{٢}$ ؛ $\sqrt{٢}$ − ١ ؛ −$\sqrt{٢}$ )

**أجب عما يلى :**

**( ١ ) مربع مساحته تساوى مساحة مثلث طول قاعدته ٦ سم ، و إرتفاعه ٦ سم أوجد طول ضلع المربع**

الحل

مساحة المربع = مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الإرتفاع = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٦ = ١٨ $سم^٢$

طول ضلع المربع = $\sqrt{١٨}$ سم

**( ٢ ) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، ق( ∠ ع ) = ٣٠° ، س ع = ١٠ سم أوجد طول ضلعى القائمة**

الحل

∵ المثلث قائم الزاوية ، ق( ∠ ع ) = ٣٠° ∴ ص ع = $\frac{١}{٢}$ طول الوتر = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥ سم

، بتطبيق نظرية فيثاغورث : س ع = $\sqrt{١٠٠ - ٢٥}$ = $\sqrt{٧٥}$ سم

شنتوري

**( ٣ ) مستطيل بعداه ( ٦ + $\sqrt{٥}$ ) سم ، ( ٦ – $\sqrt{٥}$ ) سم أحسب محيطه ومساحته**

**الحل**

محيط المستطيل = ( الطول + العرض ) × ٢ = ( ٦ + $\cancel{\sqrt{٥}}$ + ٦ – $\cancel{\sqrt{٥}}$ ) × ٢

= ١٢ × ٢ = ٢٤ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ( ٦ + $\sqrt{٥}$ ) × ( ٦ – $\sqrt{٥}$ ) = ( ٦ )$^{٢}$ – ( $\sqrt{٥}$ )$^{٢}$

= ٣٦ – ٥ = ٣١ سم$^{٢}$

**( ٤ ) إذا كان : س = ٣ + $\sqrt{٢}$ ، ص = ٣ – $\sqrt{٢}$ أوجد قيمة كل من: ( س + ص )$^{٢}$ ، س$^{٢}$ – ٢س ص + ص$^{٢}$**

**الحل**

( س + ص )$^{٢}$ = ( ٣ + $\cancel{\sqrt{٢}}$ + ٣ – $\cancel{\sqrt{٢}}$ )$^{٢}$ = ( ٦ )$^{٢}$ = ٣٦

س$^{٢}$ – ٢س ص + ص$^{٢}$ = ( س – ص )$^{٢}$ = ( $\cancel{٣}$ + $\sqrt{٢}$ – $\cancel{٣}$ + $\sqrt{٢}$ )$^{٢}$ = ( ٢$\sqrt{٢}$ )$^{٢}$ = ٨

**( ٥ ) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح :**

١ – س ( س – ٣ ) = ٠

إما : س = ٠ أو : س – ٣ = ٠ ومنها س = ٣ ∴ مجموعة الحل = { ٠ ، ٣ }

٢ – ( س$^{٢}$ – ٤ ) ( س$^{٢}$ + ٩ ) = ٠

إما : س$^{٢}$ – ٤ = ٠ ومنها : س$^{٢}$ = ٤ ∴ س = ± ٢

أو : س$^{٢}$ + ٩ = ٠ ومنها : س$^{٢}$ = – ٩ ليس لها حل فى ح

∴ مجموعة الحل = { ٢ ، – ٢ }

٣ – ( س$^{٢}$ – ٣ ) ( ٣ س – ١ ) = ٠

إما : س$^{٢}$ – ٣ = ٠ ومنها : س$^{٢}$ = ٣ ∴ س = ± $\sqrt{٣}$

أو : ٣ س – ١ = ٠ ومنها : ٣ س = ١ ∴ س = $\frac{١}{٣}$

∴ مجموعة الحل = { $\sqrt{٣}$ ، – $\sqrt{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ }

شنتوري

٤ – ٣ س ( س – ٣ )$^{٢}$ = ٠

إما : ٣ س = ٠ ومنها : س = ٠

أو : ( س – ٣ )$^{٢}$ = ٠ ومنها : س – ٣ = ٠ ∴ س = ٣

∴ مجموعة الحل = { ٠ ، ٣ }