النظرية الخاصة للأغلفة الخطية

بحث فى الحلول بين الخطوط المائلة المتوازية ذات الميل ± 1

حسين عبد العزيزعبده الحسانين

2025 ميلادية -1447 هجرية

- **المصفوفة الغلافية الخطية وحل الأغلفة التوازنية**

عرفنا من قبل أن المصفوفة الغلافية الخطية : هى ترتيب معين لمجموعة من الأعداد الموجودة على قطرى الغلاف المزدوج المرتب ووضعها بين قائمين .

وأن نظام الأغلفة يكافىء نظاما أخر وهو المصفوفة الغلافية الخطية وكل ما هنالك أخذنا الأعداد التى تقع على القطر الرئيسى والفرعى وقد أعدنا ترتيبها بين القائمين .

أى أن المصفوفة الغلافية تتكون من صف وعمود وكلاهما يتعامد على الأخر عند المركز الغلافى .والذى سنطلق عليه هنا بمركز المصفوفة ونرمز له بالرمز Cm.

وبصورة رمزية مجردة يمكن أن نشير للمصفوفة الغلافية بصورة عامة وكانت a>b ومركز المصفوفة CM= a+b / 2 وبالتالى :

$$\text{IIMII} = \begin{vmatrix} & a & \\ a & c & b \\ & b & \end{vmatrix}$$

إذا تم الجمع بين مصفوفة غلافية متناقصة و مصفوفة غلافية متزايدة كان الناتج مصفوفة غلافية متعادلة أفقيا ويمكن أخذ منها متجها عموديا غلافيا يحوى قيما مختلفة يبدأ بأعلى قيمة بناحيته العليا وينتهى بأدنى قيمة بناحيته السفلى وكذلك متجها صفيا غلافيا متماثلا .

فإذا كان لدينا مصفوفة غلافية متناقصة بسيطة IIM-II 1 وأخرى متزايدة بسيطة IIM+II فإن مجموعهما :

$$\text{IIM-II} + \text{IIM+II} = \text{IIM} \pm \text{HII}$$

أى : مصفوفة متعادلة أفقيا IIM± HII

وإذا تم الطرح بين مصفوفة غلافية متناقصة و مصفوفة غلافية متزايدة كان الناتج مصفوفة غلافية متعادلة رأسيا ويمكن أخذ منها متجها صفيا غلافيا يحوى قيما مختلفة يبدأ بأعلى قيمة بناحيته اليمنى وينتهى بأدنى قيمة بناحيته اليسرى وكذلك متجها عموديا غلافيا متماثلا .

فإذا كان لدينا مصفوفة غلافية متناقصة بسيطة 1 IIM-II وأخرى متزايدة بسيطة IIM+II فإن مجموعهما :

IIM-II - IIM+II = IIM±VII

أى : مصفوفة متعادلة رأسيا IIM±VII

وحل الغلاف التوازنى قلنا بأنه يعنى الحصول على القيم التوازنية عند النقاط الغلافية لحوافه أى إيجاد yd,xd التى تمثل الحل بين الخطوط المائلة والمتقاطعة عن هذه الحواف .

ورأينا أن : عند كل نقطة غلافية بصفة عامة (a,b),b>a وجدنا أن :

Yd= (a+b)/2 , xd= (b-a)/2

- **المصفوفات المتعادلة وحل الأغلفة المتعادلة**

الغلاف التوازنى ما هو إلتقاء الغلاف المتزايد الصاعد مع الغلاف المتناقص الهابط ، ولذا فإن المصفوفات المتعادلة الناتجة من جمع وطرح الأغلفة المتناقصة الهابطة والأغلفة المتزايدة الصاعدة ، سيتم التعامل مع المصفوفة المتعادلة للحصول على القيم التوانية والتى تمثل الحل فى الأغلفة التوازنية بنظرية الأغلفة الخطية ، وكأن النقطة الغلافية فى الغلاف المتوازن قد تحولت لناتج جمع أو طرح فى المصفوفة المتعادلة .

- جمع المصفوفات الغلافية والمصفوفة المتعادلة أفقيا والقيم التوازنية yd

إذا كان لدينا :

IIM-II + IIM+II = IIM±HII

أى الجمع بين مصفوفة متناقصة ومصفوفة غلافية متزايدة ، وكان الناتج مصفوفة متعادلة أفقيا .

بقسمة المعادلة السابقة على 2 فإننا نحصل على قيم yd من خلال الحصول على :

العمود الغلافى الغير متماثل IIMCII أى أن :

Yd=(IIM-II+IIM+II)/2=IIM±HII/2

أو أن : $yd = \|MC\|/2$

- **طرح المصفوفات الغلافية والمصفوفة المتعادلة رأسيا والقيم التوازنية xd**

إذا كان لدينا :

$$\|M-I - \|M+I = \|M\pm V\|$$

أى الطرح بين مصفوفة متناقصة ومصفوفة غلافية متزايدة ، وكان الناتج مصفوفة متعادلة رأسيا .

بقسمة المعادلة السابقة على 2 فإننا نحصل على قيم xd من خلال الحصول على :

الصف الغلافى الغير متماثل $\|MR\|$ أى أن :

$$xd=(\|M-I-\|M+I)/2=\|M\pm V\|/2$$

أو أن : $xd=\|MR\|/2$

وبعرض ماسبق بصورة أكثر تفصيلا :

جمع مصفوفة متناقصة وهابطة مع مصفوفة متزايدة وصاعدة :

$$yd = \begin{pmatrix} & h & \\ S & t & h \\ & S & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & a & \\ a & b & c \\ & b & \end{pmatrix} = (1/2) \begin{pmatrix} h+a & & \\ s+a & t+c & h+b \\ & s+b & \end{pmatrix}$$

ومن المعلوم أن الناتج متعادل أفقيا أى أن : $s+a=t+s=h+b$ كصف غلافى متماثل وبالتالى يمكن الحصول على العمود الغلافى الغير متماثل أى :

$$Yd = (1/2) \begin{pmatrix} h+a \\ t+c \\ S+b \end{pmatrix}$$

وهى القيم التوازنية yd للغلاف التوازنى بإستخدام المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا .

طرح مصفوفة متزايدة صاعدة من مصفوفة متناقصة هابطة :

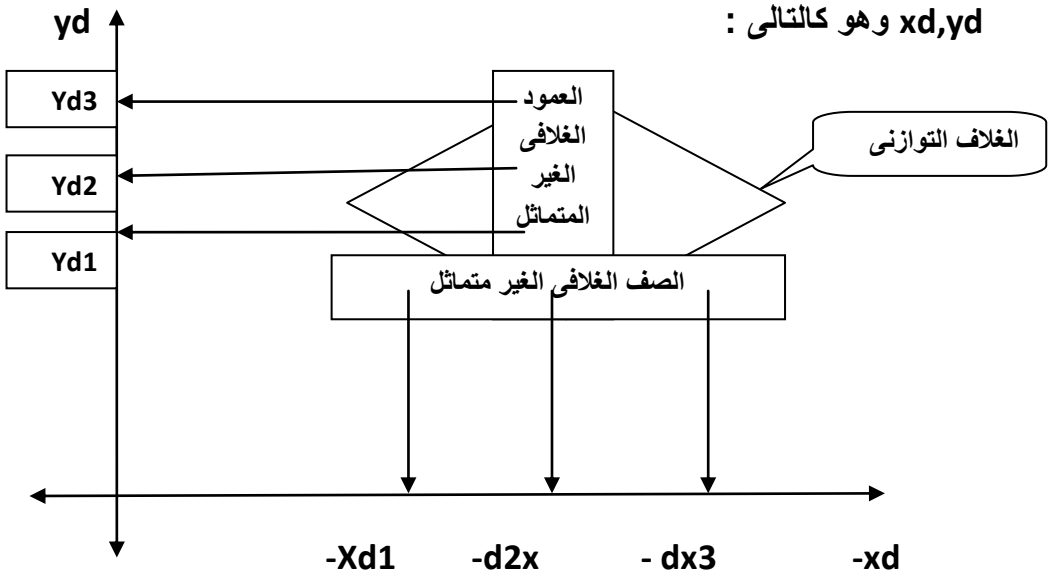
$$xd = \begin{pmatrix} & h & \\ S & t & h \\ & S & \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} & a & \\ a & b & c \\ & b & \end{pmatrix} = (1/2) \begin{pmatrix} & h-a & \\ s-a & t-c & h-b \\ & s-b & \end{pmatrix}$$

ومن المعلوم أن الناتج متعادل رأسيا أى أن : h-a=t-c=s-b كعمود غلافى متماثل وبالتالى يمكن الحصول على الصف الغلافى الغير متماثل أى :

$$xd = (1/2) \begin{pmatrix} s-a & t-c & h-b \end{pmatrix}$$

وهى القيم التوازنية xd للغلاف التوازنى بإستخدام المصفوفة الغلافية المتعادلة أفقيا .

ويمكن عمل الرسم التوضيحى لنفهم العلاقة بين المصفوفة الغلافية التوازنية والقيم التوازنية xd,yd وهو كالتالى :



ومن الشكل واضح جدا ومن داخل الغلاف التوازنى إرتباط القيم التوازنية yd بالعمود الغلافى الغير متماثل والقيم التوازنية xd بالصف الغلافى الغيرمتماثل .

<u>الغلاف التوازنى والأعداد الغلافية والأغلفة المزدوجة</u> **رأينا من قبل عمليات الجمع والطرح بين الأعداد الغلافية بعضها البعض ، وبينها وبين الأغلفة المزدوجة بإستخدام نظرية**

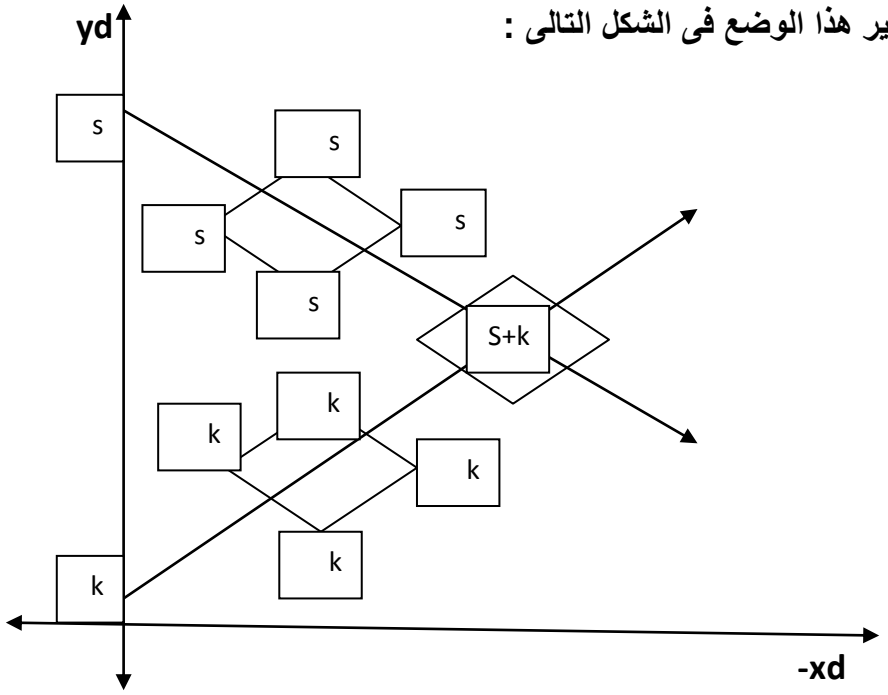
الأغلفة والمصفوفات الغلافية ، والأن نريد أن نرى الغلاف التوازنى فى ظل وجود الأعداد الغلافية مع بعضها البعض ، وبينها وبين الأغلفة المزدوجة .

وما يجب أن ننبه إليه وهو أن الغلاف التوازنى لا يوجد إلا بين إتجاهين متعاكسين أحدهما هابط والأخر صاعد ، ولهذا نقوم ببحث الغلاف التوازنى فى ظل الأعداد الغلافية الصاعدة والهابطة هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى بينها وبين الأغلفة المزدودة الصاعدة والهابطة .

- الغلاف التوازنى كناتج الجمع بين عدد غلافى صاعد وعددغلافى هابط

إذا كان لدينا العدد الغلافى المتزايد (+,k)IIEII وتم جمعه على العدد الغلافى المتناقص (-,s)IIEII وكانت s ≥ k فإن الغـــلاف المتوازن غـــلافا متعادلا أفقيا ورأسيا فـــى آن واحد أى : IIEII(s+k,± HV)

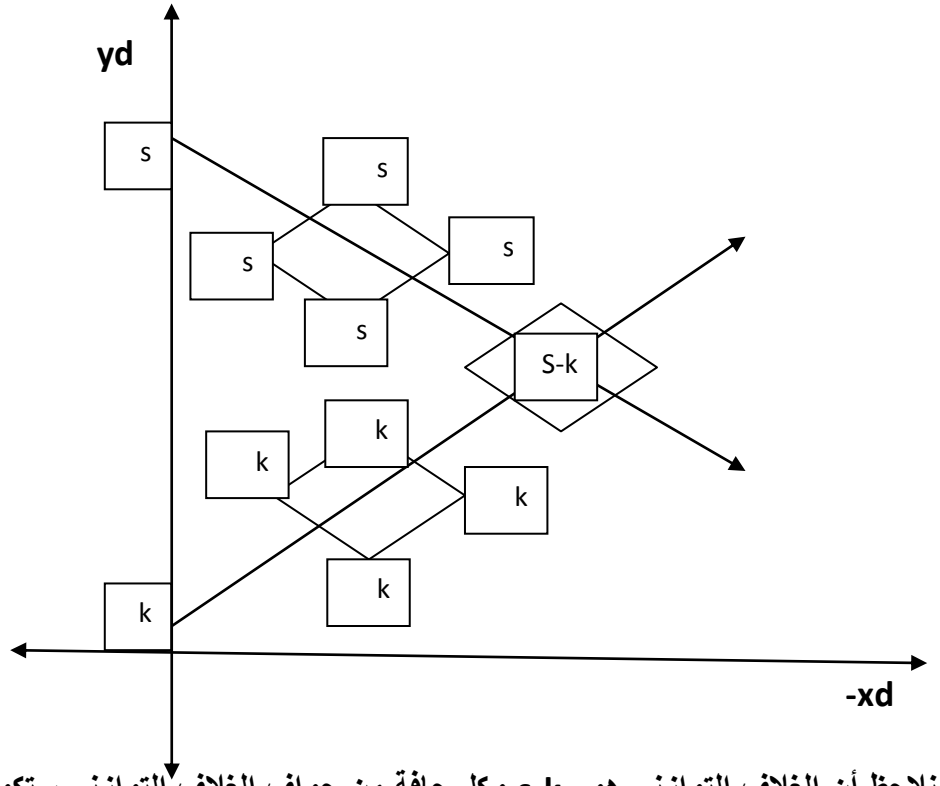
ويمكن تصوير هذا الوضع فى الشكل التالى :



ومن الشكل نلاحظ أن الغلاف التوازنى هو s+k وكل حافة من حواف الغلاف التوازنى ستكون مساوية s+k أى النقط الغلافية عند حواف ومركز الغلاف التوازنى كلها متساوية أى تكون نقطة غلافية واحدة ينجم عنها قيمة توازنية واحدة yd= (s+k) /2 .

- الغلاف التوازنى كناتج طرح بين عدد غلافى صاعد وعددغلافى هابط

ومن ذات الشكل السابق نجد :

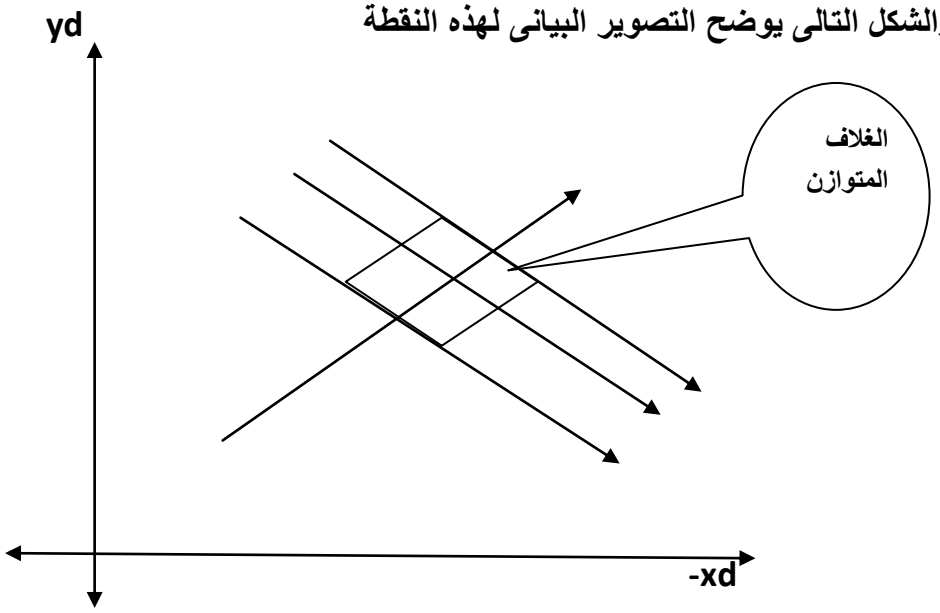


ومن الشكل نلاحظ أن الغلاف التوازنى هو s-k وكل حافة من حواف الغلاف التوازنى ستكون مساوية s-k أى النقط الغلافية عند حواف ومركز الغلاف التوازنى كلها متساوية أى تكون نقطة غلافية واحدة ينجم عنها قيمة توازنية واحدة yd= (s-k) /2 .

- **الغلاف التوازنى كنتاج عملية الجمع وكذا الطرح بين غلاف مزدوج متناقص هابط وعدد غلافى متزايد صاعد**

لا تختلف عملية الحصول على غلاف متوازن عملية الجمع بين غلافين مزدوجين أحدهما هابط والأخر صاعد عن تلك العملية من جمع علاف مزدوج متناقص هابط مع عدد غلافى متزايد سوى أنه نقوم بالحصول على الغلاف المركزى المعدل أفقيا أو راسيا ثم نجرى بعدذلك عملية الجمع أو الطرح بين العدد الغلافى المتزايد والغلاف المركزى المعدل أفقيا أو رأسيا حسب نوع العملية المراد القيام بها ، مع ملاحظة الشروط الواجب توافرها فى عمليات الجمع والطرح بالنسبة للقيمة العددية للعدد الغلافى وعلاقتها بالحافة اليسرى للغلاف المزدوج .

والشكل التالى يوضح التصوير البيانى لهذه النقطة

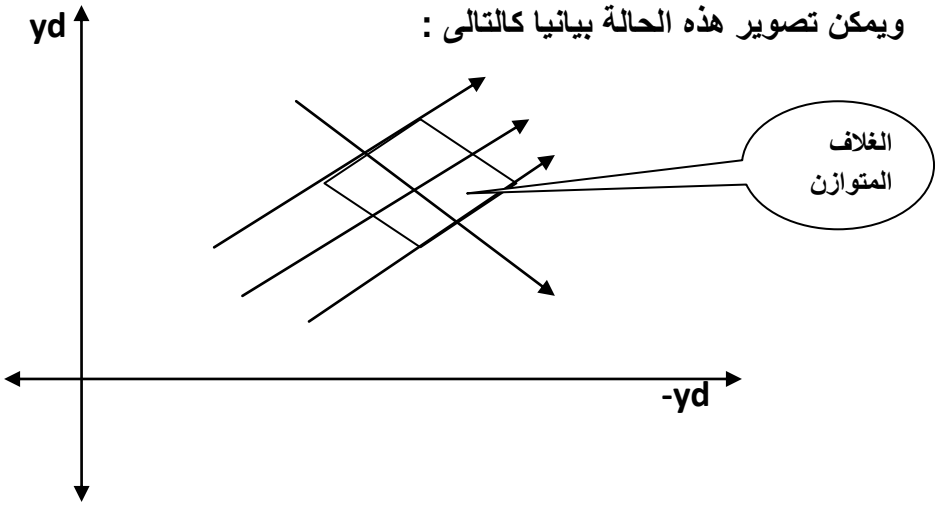


ومن الشكل نرى الغلاف الهابط ممثلا فى الخطوط المتوازية المتجهة لأسفل وكذلك العدد الغلافى ممثلا فى الخط الصاعد لأعلى وقد قطع الغلاف الهابط فى ثلاثة نقاط .

- الغلاف التوازنى كنتاج عملية الجمع وكذا الطرح بين غلاف مزدوج متزايد وصاعد وعدد غلافى متناقص وهابط

لا يختلف الأمر عن البند السابق .

ويمكن تصوير هذه الحالة بيانيا كالتالى :



ومن الشكل نرى الغلاف الصاعد ممثلا فى الخطوط المتوازية المتجهة لأعلى وكذلك العدد الغلافى ممثلا فى الخط الهابط لأسفل وقد قطع الغلاف الهابط فى ثلاثة نقاط .وكذلك إذا قمنا بإستخدام المصفوفات الغلافية فى عرض البنود السابقة لا يختلف الأمر سوى مراعاة ما يجب توفره والحصول المصفوفة الغلافية المعدلة رأسيا او افقيا من المصفوفة الغلافية الأصلية كما

سبق عرضها ، ثم بعد ذلك إتباع نفس القواعد السابقة أثناء عرض المصفوفات الغلافية وحل الغلاف التوازنى .