جامعة محمد خيضر
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

*****

مقياس رياضيات المؤسسة

سلسلة تمارين

السلسلة الأولى

تمـــريـــن رقم01: أوجد قيم a,b,c,d إذا علمت بأن المصفوفتان X و Y متساويتان ثم أحسب القيم التالية

(أ) $2X + Y$ (ب) $X + 2Y$ (ج) $4X - 3Y$

$$X=\begin{pmatrix} a-2 & 2b+1 \\ a+3 & 16 \end{pmatrix} \qquad Y=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ C & 3d-2 \end{pmatrix}$$

تمـــريـــن رقم02: حل جملة المعادلات التالية

(ب) بطريقة التعويض (ب) بطريقة المحددات (ج) بطريقة كرامر

1- الحالة الأولى:

$$\begin{cases} 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 = 77 \\ 5X_1 + X_2 + 2X_3 = 63 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 44 \end{cases}$$

2- الحالة الثانية:

$$\begin{cases} 5X_1 + 4X_2 + 3X_3 = 82 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 = 23 \\ 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 = 55 \end{cases}$$

تمـــريـــن رقم 03 : لتكن المصفوفة $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ والمصفوفة $B=\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة $D=\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{bmatrix}$

بحيث $A + B - D=0$

تمـــريـــن رقم 04 : لتكن المصفوفات التالية $C=\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

أحسب : أ- $A + B$ و $C - A$ ب- $-2A$ ج- أوجد المصفوفة D بحيث $A + D = B$ تحقق من أن

$D = B - A = -(A-B)$

تمـــريـــن رقم 05 : لتكن المصفوفات التالية $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ أحسب A.B و B.A

وتحقق بأنه بصفة عامة $A.B \neq B.A$

حل التمـــريـــن رقم01: تبعا للقاعدة العامة لتساوي المصفوفات، فإن

$$a-2=3 \Rightarrow \boldsymbol{a=5}$$
$$2b+1=-5 \Rightarrow \boldsymbol{b=-3}$$
$$3d-2=16 \Rightarrow \boldsymbol{d=6}$$
$$a+3=c \Rightarrow \boldsymbol{c=8}$$

وبالتالي تكون

$$Y = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$$

بما أن X و Y متساويتان فإن:

$$2X + Y = 2X + (X) = 3X$$

$$3X = \mathbf{3.}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow 2X + Y = \begin{pmatrix} 9 & -15 \\ 24 & 48 \end{pmatrix}$$

$$X + 2Y = X + 2(X) = 3X$$

$$3X = \mathbf{3.}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow X + 2Y = \begin{pmatrix} 9 & -15 \\ 24 & 48 \end{pmatrix}$$

$$4X - 3Y = 4X - 3(X) = X$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow 4X - 3Y = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$$

02 - حل جملة المعادلات التالية

1- بطريقة التعويض 2- بطريقة المحددات 3- بطريقة كرامر

- الحالة الأولى:

$$\begin{pmatrix} 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 = 77 \\ 5X_1 + X_2 + 2X_3 = 63 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 44 \end{pmatrix}$$

1 – بطريقة التعويض

$$\begin{cases} 5X_1 + X_2 + 2X_3 = 63 \\ 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 = 77 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3} \\ 4X_1 + 5(63 - 5X_1 - 2X_3) + 3X_3 = 77 \\ 3X_1 + 2(63 - 5X_1 - 2X_3) + X_3 = 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3 \\ 4X_1 + 315 - 25X_1 - 10X_3 + 3X_3 = 77 \\ 3X_1 + 126 - 10X_1 - 4X_3 + X_3 = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3 \\ -21X_1 - 7X_3 = -238 \\ -7X_1 - 3X_3 = -82 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3 \\ \boldsymbol{X_3 = 34 - 3X_1} \\ -7X_1 - 3(\boldsymbol{34 - 3X_1}) = -82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3 \\ X_3 = 34 - 3X_1 \\ -7X_1 - 102 + 9X_1 = -82 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2 = 63 - 5X_1 - 2X_3 \\ X_3 = 34 - 3X_1 \\ 2X_1 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_2 = 63 - 5(10) - 2X_3 \\ X_3 = 34 - 3(10) \\ X_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{X_2 = 5} \\ \boldsymbol{X_3 = 4} \\ \boldsymbol{X_1 = 10} \end{cases}$$

2 – بطريقة المحددات

$$\begin{pmatrix} 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 = 77 \\ 5X_1 + X_2 + 2X_3 = 63 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 44 \end{pmatrix} = \underset{A}{\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}} \times \underset{X}{\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}} = \underset{b}{\begin{pmatrix} 77 \\ 63 \\ 44 \end{pmatrix}}$$

$$Det\ A = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4(-3) - 5(-1) + 3(7) = 14$$

$$A' = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 1 & -5 & 7 \\ 7 & 7 & -21 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = (1/14) \begin{pmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 1 & -5 & 7 \\ 7 & 7 & -21 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot b = = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 7 \\ 1 & -5 & 7 \\ 7 & 7 & -21 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 77 \\ 63 \\ 44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-231/14) + (63/14) + 22 \\ (77/14) - (315/14) + 22 \\ (77/2) + (63/2) - (132/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ج- بطريقة كرامر

$$Det\ X_1 = \begin{vmatrix} 77 & 5 & 3 \\ 63 & 1 & 2 \\ 44 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 77(-3) - 5(-25) + 3(82) = 140$$

$$\boldsymbol{X_1 = (140/14) \Leftrightarrow X_1 = 10}$$

$$Det\ X_1 = \begin{vmatrix} 4 & 77 & 3 \\ 5 & \boldsymbol{63} & 2 \\ 3 & 44 & 1 \end{vmatrix} = 4(-25) - 77(-1) + 3(312) = 70$$

$$\boldsymbol{X_2 = (70/14) \Leftrightarrow X_2 = 5}$$

$$Det\ X_1 = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 77 \\ 5 & 1 & 63 \\ 3 & 2 & 44 \end{vmatrix} = 4(-82) - 5(-31) + 7(77) = 56$$

$$\boldsymbol{X_3 = (56/14) \Leftrightarrow X_3 = 4}$$