التحليل العاملي

يهدف أسلوب التحليل العاملي إلى تلخيص المتغيرات المتعددة في عدد أقل تسمى (عوامل) بحيث يكون لكل عامل من هذه العوامل دالة تربطه ببعض (أو كل) هذه المتغيرات . ويمكن من خلال هذه الدالة إعطاء تفسير لهذا العامل بحسب المتغيرات التي ترتبط معه بشكل قوي.

ولقد نشأ هذا الأسلوب أساساً من أجل تحليل التجارب والمقاييس النفسية بحيث يمكن إرجاع مجموعة معينة من الاختبارات إلى عامل الذكاء وأخرى إلى عامل الذاكرة وهكذا، وإن كان هذا لا يعني أن هذا الأسلوب لا يستخدم في مجالات أخرى.

وترتكز فكرة التحليل العاملي على استخلاص مجموعة من العوامل مرتبطة بالمتغيرات الأصلية ، بحيث تفسر هذه العوامل أكبر نسبة ممكنة من التباين في المتغيرات الأصلية.

ويمكن استخدام التحليل العاملي لتحويل مجموعة مرتبطة من المتغيرات إلى مجموعة أخرى مستقلة تربطها بالمجموعة الأولى علاقات خطية. وفي كل الأحوال تمثل العلاقة بين المتغيرات الأصلية والعوامل في شكل معادلات على النحو التالي:

$$F_1 = \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 + \ldots + \alpha_{1n} X_n$$

$$F_2 = \alpha_{21} X_1 + \alpha_{21} X_2 + \ldots + \alpha_{2n} X_n$$

.

.

$$F_m = \alpha_{m1} X_1 + \alpha_{m2} X_2 + \ldots + \alpha_{mn} X_n$$

ويسعى أسلوب التحليل العاملي إلى استخلاص العوامل من المتغيرات بحيث:

1) يكون العامل الأول F_1 هو أكثرها ارتباطًا بالمتغيرات أو أكثرها تفسيرًا للتباين المشترك يليه العامل الثاني F_2 وهكذا.

2) أن يكون في كل عامل عدد غير قليل من المعاملات الصفرية.

3) أن يسهل تفسير هذه العوامل على ضوء علاقاتها بالمتغيرات.

درجة الشيوع **Communality** :

تعرف درجة شيوع المتغير بإسهامات هذا المتغير في جميع العوامل ويقاس بمجموع مربعات معاملات هذا المتغير في العوامل المختلفة ، فمثلا تقاس درجة شيوع المتغير رقم (j) على النحو التالي:

$$C_j = \sum_{i=1}^{m} \alpha_{ij}^2$$

درجة التشبع **Loading** :

يعرف المعامل α_{ij} بمعامل تحميل (أو تشبع) المتغير i على العامل j كما يعبر عن مدى ارتباط العامل بالمتغير.

ويلاحظ أن مجموع مربعات درجات التشبع لكل عامل تسمى الجذر الكامن وتعبر عن أهمية هذا العامل في تفسير الاختلافات في المتغيرات، كما يعبر مجموع الجذور الكامنة عن التباين الذي أمكن تفسيره من خلال العوامل، وبنسبته إلى عدد المتغيرات نحصل على نسبة التباين العاملية هذه ؛ لأنه يتم تحويل المشاهدات إلى قيم معيارية ويكون تباين كل متغير الواحد الصحيح.

مثال :

فيما يلي بيانات لثمانية أرباب أسر تتضمن ستة متغيرات، الدخل الشهري بآلاف الريالات X_1 وعدد بطاقات الائتمان X_2 والعمر X_3 وعدد الأطفال X_4 وعدد سنوات الزواج X_5 وعدد الغرف في المنزل X_6 ،

FAM#	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	6	0	27	1	2	7
2	8	1	37	3	5	5
3	10	1	40	2	10	7
4	12	3	50	5	20	10
5	18	2	40	3	8	4
6	14	0	30	1	3	6
7	18	1	27	2	6	8
8	6	1	40	6	20	5

والمطلوب هو تلخيص هذه المتغيرات الستة إلى عوامل أقل.

الحل:

لحل هذا المثال سوف نستخدم برنامج SAS والمتمثل في الإجراء التالي:

PROC FACTOR;

ومن مخرجات SAS للتحليل العاملي حصلنا على النتائج التالية:

1) أمكن تلخيص بيانات المتغيرات الستة إلى عاملين فقط.

2) معادلة العامل الأول هي

$$F_1 = -0.0727X_1 + 0.8692X_2 + 0.9267X_3 + 0.8964X_4 + 0.9437X_5 + 0.3005X_6$$

ومن هذا يتضح أن هذا العامل أكثر تشعبًا (ارتباطًا) بالمتغيرات X_2 ، X_3 ، X_4 ، X_5 ، كما أن نسبة التباين التي يفسرها العامل هي :

$$\frac{3.403791}{6} = 0.5673$$

أما معادلة العامل الثاني فهي

$$F_2 = 0.8828X_1 + 0.4078X_2 - 0.0110X_3 - 0.3052X_4 - 0.1592X_5 + 0.4778X_6$$

ومن هذا يتضح أن هذا العامل أكثر ارتباطاً بالمتغير X_1 ،

كما أن نسبة التباين التي يفسرها هذا العامل هي :

$$\frac{1.292416}{6} = 0.2154$$

3) نسبة التباين العاملية للعاملين معاً هي حاصل جمع النسبتين أعلاه = 0.7827

4) إن العامل الأول يشمل العوامل الديموغرافية (العمر، الأطفال، الزواج) بالإضافة إلى الائتمان بينما يشمل العامل الثاني الدخل.

5) أكثر المتغيرات شيوعاً في العوامل هو الائتمان بدرجة 0.921761 يليه عدد سنوات الزواج بدرجة 0.915878 ثم عدد الأطفال بدرجة 0.896655 ثم العمر بدرجة 0.858803 ثم الدخل بدرجة 0.784531 ، وأخيرا يأتي متغير عدد غرف المنزل بدرجة 0.318579 .

6) إن هذه العوامل تفسر تباينات المتغيرات محل الدراسة بالنسب التالية:

المتغير	النسبة المفسرة من التباين	النسبة التي ترجع لعوامل أخرى
الائتمان	92.1761	7.8239
سنوات الزواج	91.5878	8.4122
عدد الأطفال	89.6655	10.3345
العمر	85.8803	14.1197
الدخل	78.4531	21.5469
عدد غرف المنزل	31.8579	68.1421

تدوير المحاور :

نعلم أن التحليل العاملي يهدف إلى تلخيص مجموعة من المتغيرات في عدد أقل من العوامل ، غير أنه ليس هناك ما يضمن لنا دائماً الحصول على عوامل يمكن تفسيرها بسهولة من خلال ارتباطاتها مع المتغيرات، وحلاً لهذا الإشكال يستخدم أسلوب تدوير المحاور، وهذا الأسلوب يهدف إلى تخليق عوامل جديدة من العوامل التي سبق الحصول عليها يشترط فيها أن تكون ارتباطاتها مع المتغيرات الأصلية موزعة بطريقة تسهل تفسيرها.

يرجع اسم تدوير المحاور إلى أننا لو افترضنا أن العوامل الأولى عبارة عن محاور وإحداثياتها هي تشبعاتها على المتغيرات فإن ما يتم عمله هو تدوير لهذه المحاور ومن ثم إيجاد قيم الإحداثيات النوعية بدلالة المحاور الجديدة ، هذه الإحداثيات الجديدة هي درجات تشبع العوامل الجديدة على المتغيرات ويجب أن تكون عملية التدوير هذه بحيث تتيح لنا تجميع المتغيرات المتشابهة من حيث طبيعتها في عامل واحد.

هناك أساليب كثيرة لتدوير المحاور أهمها والأكثر استخداماً هو أسلوب التباين الأكبر Varimax الذي يهدف إلى تدوير المحاور بطريقة تجعل التباين لدرجات تشبع كل عامل أكبر ما يمكن.

<u>استخدام بيانات المثال السابق لعمل تدوير المحاور وتفسير النتائج</u>

الحل:

لحل هذا المثال سوف نستخدم برنامج SASوالمتمثل في الإجراء التالي:

```
PROC FACTOR ROTATE=VARIMAX;
```

ومن مخرجات SAS للتحليل العاملي باستخدام تدوير المحاور بطريقة التباين الأكبر أو ما يسمى Varimax حصلنا على النتائج التالية:

1) معادلة العامل الأول الجديد هي:

$$F_1' = -0.2348X_1 + 0.7787X_2 + 0.9127X_3 + 0.9374X_4 + 0.9568X_5 + 0.2069X_6$$

ومن هذا يتضح أن هذا العامل أكثر اتصالاً بالمتغيرين X_4 ، X_5 وأقل اتصالاً بكل من المتغيرين X_2 ، X_3 من العامل الأول القديم أي أن العامل الأول الجديد أصبح أكثر تعبيرًا عن متغيرات ديموغرافية (عدد الأطفال، عدد سنوات الزواج) من العامل الأول القديم،

أما معادلة العامل الثاني الجديد فهي:

$$F_2' = -0.8541X_1 + 0.5616X_2 + 0.1607X_3 + 0.1340X_4 + 0.0182X_5 + 0.5251X_6$$

وهذا العامل يعبر عن الدخل أي أنه عامل اقتصادي ويرتبط بالائتمان أكثر من العامل الثاني القديم.

2) نسبة تباين العاملين لم تختلف.

3) درجات الشيوع لم تختلف.