مراجعـــــــــة

المجموعات

ماذا تعنى المجموعة ؟

المجموعة :

هى تجمع من الأشياء المعروفة و المحددة تحديداً تاماً ولها صفة مميزة مشتركة بينها

ملاحظة :

المدن الجميلة فى مصر لا تكون مجموعة لأن صفة الجمال غير محددة فهى تختلف من شخص لآخر

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

التعبيـــــــــر	مجموعة	ليست مجموعة
شهور السنة الهجرية	✓	
الزهور الجميلة		✓
أيام الأسبوع		
حروف كلمة الرياضيات		
أرقام العدد ١١٣٤٥٦		
تلاميذ الفصل الذين زاروا القمر		
شهور السنة التى عدد أيامها ٣٣ يوماً		
فصول السنة		

عناصر المجموعة

تسمى الأشياء التى تتكون منها المجموعة عناصر المجموعة

مجموعة أيام الأسبوع هى :

السبت ، الأحد ، الأثنين ، الثلاثاء ، الأربعاء ، الخميس ، الجمعة

كل منها يسمى عنصراً من عناصر مجموعة أيام الأسبوع

تدريب (١) :

(أ) عناصر مجموعة شهور السنة الهجرية هى : ٠٠٠٠

(ب) عناصر حروف كلمة ماهر هى : ٠٠٠٠

(حـ) أرقام العدد ١٠٣٨٤ هى : ٠٠٠٠

تدريب (٢) :

بين أى من التجمعات التالية يكون مجموعة ، و فى حالة المجموعة أذكر جميع عناصرها :

(أ) ألوان الطيف

(ب) الزهور الجميلة فى حديقة المدرسة

(حـ) شهور السنة الميلادية التى تحتوى على حرف الراء

التعبير عن المجموعة

تكتب المجموعة بطريقتين هما:

(١) طريقة السرد : و فيها تكتب عناصر المجموعة بين قوسين بالشكل { } و توضع علامة " ، " بين كل عنصر والآخر

، و يرمز للمجموعة بأحد الحروف الهجائية المكتوبة بشكل كبير مثل : س ، ص ، ع

فمثلاً : س = مجموعة فصول السنة = { الصيف ، الخريف ، الشتاء ، الربيع }

ملاحظات :

** ليس من المهم مراعاة الترتيب عند كتابة عناصر المجمعة
** لا تحتوى المجموعة على عنصر مكرر
** الزوج المرتب (٣ ، ٤) يختلف عن الزوج المرتب (٤ ، ٣) لماذا ؟
بينما المجموعة { ٣ ، ٤ } هى نفسها المجموعة { ٤ ، ٣ } لماذا ؟

(٢) طريقة الصفة المميزة : و فيها نحدد الصف التى تميز و تحدد عناصر المجموعة

فمثلاً : س~ = { الربيع ، الخريف ، الشتاء ، الصيف } يعبر عنها كالتالى :
س~ = مجموعة فصول السنة أو
س~ = { ـس : ـس فصل من فصول السنة }
و تقرأ مجموعة كل ـس حيث ـس فصل من فصول السنة

تدريبات :

(١) أكتب المجموعات التالية بطريقة الصفة المميزة :
(أ) س~ = { الشمال ، الجنوب ، الشرق ، الغرب }
(ب) ص~ = { أفريقيا ، آسيا ، أوروبا ، أمريكا الشمالية ، أمريكا الجنوبية ، أستراليا }
(حـ) ع = { ٠ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٠٠٠٠ }

(٢) أكتب المجموعات التالية بسرد جميع عناصرها :
(أ) س~ = مجموعة حروف كلمة مشمش
(ب) ص~ = مجموعة محيطات العالم
(حـ) ع = مجموعة مضاعفات العدد ٢

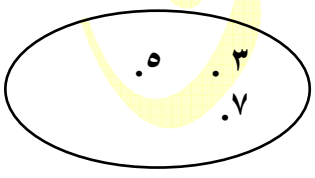
(٣) أكمل الجدول الآتى :

طريقة السرد	طريقة الصفة المميزة
	مجموعة حروف كلمة الرياضيات
{ شرق ، غرب ، شمال ، جنوب }	{ س : س جهة من الجهات الأصلية }
	أيام الأسبوع
{ ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ١ }	أرقام العدد ١١٣٤٥٦
{ ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٠٠٠٠٠ }	
{ أبو بكر ، عمر ، عثمان ، على }	
	{ س : س لون من ألوان علم مصر }

تمثيل المجموعة بشكل فن

تمثل المجموعة بشكل فن بأن نضع جميع عناصرها داخل شكل هندسى مقفل " دائرة ، مستطيل ، ٠٠٠٠ " و أمام كل عنصر نضع نقطة أو علامة x

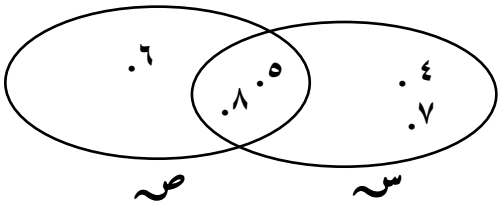
فمثلاً :
المجموعة : س~ = { ٣ ، ٥ ، ٧ } تمثل بشكل فن المقابل :



تدريبات :

(١) مثل المجموعة س~ = { أ ، ب ، حـ } بشكل فن

(٢) مستخدماً شكل فن المقابل أسرد ما يأتى :

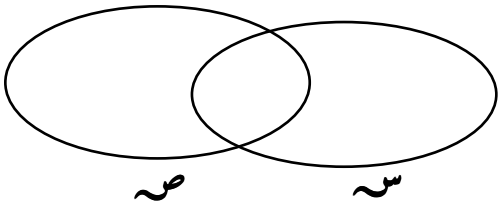


س~ =

ص~ =

العناصر الموجودة فى كل من س~ ، ص~ =

(٣) أكمل الشكل المقابل ليدل على شكل فن للمجموعتين س~ ، ص~



س~ = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

ص~ = { ٦ ، ٣ ، ٨ ، ٥ }

الإنتمـاء

تمهيد و تدريب : أكتب المجموعة س~ التى تعبر عن ألوان علم مصر

س~ = { أحمر ، }

يمكن القول أن :

أحمر ينتمى إلى مجموعة ألوان علم مصر و يرمز لذلك بالرمز : أحمر ∈ س~

بينما أزرق لا ينتمى إلى مجموعة ألوان علم مصر و يرمز لذلك بالرمز : أحمر ∉ س~

يستخدم الرمز ∈ ليدل على إنتماء عنصر لمجموعة " و يقرأ ينتمى إلى "

، الرمز ∉ ليدل على عدم إنتماء عنصر لمجموعة " ويقرأ لا ينتمى إلى "

ملاحظة : الرمزان ∈ ، ∉ يربطان بين عنصر ومجموعة

تدريب (١) : ضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

١) ٤ ..... { ١ ، ٣ ، ٧ }

٢) ص ..... مجموعة حروف كلمة مصر

٣) ٧ ..... مجموعة أيام الأسبوع

٤) ٣ ..... مجموعة الأعداد الفردية

٥) ٣ ..... { ١٣ ، ٣٣ ، ٣٣٠ }

٦) شهر مارس ..... مجموعة فصول السنة

تدريب (٢) : ضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

إذا كانت س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

١) ٤ ..... س~

٢) ٧ ..... س~

٣) ٤٤ ..... س~

٤) ٥ ..... س~

٥) ٦ ..... س~

٦) ٤٣ ..... س~

تدريب (٣) : أكمل بعدد مناسب

١) إذا كانت : ٤ ∈ { ٣ ، س ، ٥ } فإن : س = ...

٢) إذا كانت : ٥ ∈ { ٧ ، ٩ ، س } فإن : س = ...

٣) إذا كانت : ٥ ∈ { ٤ ، س + ١ } فإن : س = ...

٤) إذا كانت : ... ∈ { ٣ ، ٧ ، ٥ } ، و تنتمى لمجموعة عوامل العدد ٦

تدريب (٤) : إذا كانت س~ = { ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } ، ص~ = مجموعة أرقام العدد ٤٦٥٧٦٥١ أسرد :

(أ) المجموعة ص~

(ب) مجموعة العناصر التى تنتمى إلى س~ و تنتمى إلى ص~

(حـ) مجموعة العناصر التى تنتمى إلى س~ و لا تنتمى إلى ص~

أنواع المجموعات

المجموعة المنتهية : هى المجموعة التى عدد عناصرها محدود أى يمكن حصر عدد عناصرها
فمثلاً : المجموعة : س = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } مجموعة منتهية عدد عناصرها = ٤

المجموعة غير المنتهية : هى المجموعة التى عدد عناصرها غير محدود أى لا يمكن حصر عدد عناصرها
فمثلاً : المجموعة : س = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٠٠٠٠ } " مجموعة الأعداد الفردية "
مجموعة غير منتهية لا يمكن حصر عدد عناصرها

المجموعة الخالية : هى المجموعة التى لا تحتوى على أى عنصر
و يرمز لها بالرمز { } أو ∅ " ويقرأ فاى " ، عدد عناصرها = صفر
فمثلاً : مجموعة شهور السنة التى عدد أيامها ٣٤ يوماً
ملاحظة : المجموعة { ٠ } عدد عناصرها = ١ و ليست مجموعة خالية
تدريب أكمل الجدول الآتى :

المجموعة	منتهية	عدد عناصرها	غير منتهية	خالية
شهور السنة الهجرية	✓	١٢		
الزهور الجميلة				
أيام الأسبوع				
حروف كلمة الرياضيات				
أرقام العدد ١١٣٤٥٦				
تلاميذ الفصل الذين زاروا القمر				
مجموعة عوامل العدد ٣				
{ ٠ }				
مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من ٢٠				

المجموعات المتساوية

تمهيد و تدريب :
أكمل : إذا كانت : س = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ص = { ٦ ، ٤ ، ٣ ، ٥ }
عدد عناصر المجموعة س ٠٠٠٠ عدد عناصر المجموعة ص
المجموعة س = المجموعة ص إذا كانت المجموعتان لهما نفس العناصر بالضبط

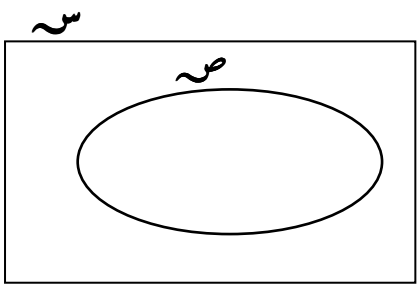
تدريبات :
(١) إذا كانت : س = مجموعة حروف كلمة حامد ، ص = مجموعة حروف كلمة أحمد
، ع = مجموعة حروف كلمة حميدة
(أ) أكتب المجموعات س ، ص ، ع بطريقة السرد
(ب) هل س = ص ؟
(جـ) مثل شكل فن للمجموعتين س ، ص
(ء) هل س = ع ؟
(هـ) مثل شكل فن للمجموعتين س ، ع

(٢) إذا كانت : س = مجموعة أرقام العدد ٥٤٣٤٥ ، ص = مجموعة أرقام العدد ٣٠٤٥
(أ) أكتب المجموعتين س ، ص بطريقة السرد
(ب) هل س = ص ؟
(جـ) مثل شكل فن للمجموعتين س ، ص

(٣) أوجد قيمة كل من الرمزين أ ، ب واللذان يجعلان العبارة صحيحة فيما يأتى :

١) { أ ، ٦ } = { ب ، ٣ }
٢) { ٥ ، أ ، ٨ } = { ب ، ٩ ، ٨ }
٣) { ٣ ، أ ، ٦ } = { ٦ ، ٣ ، ٤ }
٤) { أ + ١ ، ٦ } = { ب ـ ١ ، ٣ }

الإحتواء و المجموعات الجزئية



تدريب :

إذا كانت س~ = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص~ = { ٣ ، ٤ }
أكمل شكل فن المقابل
ثم أكمل :
كل عناصر المجموعة .... تنتمى إلى المجموعة
لذا يقال أن :
المجموعة .... مجموعة جزئية من المجموعة
و يرمز لذلك بالرمز : .... ⊂ ....

** يستخدم الرمز ⊂ ليدل على إحتواء مجموعة فى مجموعة " ويقرأ مجموعة جزئية "
فإذا كانت : ص~ ⊂ س~ فإن : ص~ مجموعة جزئية من س~
أو المجموعة ص~ محتواة فى المجموعة س~

لاحظ : * جميع عناصر المجموعة ص~ موجودة فى المجموعة س~
* كل مجموعة س~ جزئية من نفسها س~ ⊂ س~
* المجموعة الخالية جزئية من أى مجموعة أى أن : ∅ ⊂ س~ ، ∅ ⊂ ص~

فمثلاً : إذا كانت : س~ = { ١ ، ٣ ، ٤ } ، ص~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فإن : س~ ⊂ ص~

** يستخدم الرمز ⊄ ليدل على عدم إحتواء مجموعة فى مجموعة " ويقرأ مجموعة غير جزئية "
فإذا كانت : س~ ⊄ ص~ فإن : س~ مجموعة غير جزئية من ص~
أو المجموعة س~ ليست محتواة فى المجموعة ص~

لاحظ : أحد عناصر المجموعة س~ على الأقل غير موجود فى المجموعة ص~

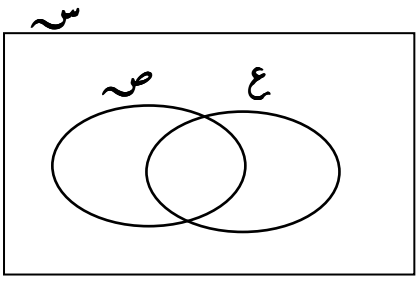
فمثلاً : إذا كانت : س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فإن : س~ ⊄ ص~
لأن : ٥ ∈ س~ ، ٥ ∉ ص~

لاحظ : الرمزان ⊂ ، ⊄ يربطان بين مجموعة و مجموعة
بينما الرمزان ∈ ، ∉ يربطان بين عنصر ومجموعة

تدريبات :

(١) ضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

١) { ٧ } .... { ٧ ، ٣ ، ١ }
٢) ٣ .... { ٧ ، ٣ ، ١ }
٣) { ٧٣١ } .... { ٧ ، ٣ ، ١ }
٤) ٣٣ .... { ٧ ، ٣ ، ١ }
٥) ١٨ .... { ٣ ، ٦ ، ٩ ، .... }
٦) { أسوان } .... مجموعة محافظات جمهورية مصر العربية
٧) المثلث .... مجموعة الأشكال الرباعية
٨) { ٨ } .... مجموعة الأعداد الفردية



(٢) أكمل شكل فن المقابل حيث :

س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

ص~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ع = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

ثم أجب عن الأسئلة التالية :

(أ) هل ص~ ⊂ س~ ؟ و لماذا ؟

(ب) هل ع ⊂ س~ ؟ و لماذا ؟

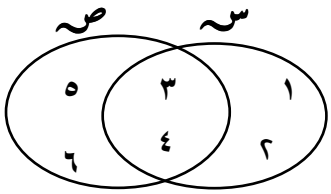
(حـ) هل ص~ ⊂ ع ؟ و لماذا ؟

(٣) أكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة س~ = { ٤ ، ٥ ، ٦ }

(٤) إذا كانت س~ ، ص~ مجموعتان ، و كان : ٨ ∈ س~ ، ٨ ∈ ص~ ، ٩ ∈ س~ ، ٩ ∈ ص~ ، ٦ ∈ س~ ، ٦ ∉ ص~ ، ٧ ∉ س~ ، ٧ ∈ ص~ أكتب س~ ، ص~ بطريقة السرد ثم مثلها بشكل فن و بين هل س~ = ص~ ؟ و لماذا ؟

تقاطع مجموعتين

تمهيد و تدريب :



إذا كانت : س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

فإن : ع = مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين س~ ، ص~

ع = ٠٠٠٠

تسمى ع مجموعة تقاطع المجموعتين س~ ، ص~ ، و تكتب س~ ∩ ص~

ظلل منطقة جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين س~ ، ص~

تقاطع المجموعتين هو س~ ، ص~ مجموعة جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين س~ ، ص~

فمثلاً : إذا كانت : س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ص~ = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

فإن : مجموعة تقاطع المجموعتين س~ ، ص~ و تكتب " س~ ∩ ص~ = { ٥ ، ٦ }

ملاحظات :

** ٥ ∈ س~ ، ٥ ∈ ص~ أيضاً ٦ ∈ س~ ، ٦ ∈ ص~

** س~ ∩ ص~ = ص~ ∩ س~ أى أن : عملية التقاطع إبدالية

** س~ ∩ ∅ = ∅ ، س~ ∩ س~ = س~

** (س~ ∩ ص~) ∩ ع ، س~ ∩ (ص~ ∩ ع) أى أن : عملية التقاطع تجميعية

** إذا كان : س~ ∩ ص~ = ∅ فإن : المجموعتان س~ ، ص~ منفصلتان أو متباعدتان

** إذا كانت : س~ ⊂ ص~ فإن : س~ ∩ ص~ = س~ أرسم شكل فن يوضح ذلك

** إذا كانت : س~ = ص~ فإن : س~ ∩ ص~ = ص~ ∩ س~ = س~ = ص~

تدريبات

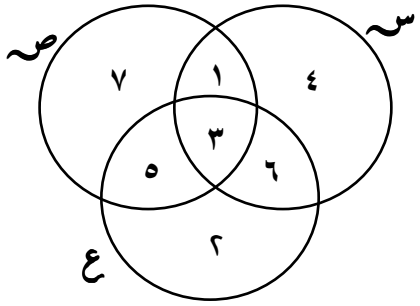
(١) أكمل : (أ) { ٧ ، ٨ ، ٩ } ∩ { ٦ ، ٨ ، ٥ } = ٠٠٠٠

(ب) { ١ ، ٣ ، ٤ } ∩ { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ } = ٠٠٠٠

(حـ) { ٥ ، ٦ ، ٧ } ∩ { ٦ ، ٨ ، ٥ ، ٦٥ } = ٠٠٠٠

(ء) { ٥ ، ٦ ، ٧ } ∩ { ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٩ } = ٠٠٠٠ ماذا تلاحظ ؟

(هـ) { ٥ ، ٦ ، ٧ } ∩ { ٩ ، ٨ ، ١ ، ٣ } = ٠٠٠٠ ماذا تلاحظ ؟



(٢) بإستخدام الشكل المقابل أكمل :

(أ) س~ ∩ ص~ = ...

(ب) س~ ∩ ع = ...

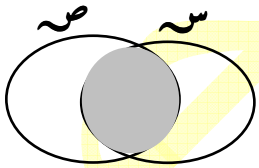
(حـ) ص~ ∩ ع = ...

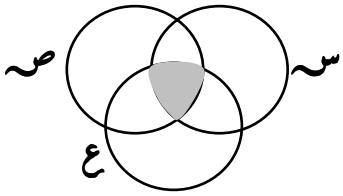
(ء) س~ ∩ ص~ ∩ ع = ...

(٣) إذا كانت س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ص~ = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ } ، ع = { ٣ ، ٦ ، ٩ }

أوجد (س~ ∩ ص~) ∩ ع ، س~ ∩ (ص~ ∩ ع) ماذا تلاحظ ؟ مثل شكل فن لهذه المجموعات

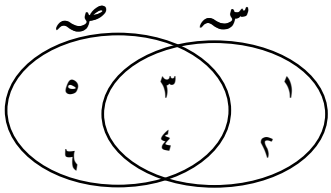
(٤) عبر عن ما تمثله المنطقة المظللة بإستخدام الرمز ∩ فى كل شكل مما يلى :





إتحاد مجموعتين

تمهيد و تدريب :



إذا كانت : س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

فإن : ع = مجموعة كل الموجودة فى س~ ، ص~ أو كليهما

ع = ...

تسمى ع مجموعة إتحاد المجموعتين س~ ، ص~ ، و تكتب س~ ∪ ص~

ظلل منطقة مجموعة كل الموجودة فى س~ ، ص~ أو كليهما

إتحاد المجموعتين س~ ، ص~ هو المجموعة التى تحوى جميع العناصر التى تنتمى للمجموعتين س~ ، ص~ أو كليهما

فمثلاً : إذا كانت : س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص~ = { ٥ ، ٦ ، ٧ }

فإن : مجموعة إتحاد المجموعتين س~ ، ص~ و تكتب " س~ ∪ ص~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }

ملاحظات : ** س~ ∪ ص~ = ص~ ∪ س~ أى أن : عملية التقاطع إبدالية

** س~ ∪ ∅ = س~ ، س~ ∪ س~ = س~

** (س~ ∪ ص~) ∪ ع ، س~ ∪ (ص~ ∪ ع) أى أن : عملية الإتحاد تجميعية

** إذا كانت : ص~ ⊃ س~ فإن : ص~ ∪ س~ = ص~

** إذا كانت : س~ = ص~ فإن : س~ ∪ ص~ = ص~ ∪ س~ = س~ = ص~

تدريبات

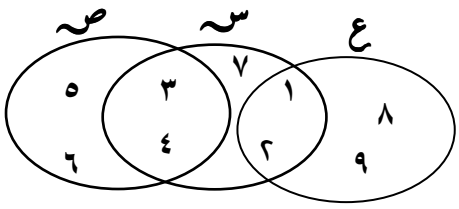
(١) إذا كانت س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص~ = { ١ ، ٤ ، ٧ } ، ع = { ٣ ، ٥ } ، ل = { ٣ ، ٥ } أكمل :

س~ ∪ ص~ = ... ، س~ ∪ ع = ...

ع ∪ ص~ = ... ، ل ∪ ع = ...

س~ ∪ س~ = ... ، ع ∪ ∅ = ...

(٢) بإستخدام الشكل المقابل أكمل :



(أ) س~ ∪ ص~ = ...

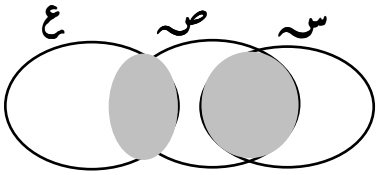
(ب) س~ ∪ ع = ...

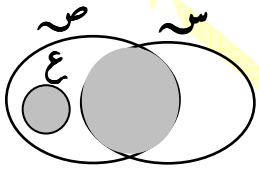
(حـ) ص~ ∪ ع = ...

(ء) س~ ∪ ص~ ∪ ع = ...

(٣) إذا كانت س~ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص~ = { ١ ، ٤ ، ٧ } ، ع = { ٧ ، ٥ ، ٦ } أكمل :
س~ ∪ ص~ = ... ، س~ ∩ ع = ...
ع ∪ ص~ = ... ، س~ ∪ ص~ ∪ ع = ...
(س~ ∪ ص~) ∩ ع = ... ، (س~ ∩ ع) ∪ ص~ = ...
ثم أرسم شكل لهذه المجموعات

(٤) عبر عن ما تمثله المنطقة المظللة بإستخدام الرمزين ∩ ، ∪ فى كل شكل مما يلى :





المجموعة الشاملة

تمهيد :

إذا كانت : س~ = مجموعة النشاط الرياضى فى فصلك
، ص~ = مجموعة النشاط الثقافى فى فصلك
فإنه : يمكن إختيار مجموعة أكبر من المجموعتين س~ ، ص~ بحيث تكون س~ ، ص~ مجموعات جزئية منها ، تسمى هذه المجموعة بالمجموعة الشاملة و يرمز لها بالرمز ش~
مثل : مجموعة الأنشطة بالصف الخامس أو مجموعة طلاب الفصل الخامس أو مجموعة طلاب المدرسة

المجموعة الشاملة ش~ هى :
المجموعة الأم التى تحتوى على جميع المجموعات الجزئية و التى تتعلق بموضوع معين

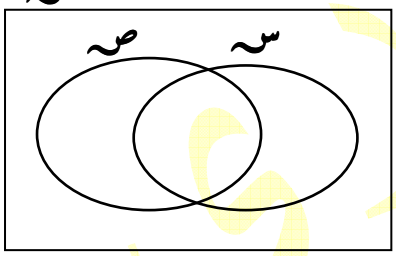
ملاحظة :
تمثل المجموعة الشاملة ش~ بمستطيل و المجموعات الجزئية منها بمنحنيات مغلقة داخل هذا المستطيل

تدريبات

(١) إذا كانت س~ = { القاهرة ، أسوان ، المنيا } ، ص~ = { السويس ، البحيرة ، أسيوط }
أكتب المجموعة الشاملة ش~ للمجموعتين س~ ، ص~

(٢) إذا كانت س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص~ = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، ع = { ٨ ، ٩ ، ١٠ }
أكتب المجموعة الشاملة ش~ للمجموعات س~ ، ص~ ، ع

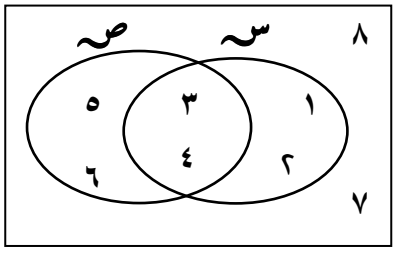
(٣) أكمل الشكل المقابل ليدل على شكل فن للمجمعات التالية :



ش~ = { س : س ∈ ط ، ١ ≤ س ≤ ٩ }
، س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }
، ص~ = { ٣ ، ٦ ، ٤ ، ٧ } ثم أكمل :
س~ ∪ ص~ = ... ، س~ ∩ ص~ = ...

(٤) إذا كانت ش~ = مجموعة أعداد العد الأقل من ٩ ، س~ = مجموعة أعداد العد الزوجية الأقل من ٩
ص~ = مجموعة أعداد العد الفردية
أسرد كلاً من المجموعات ثم مثلها بشكل فن

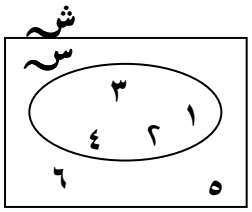
(٥) من شكل فن المقابل أكمل :



ش~ = ... ، س~ = ... ، ص~ = ...
، س~ ∪ ص~ = ... ، س~ ∩ ص~ = ...
، ع = مجموعة العناصر التى تنتمى إلى ش~ و لا تنتمى إلى س~
= .....
، ل = مجموعة العناصر التى تنتمى إلى س~ و تنتمى إلى ص~ = ...

مكملة المجموعة

تمهيد :



إذا كانت : شـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

فإن : مجموعة العناصر التى تنتمى إلى شـ و لا تنتمى إلى سـ = { ٥ ، ٦ }

تسمى هذه المجموعة مكملة المجموعة سـ و يرمز لها بالرمز سـ/

مكملة المجموعة سـ بالنسبة للمجموعة شـ هى مجموعة العناصر التى تنتمى للمجموعة شـ و لا تنتمى للمجموعة سـ و يرمز لها بالرمز سـ/

ملاحظات : سـ ∪ سـ/ = شـ ، سـ ∩ سـ/ = ∅

تدريبات

(١) إذا كانت شـ = { ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ } ، سـ = { ٥ ، ٧ ، ٩ } ، صـ = { ٥ ، ٧ ، ١٠ }

أرسم شكل للمجموعات ثم أكمل :

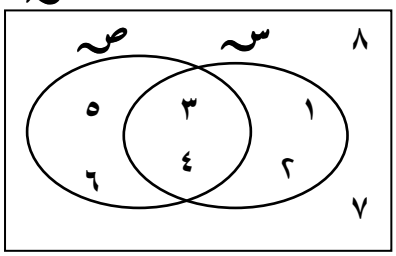
سـ/ = ... صـ/ = ...

سـ ∪ صـ = ... سـ ∩ صـ = ...

سـ/ ∪ صـ/ = ... سـ/ ∩ صـ/ = ...

(سـ ∪ صـ)/ = ... (سـ ∩ صـ)/ = ...

(٢) بإستخدام شكل المقابل أكمل :



شـ = ... سـ = ...

صـ = ...

سـ/ = ... صـ/ = ...

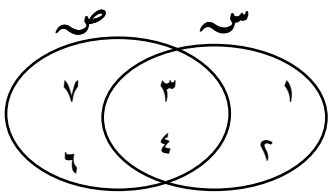
سـ ∪ صـ = ... سـ ∩ صـ = ...

سـ/ ∪ صـ/ = ... سـ/ ∩ صـ/ = ...

(سـ ∪ صـ)/ = ... (سـ ∩ صـ)/ = ...

الفرق بين مجموعتين

تمهيد :



إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، صـ = { ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ }

فإن : مجموعة العناصر التى تنتمى إلى سـ و تنتمى إلى صـ = { ٣ ، ٤ }

تسمى هذه المجموعة (سـ فرق صـ) و يرمز لها بالرمز سـ – صـ

، مجموعة العناصر التى تنتمى إلى صـ و تنتمى إلى سـ = { ٦ ، ٧ }

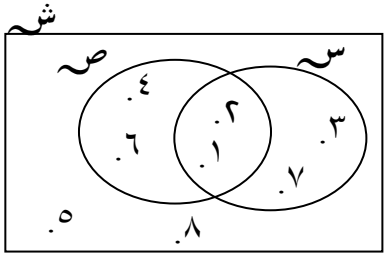
تسمى هذه المجموعة (صـ فرق سـ) و يرمز لها بالرمز صـ – سـ

مجموعة الفرق بين المجموعتين سـ ، صـ هى مجموعة العناصر التى تنتمى للمجموعة سـ و لا تنتمى للمجموعة صـ و يرمز لها بالرمز سـ – صـ

لاحظ : سـ – صـ ≠ صـ – سـ

، سـ – سـ = ∅ ، سـ – ∅ = سـ ، شـ – سـ = سـ/

تدريب (١) : بإستخدام شكل فن المقابل أكمل :



** سـ = ...

** ٧ ..... سـ ، ٧ ..... صـ

** سـ ∩ صـ = ...

** سـ ∪ صـ = ...

** سـ – صـ = ...

** سـ/ = ...

تدريب (٢) : إذا كانت ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، س = { ٢ ، ٥ ، ٣ }

ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } مثل هذه المجموعات بشكل فن ثم أسرد كلاً من :

س ∩ ص ، س ∪ ص ، س – ص ، ص – س ، س′

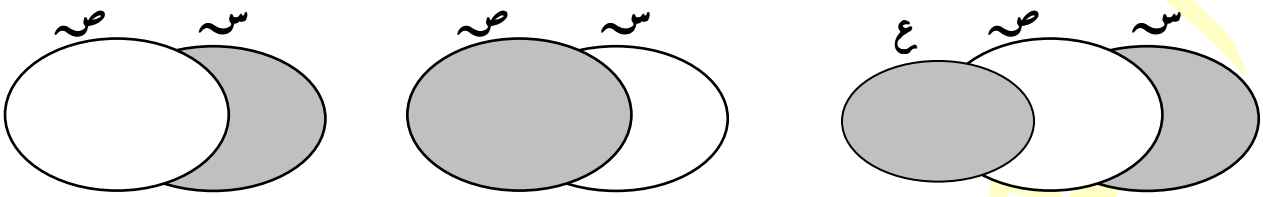
تدريب (٣) : إذا كانت ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ١٥ } ، س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

ص = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ } ، ع = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

أسرد :

س – ص ، ص – س ، س – ع ، ص – ع

تدريب (٤) : عبر عن ما تمثله المنطقة المظللة فى كل شكل مما يلى :



مجموعة أعداد العد " ع " :

ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... } " مجموعة غير منتهية "

مجموعة الأعداد الطبيعية " ط " :

ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... } " مجموعة غير منتهية "

و تمثل على خط الأعداد كما فى الشكل المقابل :

تدريب :

إكمل مستخدماً الرمز المناسب ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

١) صفر ..... ط

٢) ١١١ ..... ط

٣) ١.١١ ..... ط

٤) { ٤ ، ٤٤ } ..... ط

٥) { ٤ ، $\frac{١}{٤}$ } ..... ط

بعض المجموعات الجزئية من ط :

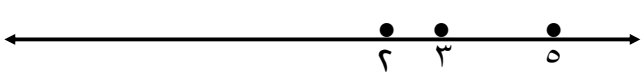
مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية " ز " :

ز = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ..... }

مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية " ف " :

ف = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ..... }

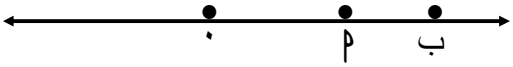
مجموعة الأعداد الأولية " أ " :



أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ..... }

ترتيب ومقارنة الأعداد الطبيعية :

إذا كان : أ ، ب عددين طبيعيين ممثلين على خط الأعداد كما بالشكل :

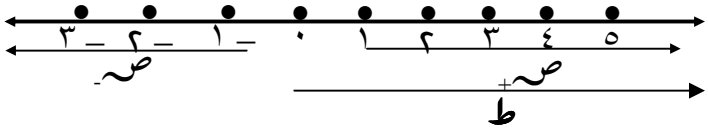


** النقطة التى تمثل العدد ب تقع على يمين
النقطة التى تمثل العدد أ لذا فإن : ب > أ
** النقطة التى تمثل العدد أ تقع على يسار
النقطة التى تمثل العدد ب لذا فإن : أ > ب

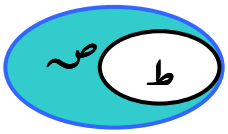
مجموعة الأعداد الصحيحة " صـ " :

صـ = { ..... ، ـ ٣ ، ـ ٢ ، ـ ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... }

صـ = ط ∪ صـ⁻ = صـ⁺ ∪ { ٠ } ∪ صـ⁻



ملاحظات :



** مجموعة الأعداد الصحيحة مرتبة
** ..... > ٣ > ٢ > ١ > ٠ > ـ ١ > ـ ٢ > ـ ٣ > .....
** ..... > ـ ٣ > ـ ٢ > ـ ١ > ٠ > ١ > ٢ > ٣ > .....
** إذا كان : س < ص فإن : ص > س
** إذا كان : س < ص فإن : ـ ص > ـ س

ملاحظات :

** أى عدد صحيح موجب أكبر من أى عدد صحيح سالب
** الصفر ليس موجباً ولا سالباً
** الصفر أصغر من أى عدد صحيح موجب ، و أكبر من أى عدد صحيح سالب
** أصغر عدد صحيح موجب هو " ١ " ، و لا يمكن تحديد أكبر عدد صحيح موجب
** أكبر عدد صحيح سالب هو " ـ ١ " ، ولا يمكن تحديد أصغر عدد صحيح سالب

العمليات على الأعداد الصحيحة :

جمع الأعداد الصحيحة :

** ناتج جمع عددين لهما نفس الإشارة هو ناتج جمع هذين العددين مأخوذا بنفس الإشارة
** أما ناتج جمع عددين مختلفين فى الإشارة هو الفرق بين العددين مأخوذا بإشارة العدد الأكبر

فمثلاً :

(+ ٢) + (+ ٩) = + ١١
(ـ ٣) + (ـ ٤) = ـ ٧
(+ ٥) + (ـ ٣) = + ٢
(ـ ٦) + (+ ١) = ـ ٥

ملاحظة : " المعكوس الجمعى للعدد الصحيح "

لكل عدد صحيح أ يوجد معكوس جمعى هو العدد الصحيح " ـ أ " بحيث : أ + (ـ أ) = صفر

فمثلاً :

المعكوس الجمعى للعدد ٣ هو ـ ٣ ، المكوس الجمعى للعدد ـ ٥ هو ٥

طرح الأعداد الصحيحة :

إذا كان أ ، ب عددين صحيحين فإن : أ – ب هى جمع العدد أ مع المعكوس الجمعى للعدد ب

أى أن : أ – ب = أ + (– ب)

فمثلاً : ٤ – ٦ = ٤ + (– ٦) = – ٢

و يمكن إيجاد ناتج الطرح مباشرة دون تحويل عملية الطرح إلى عملية جمع

فمثلاً : ٢ – ٧ = – ٥ ، – ٥ – ٨ = – ١٣

ملاحظة : إذا كان أ عدداً صحيحاً لا يساوى الصفر فان : – (– أ) = أ

فمثلاً : ٦ – (– ٢) = ٦ + ٢ = ٨

ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة :

** حاصل ضرب (خارج قسمة) عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب

** حاصل ضرب (خارج قسمة) عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب

فمثلاً :

(+ ٢) × (+ ٩) = + ١٨ (+ ١٨) ÷ (+ ٩) = + ٢

(– ٣) × (– ٤) = + ١٢ (+ ١٢) ÷ (– ٣) = – ٤

(+ ٥) × (– ٣) = – ١٥ (– ١٥) ÷ (+ ٥) = – ٣

(– ٦) × (+ ١) = – ٦ (– ٦) ÷ (– ٦) = + ١

ملاحظة :

القسمة على صفر ليس لها معنى " غير معرفة "

قوى العدد :

عند ضرب عددين أو أكثر فإن كل عدد يسمى عاملاً من عوامل حاصل الضرب

فمثلاً : ٣ × ٥ = ١٥ يسمى كلاً من العددان ٣ ، ٥ عامل من عوامل العدد ١٥

و إذا كانت عوامل حاصل الضرب متساوية فإن حاصل الضرب يسمى قوى العدد

فمثلاً : ٣ × ٣ × ٣ × ٣ = ٨١

يسمى العدد ٨١ القوى الرابعة للعدد ٣ ، وتكتب على الصورة : $٣^{٤} = ٨١$

، يسمى ٣ الأساس ، ٤ الأس وتقرأ ٣ أس ٤

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد = س	الأسس " القوى "									
	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	$س^{٥}$	$س^{٦}$	$س^{٧}$	$س^{٨}$	$س^{٩}$	$س^{١٠}$
٢	٤		١٦			١٢٨			١٠٢٤
٣			٨١						
٤					٤٠٩٦				
٥									
٦									
٧									
٨									
٩									
١٠	١٠	١٠٠	١٠٠٠						

ملاحظة :

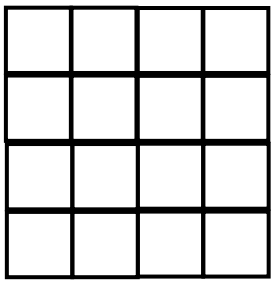
لكل عدد أ ≠ صفر يكون $أ^{صفر} = ١$ فمثلاً : $٣^{صفر} = ١$

أحمد الشنتورى a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

بعض أنماط الأعداد و تسلسلها :

** الأعداد التى يمكن تمثيلها بمربعات تسمى الأعداد المربعة :

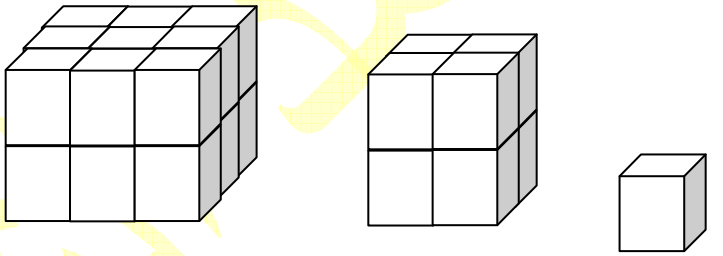
أوجد عدد المربعات فى كل شكل للنمط التالى ثم إرسم عدد المربعات بالشكل الخامس و أوجد عددها و كذا عدد المربعات بالشكل العاشر:



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤) شكل (٥)

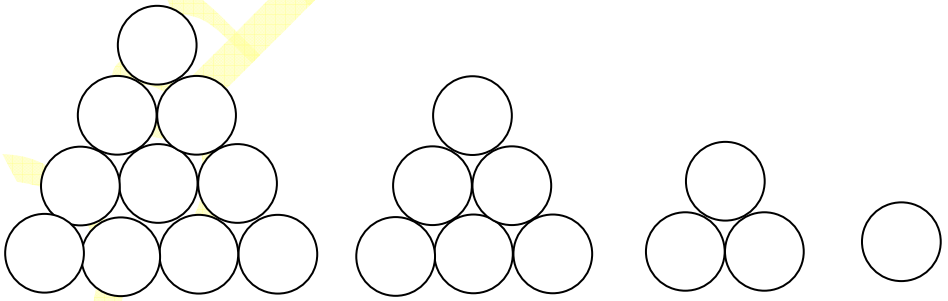
** الأعداد التى يمكن تمثيلها بمكعبات تسمى الأعداد المكعبة :

أوجد عدد المكعبات فى كل شكل للنمط التالى ثم إرسم عدد المكعبات بالشكل الرابع و أوجد عددها و كذا عدد المكعبات بالشكل العاشر:



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤)

أوجد عدد الدوائر فى كل شكل للنمط التالى ثم إرسم عدد الدوائر بالشكل الخامس و أوجد عددها و كذا عدد الدوائر بالشكل العاشر:



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤) شكل (٥)

تمارين

١ – أكمل بالرمز المناسب :

(١) ٥٦ ..... ط
(٢) – ١٠ ..... ط
(٣) {٠} ..... ط
(٤) – ١٠ ..... صـ
(٥) ط ..... صـ
(٦) ٣.١ ..... صـ
(٧) {٠} ..... ط
(٨) {٣ ، – ٤} ..... صـ
(٩) ٤ ..... ٣
(١٠) – ١ ..... ١

٢ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

(١) ٣٥ + (ـ ١٥)　　(٢) (ـ ١٠) + ٣

(٣) ١٧ + (ـ ١٧)　　(٤) (ـ ٦) ـ (ـ ٥)

(٥) ٠ + (ـ ١٠)　　(٦) ٠ ـ (ـ ٩)

٣ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

(١) ٣ × (ـ ٧)　　(٢) (ـ ٥) × ٤

(٣) ٢ × (ـ ٩)　　(٤) (ـ ٦) × (ـ ٤)

(٥) ٠ × (ـ ١٠)　　(٦) ٠ ÷ (ـ ٩)

(٧) ١٠ ÷ (ـ ١٠)　　(٨) (ـ ٢٧) ÷ (ـ ٩)

٤ ـ أكتب مجموعات الأعداد الآتية بطريقة السرد :

(١) مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ـ ٢

(٢) مجموعة الأعداد الصحيحة الأصغر من ـ ٢

(٣) مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ـ ٢ و أقل من ٣

(٤) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

٥ ـ أكمل بنفس النمط :

(١) ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، .... ، .... ، ....

(٢) ـ ٧ ، ـ ٦ ، ـ ٥ ، ـ ٤ ، .... ، .... ، ....

(٣) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... ، .... ، ....

(٤) ٣ ، ٨ ، ١٣ ، ١٨ ، .... ، .... ، ....

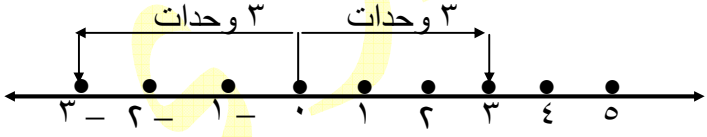
(٥) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، .... ، .... ، ....

(٦) ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، .... ، .... ، ....

(٧) ٣٢٠ ، ١٦٠ ، ٨٠ ، ٤٠ ، .... ، .... ، ....

القيمة المطلقة لعدد ما تعبر عن عدد الوحدات التى يبعدها هذا العدد عن العدد صفر على خط الأعداد

و يرمز للقيمة المطلقة للعدد أ بالرمز | أ |



فعلى خط الأعداد نجد أن :

عدد الوحدات من صفر إلى ٣ تساوى

عدد الوحدات من صفر إلى ـ ٣

مع أن ٣ ، ـ ٣ فى إتجاهين متضادين من الصفر

لذا فإن : | ٣ | = | ـ ٣ | = ٣

ملاحظات :

** | صفر | = صفر

** إذا كان : | س | = أ فإن : س = أ أو س = ـ أ

فمثلاً : إذا كان : | س | = ٥ فإن : س = ٥ أو س = ـ ٥

** لكل عدد صحيح س يكون : | س | ≥ ٠

تدريبات :

١ – أوجد :

(١) | – ٩ |

(٢) | ٨ |

(٣) | – ٤ | + | ٢ |

(٤) | ١ – ٤ |

(٥) | ٥ – ٣ |

(٦) | – ٧ | – | ٧ |

(٧) | – ١٠ | × | ٣ |

(٨) | – ٦ | × | – ٦ |

(٨) | ٣٦ | ÷ | – ٦ |

١ – أكمل مستخدماً أحد الرموز > أو < أو = :

(١) | صفر | ٠٠٠٠ | – ١١ |

(٢) | – ٦ | ٠٠٠٠ | ٦ |

(٣) | ٢ | – | – ١ | ٠٠٠٠ صفر

(٤) | ٩ | + | – ١٢ | ٠٠٠٠ صفر

(٥) | – ٣ | – | – ٣ | ٠٠٠٠ صفر

(٦) | – ٣ | ٠٠٠٠ | ٣ |

مجموعة الأعداد النسبية

تعريف :

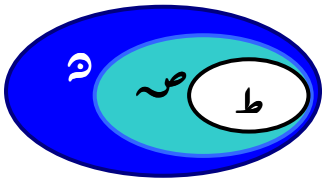
العدد النسبى هو العدد الذى يمكن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث :

أ عدد صحيح ، ب عدد صحيح لا يساوى الصفر لماذا ؟؟

فمثلاً : كل من الأعداد الآتية هى أعداد نسبية :

$\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، $٦\frac{٢}{٣}$ ، ٠.٣٥ ، $\frac{٠}{٣}$

مجموعة الأعداد النسبية : $ن = \{ \frac{أ}{ب} : أ ، ب \in ص ، ب \neq ٠ \}$



ملاحظات :

** كل عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه الواحد الصحيح

** $ط \subset ص \subset ن$

** إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً فإن : ب $\neq$ صفر

فمثلاً : إذا كان : $\frac{٥}{س - ٣}$ عدداً نسبياً فإن : س $-$ ٣ $\neq$ صفر أى أن : س $\neq$ ٣

أى أن : س عدد صحيح لا يساوى ٣

** إذا كان : العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ = صفر فإن : أ = صفر

فمثلاً : إذا كان : $\frac{س - ٥}{س - ١}$ = صفر فإن : س $-$ ٥ = ٠ أى أن : س = ٥

تدريب : أكمل ما يأتى :

(١) العدد $\frac{٢}{س + ١}$ عدد نسبى إذا كان : س $\neq$ ٠٠٠٠

(٢) العدد $\frac{س - ٥}{س}$ عدد نسبى إذا كان : س $\neq$ ٠٠٠٠

(٣) العدد $\frac{س - ٥}{١ - س}$ عدد نسبى إذا كان : س $\neq$ ٠٠٠٠

(٤) العدد النسبى $\frac{س}{س - ٣}$ = صفر إذا كان : س = ٠٠٠٠

(٥) العدد النسبى $\frac{س + ١}{س - ٤}$ = صفر إذا كان : س = ٠٠٠٠

(٦) العدد النسبى $\frac{٣س - ٥}{س - ١}$ = صفر إذا كان : س = ٠٠٠٠

الأشكال المختلفة للعدد النسبى :

** كتابة العدد النسبى على صورة عدد نسبى مساو له :

يمكن كتابة العدد النسبى على صورة عدد نسبى آخر مساو له و ذلك تبعاً للخاصية الآتية :

خاصية : العدد النسبى لا تتغير قيمته إذا ضرب حداه " فى " أو قسما " على " عدد لا يساوى الصفر

فمثلاً :

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٢} = \frac{٦}{٨}$ أى أن : $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨} =$ ٠٠٠٠

، $\frac{٢٤}{٣٦} = \frac{٢٤ \div ٣}{٣٦ \div ٣} = \frac{٨}{١٢}$ أى أن : $\frac{٢٤}{٣٦} = \frac{٨}{١٢} =$ ٠٠٠٠

** كتابة العدد النسبى على صورة عدد عشرى منته :

لكتابة العدد النسبى على صورة عدد عشرى منته نجعل المقام ١٠ أو مضاعفاتها
بإستخدام الخاصية السابقة " يمكن التأكد بإستخدام الآلة الحاسبة "

فمثلاً :

$\frac{٢}{٥} = \frac{٢ \times ٢}{٢ \times ٥} = \frac{٤}{١٠} = ٠.٤$

$، -\frac{٧}{٢٥} = -\frac{٧ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = -\frac{٢٨}{١٠٠} = -٠.٢٨$

$، \frac{٣}{٨} = \frac{٣ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} = ٠.٣٧٥$

** كتابة العدد النسبى على صورة نسبة مئوية :

لكتابة العدد النسبى على صورة نسبة مئوية نجعل المقام ١٠٠
بإستخدام الخاصية السابقة " يمكن التأكد بإستخدام الآلة الحاسبة "

فمثلاً :

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥\٪$

** كتابة العدد عشرى غير منته على صورة عدد نسبى :

نعلم أن : $\frac{١}{٣} = ١ \div ٣ = ٠.٣٣٣٣٠٠٠٠$ " و ذلك بإجراء عملية القسمة "

و يلاحظ أن عملية القسمة غير منتهية

لذا يكتب العدد $\frac{١}{٣} = ٣ \bullet$ " و يقرأ ٠.٣ دائر " حيث النقطة فوق الرقم تعنى أن العدد دائر

و إذا وضعت نقطة فوق الرقم الأخير معناه أن الرقمين و ما بينهما دائر

فمثلاً :

$٠.\dot{١}\dot{٨} = ٠.١٨١٨١٨٠٠٠٠$ ، $٥.٣\dot{١}\dot{٤} = ٥.٣١٤٣١٤٣١٤٠٠٠٠$

ولكتابة العدد الدائر على صورة عدد نسبى نستخدم الآلة الحاسبة

فمثلاً :

لكتابة العدد : $٠.\dot{٦}$ على صورة عدد نسبى

ندخل العدد بالآلة كالآتى : ٠.٦٦٦٦٦٦٠٠٠٠ ثم نضغط = نحصل $\frac{٢}{٣}$

أى أن : $٠.\dot{٦} = \frac{٢}{٣}$

، مثلاً : لكتابة العدد : $٠.\dot{١}\dot{٨}$ على صورة عدد نسبى

ندخل العدد بالآلة كالآتى : ٠.١٨١٨١٨٠٠٠٠ ثم نضغط = نحصل على $\frac{٢}{١١}$

أى أن : $٠.\dot{١}\dot{٨} = \frac{٢}{١١}$

، مثلاً : لكتابة العدد : $٠.٥\dot{٨}\dot{١}$ على صورة عدد نسبى

ندخل العدد بالآلة كالآتى : ٠.٥٨١٥٨١٥٨١٠٠٠٠ ثم نضغط = نحصل على $\frac{٣٢}{٥٥}$

أى أن : $٠.٥\dot{٨}\dot{١} = \frac{٣٢}{٥٥}$

تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد :

** كل عدد نسبى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد

** الأعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعاً نفس النقطة على خط الأعداد

** الأعداد النسبية الموجبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يمين النقطة التى تمثل العدد صفر

** الأعداد النسبية السالبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد صفر

** العددان النسبيان س ، ـ س تمثلهما على خط الأعداد نقطتان على بعدين متساويين من النقطة التى تمثل العدد صفر و جهتين مختلفتين منها

** لاحظ أن " صفر = $\frac{٠}{٢}$ = $\frac{٠}{٣}$ = $\frac{٠}{٤}$ = $\frac{٠}{٥}$ = ٠٠٠٠ ، ١ = $\frac{٢}{٢}$ = $\frac{٣}{٣}$ = $\frac{٤}{٤}$ = $\frac{٥}{٥}$ = ٠٠٠٠

** قبل تمثيل العدد النسبى يفضل وضعه فى أبسط صورة

** يجب تحديد موضع العدد النسبى وموقعه بين عددين صحيحين

** يقسم خط الأعداد إلى مسافات متساوية حسب مقام العدد النسبى المراد تمثيله

فمثلاً : ** الأعداد النسبية الآتية تقع بين ٠ ، ١ : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، ٠٠٠٠

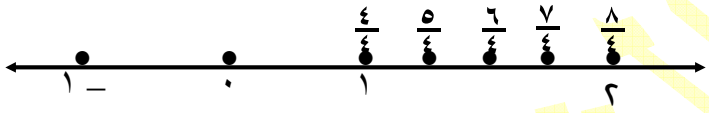
** الأعداد النسبية الآتية تقع بين ١ ، ٢ : $\frac{٣}{٢}$ = ١ $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$ = ١ $\frac{١}{٣}$ ، ٠٠٠٠

و هكذا ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

مثال : مثل العدد النسبى $\frac{٧}{٤}$ على خط الأعداد

الحل

∵ $\frac{٧}{٤}$ = ١ $\frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{٧}{٤}$ يقع بين ١ ، ٢



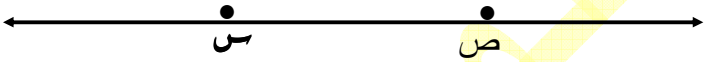
∴ نقسم المسافة بين النقطة التى تمثل العدد ١

و النقطة التى تمثل العدد ٢ إلى ٤ أقسام متساوية فى الطول كما بالشكل المقابل

مقارنة و ترتيب الأعداد النسبية :

إذا كانت النقطة التى تمثل العدد س تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد ص على خط الأعداد كما بالشكل المقابل

فإن : س < ص أو ص > س



** للمقارنة بين عددين نسبيين " أو أكثر" يلزم توحيد مقاميهما أولاً بحيث يكونا موجبين ثم مقارنة البسطين الناتجين ، كما يفضل وضعهما فى أبسط صورة

فمثلاً :

للمقارنة بين العددين $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٤}{٧}$

نضع العدد $\frac{٦}{٩}$ فى أبسط صورة : $\frac{٦}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ " بقسمة كل من البسط والمقام ÷ ٣ "

نوحد المقامات : ∵ م . م . أ للمقامين ٣ ، ٧ هو ٢١

∴ $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١٤}{٢١}$ " بالضرب × ٧ " ، $\frac{٤}{٧}$ = $\frac{١٢}{٢١}$ " بالضرب × ٣ "

∵ ١٢ < ١٤ ، ∴ $\frac{١٢}{٢١}$ < $\frac{١٤}{٢١}$ أى أن : $\frac{٤}{٧}$ < $\frac{٢}{٣}$ ∴ $\frac{٤}{٧}$ < $\frac{٦}{٩}$

تدريب : رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيباً تصاعدياً : ـ $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ـ $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، ـ ١

الحل

كثافة الأعداد النسبية :

* لأى عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية المحصورة بينهما
* أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد بينهما أى عدد صحيح
* لأى عدد نسبى لا يمكن إيجاد العدد النسبى السابق له مباشرة أو العدد النسبى التالى له مباشرة

مثال :

أوجد عددين نسبيين تنحصران بين : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

الحل

∵ م ٠ م ٠ م للمقامين هو ٦

∴ $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦}$ ، $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$ لا يوجد بين أعداد نسبية تقع بين $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{٣}{٦}$ لماذا ؟؟

بضرب حدى كل من العددين $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{٣}{٦}$ فى ٢ ∴ $\frac{٢}{٦} = \frac{٤}{١٢}$ ، $\frac{٣}{٦} = \frac{٦}{١٢}$

∵ $\frac{٤}{١٢} < \frac{٥}{١٢} < \frac{٦}{١٢}$ ∴ $\frac{٥}{١٢}$ عدد نسبى واحد يقع بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

، المطلوب ثلاثة أعداد نسبية ∴ بضرب حدى كل من العددين $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{٣}{٦}$ فى ٣

∴ $\frac{٢}{٦} = \frac{٦}{١٨}$ ، $\frac{٣}{٦} = \frac{٩}{١٨}$

∵ $\frac{٦}{١٨} < \frac{٧}{١٨} < \frac{٨}{١٨} < \frac{٩}{١٨}$ ،

∴ $\frac{٧}{١٨}$ ، $\frac{٨}{١٨}$ عددان نسبيان ينحصران بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

تدريب :

أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين العددين : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٧}$

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) العـــدد $\frac{٧}{س - ٤}$ لا يعبر عن عدد نسبى إذا كان : س = ٠٠٠٠

(٢) العـــدد $\frac{س - ٤}{س - ١}$ = صفر إذا كانت : س = ٠٠٠٠

(٣) العدد النسبى $|-\frac{٥}{٨}|$ = ٠٠٠٠

(٤) العدد النسبى $\frac{٥}{١١}$ = ٠٠٠٠ على صورة عدد عشرى دورى

(٥) العدد النسبى $٠.\dot{٥}$ = ٠٠٠٠

(٦) العدد ١٢ ٪ = ٠٠٠٠

(٧) $-\frac{١}{٢}$ ٠٠٠٠ صفر

(٨) $-\frac{٣}{٤}$ ٠٠٠٠ $\frac{١}{٤}$

(٩) $-\frac{٤}{٥}$ ٠٠٠٠ $-\frac{٦}{٥}$

(١٠) $\frac{٩}{٢}$ ٠٠٠٠ ٥

(١١) $|-\frac{١٣}{٢}|$ ٠٠٠٠ $٦\frac{١}{٢}$

(١٢) عدد نسبى موجب ٠٠٠٠ صفر

(١٣) عدد نسبى سالب ٠٠٠٠ صفر

(١٤) ١.٦ ٠٠٠٠ $|-\frac{٨}{٥}|$

(١٥) $\frac{٣٤}{٥١}$ ٠٠٠٠ $\frac{٦٦}{٩٩}$

(١٦) $\frac{٣}{٤} = \frac{٩}{٠٠٠٠} = \frac{٠٠٠٠}{١٦}$

(١٧) $\frac{٤}{٥} = \frac{٠٠٠٠}{١٠} = \frac{١٦}{٠٠٠٠}$

٢ ـ أى الأعداد النسبية الآتية يكتب على صورة عدد عشرى منته و أى منها يكتب على صورة عدد عشرى غير منته و فى كل حالة أكتب الصورة العشرية:

(١) $\frac{٧}{١٥}$ (٢) $\frac{٧}{٢٠}$ (٣) $\frac{٥}{٨}$

(٤) $-\frac{٨}{٩}$ (٥) $-\frac{١٧}{٦}$ (٦) $٢\frac{٢}{٥}$

٣ ـ أكتب الأعداد الآتية على $\frac{أ}{ب}$:

(١) ٥ (٢) صفر (٣) ٠.٧٥

(٤) ٠.٠١ ـ (٥) ٣٠ ٪ (٦) ٤.٥ ٪

(٧) $-٦\frac{٨}{٩}$ (٨) $٣\frac{٥}{٣}$ (٩) $٨\frac{٢}{٣}$

(١٠) – ٠.٧ (١١) ٠.٤٥ (١٢) ١.٤٠٧

٤ – أكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشرى و نسبة مئوية :

(١) $\frac{١}{٦}$ (٢) $٢\frac{١}{٢}$ (٣) $-\frac{٣}{٤٠}$

(٤) $-\frac{٦}{٧}$ (٥) $\frac{١٦}{٣}$ (٦) $\frac{٨}{٢٥}$

(٧) $-\frac{٤}{٥}$ (٨) $\frac{٧}{٨}$ (٩) $٧\frac{٣}{١٦}$

٥ – مثل كلاً من الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد :

(١) $\frac{١}{٤}$ (٢) $\frac{١}{٢}$ (٣) $-\frac{٥}{٣}$

٦ – مثل مجموعات الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد ثم قارن بينها فى ترتيب تصاعدى :

(١) { ٠ ، ١ ، – ٢ ، ٣ }

(٢) { $٢\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٤}$ ، ١ }

٧ – رتب تصاعدياً و تنازلياً كلاً من الأعداد النسبية الآتية :

(١) $\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ ، $-\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$

(٢) $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$

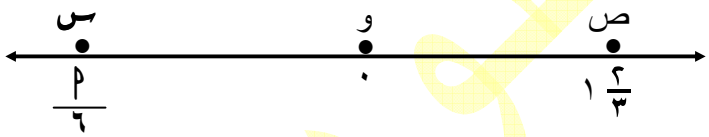
٨ – أكتب أربعة أعداد نسبية تقع بين كل زوج من أزواج الأعداد الآتية :

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، ٠.٥ (٢) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ (٣) $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{٢}{٣}$

٩ – أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين : $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ بحيث يكون واحد منهم صحيحاً

١٠ – أوجد العدد الصحيح المحصور بين $\frac{١١}{٣}$ ، $\frac{١١}{٢}$ و أيضاً ينحصر بين $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{٢٥}{٦}$

١١ – فى الشكل المقابل : إذا كان
و سـ = و ص أوجد قيمة م



١٢ – أوجد جميع الأعداد النسبية التى تقع بين ١ ، ٢ و التى مقاماتها ٩

العمليات على الأعداد النسبية

** جمع الأعداد النسبية :

١ ـ جمع الأعداد النسبية بالإستعانة بخط الأعداد :

الخطوات :

(١) نبدأ بالنقطة التى تمثل العدد الأول

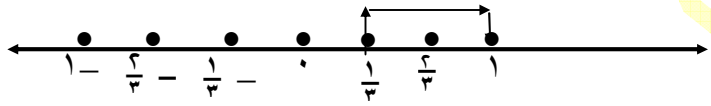
(٢) إذا كان العدد الثانى موجب نتجه يميناً بنفس عدد وحدات العدد الثانى

، إذا كان العدد الثانى سالب نتجه يساراً بنفس عدد وحدات العدد الثانى

لنصل إلى عدد نسبى يمثل ناتج الجمع

فمثلاً :

$\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٣}$



أى أن : $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٣} = ١$

تدريب :

أوجد مستعيناً بخط الأعداد ناتج :

(١) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٣}$ −

(٢) $(-\frac{١}{٣}) + (-\frac{٢}{٣})$

(٣) $\frac{١}{٣} + (-\frac{٢}{٣})$

٢ ـ جمع عددين نسبيين متحدى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ب} = \frac{أ + حـ}{ب}$

فمثلاً : $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٢ + ٣}{٧} = \frac{٥}{٧}$

، $\frac{٥}{٩} + (-\frac{٤}{٩}) = \frac{٥ + (-٤)}{٧} = \frac{١}{٩}$

٣ ـ جمع عددين نسبيين مختلفى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{أ ء + ب حـ}{ب ء}$

فمثلاً : $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} = \frac{٢ \times ٣ + ٧ \times ٥}{٧ \times ٥} = \frac{١٤ + ١٥}{٣٥} = \frac{٢٩}{٣٥}$

تدريب :

أجمع : (١) $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٤}$

أجمع : (٢) $\frac{٣}{١٨} - \frac{٦}{٨}$

خواص عملية الجمع فى ℚ :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ؛ $\frac{هـ}{و}$ أعداد نسبية " أذكر أمثلة لكل خاصية "

١ ـ خاصية الإنغلاق : ℚ مغلقة تحت عملية الجمع : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} \in$ ℚ

٢ ـ خاصية الإبدال : عملية الجمع فى ℚ إبدالية : $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} + \frac{أ}{ب}$

٣ ـ خاصية الإبدال : عملية الجمع فى ح دامجة :

$$(\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ء}) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + (\frac{جـ}{ء} + \frac{هـ}{و}) = \frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ء} + \frac{هـ}{و}$$

٤ ـ وجود العدد المحايد الجمعى : الصفر عدد محايد بالنسبة لعملية الجمع فى ح :

$$\frac{أ}{ب} + ٠ = ٠ + \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$$ " عند إضافة الصفر لأى عدد نسبى لا تتغير قيمة هذا العدد "

٥ ـ وجود المعكوس الجمعى : لكل عدد نسبى $\frac{أ}{ب}$ معكوس جمعى هو العدد النسبى $-\frac{أ}{ب}$ بحيث :

$$\frac{أ}{ب} + (-\frac{أ}{ب}) = صفر$$ " المحايد الجمعى " (المعكوس الجمعى للعدد صفر هو نفسه)

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٥}{٦}$	$\frac{٤}{٧}$	$-\frac{٢}{٥}$	١	$-\frac{٨}{٩}$	صفر
معكوسه الجمعى							

**** طرح الأعداد النسبية :**

عملية الطرح ($\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{ء}$) هى عملية جمع المطروح منه $\frac{أ}{ب}$ مع المعكوس الجمعى للمطروح $\frac{جـ}{ء}$

أى أن : $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{ء} = \frac{أ}{ب} + (-\frac{جـ}{ء})$

فمثلاً : $\frac{٣}{٤} - \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{٤} + (-\frac{٥}{٦}) = \frac{٩ - ١٠}{١٢} = -\frac{١}{١٢}$

بين إذا كانت عملية طرح الأعداد النسبية تحقق الخواص السابقة أم لا ؟؟ أذكر أمثلة

**** ضرب الأعداد النسبية :**

١ ـ ضرب عددين نسبيين :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} = \frac{أ \times جـ}{ب \times ء}$

فمثلاً : $\frac{٢}{٧} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٣}{٧ \times ٥} = \frac{٦}{٣٥}$

تذكر : قاعدة الإشارات

** + × + = +

** − × − = +

** + × − = −

** − × + = −

٢ ـ ضرب عددين نسبيين متحدى المقام :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب^{٢}}$

فمثلاً : $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٥} = \frac{٦}{٢٥}$

ملاحظات :

** بعد إجراء عملية الضرب يجب وضع الناتج فى أبسط صورة

** عند إجراء عملية الضرب يمكن إختصار بسط العدد الأول مع مقام الثانى و بسط الثانى مع مقام الأول

تدريب : أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة

(١) $\frac{١}{٦} \times \frac{٣}{٨}$

(٢) $\frac{٦}{٨} \times \frac{٣}{١٨} -$

أحمد الشنتورى a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

خواص عملية الضرب فى ح :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ؛ $\frac{هـ}{و}$ أعداد نسبية " أذكر أمثلة لكل خاصية "

١ ـ خاصية الإنغلاق : ح مغلقة تحت عملية الضرب : $\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} \in$ ح

٢ ـ خاصية الإبدال : عملية الضرب فى ح إبدالية : $\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} \times \frac{أ}{ب}$

٣ ـ خاصية الإبدال : عملية الضرب فى ح دامجة :

$$(\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء}) \times \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} \times (\frac{حـ}{ء} \times \frac{هـ}{و}) = \frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} \times \frac{هـ}{و}$$

٤ ـ وجود العدد المحايد الضربى : الواحد عدد محايد بالنسبة لعملية الجمع فى ح :

$\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$ " عند ضرب الواحد فى أى عدد نسبى لا تتغير قيمة هذا العدد "

٥ ـ وجود المعكوس الضربى : لكل عدد نسبى $\frac{أ}{ب} \neq$ ٠ معكوس ضربى هو العدد النسبى $\frac{ب}{أ}$ بحيث :

$\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$ " المحايد الضربى "

ملاحظات :

** يسمى المعكوس الضربى للعدد النسبى مقلوب العدد النسبى

** لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر لماذا ؟؟

** المعكوس الضربى للعدد ١ هو نفسه ، و المعكوس الضربى للعدد ـ ١ هو نفسه

** عند ضرب الصفر فى أى عدد نسبى يكون حاصل الضرب مساوياً صفر

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٥}{٦}$	$\frac{٤}{٧}$	$-\frac{٢}{٥}$	١	$-\frac{٨}{٩}$	صفر
معكوسه الضربى							
معكوسه الجمعى							

** قسمة الأعداد النسبية :

عملية القسمة ($\frac{أ}{ب} \div \frac{حـ}{ء}$) هى عملية ضرب المقسوم $\frac{أ}{ب}$ فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه $\frac{حـ}{ء}$

أى أن : $\frac{أ}{ب} \div \frac{حـ}{ء} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ء}{حـ}$ حيث : $\frac{حـ}{ء} \neq$ ٠

فمثلاً : $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{٥} = \frac{٣ \times ٦}{٤ \times ٥} = \frac{١٨}{٢٠} = \frac{٩}{١٠}$

بين إذا كانت عملية قسمة الأعداد النسبية تحقق الخواص السابقة أم لا ؟؟ أذكر أمثلة

تذكر : قاعدة الإشارات

** + ÷ + = +

** + ÷ ـ = ـ

** ـ ÷ + = ـ

** ـ ÷ ـ = +

٥ ـ خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح :

$$\frac{م}{ب} \times \left(\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right) = \frac{م}{ب} \times \frac{حـ}{ء} + \frac{م}{ب} \times \frac{هـ}{و}$$

$$\frac{م}{ب} \times \left(\frac{حـ}{ء} - \frac{هـ}{و}\right) = \frac{م}{ب} \times \frac{حـ}{ء} - \frac{م}{ب} \times \frac{هـ}{و} \quad ،$$

تدريب :

إستخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة : $\frac{٥}{١١} \times \frac{٦}{٧} + \frac{٥}{١١} \times \frac{١}{٧}$

الحل

$$\frac{٥}{١١} \times \frac{٦}{٧} + \frac{٥}{١١} \times \frac{١}{٧} = \frac{٥}{١١} \times (٠.٠٠٠٠ + ٠.٠٠٠٠)$$

$$= \frac{٥}{١١} \times ٠.٠٠٠٠ = ٠.٠٠٠٠$$

تمارين

١ ـ أحسب قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $٨\frac{٢}{٣} + (-٥\frac{١}{٦})$

(٢) $-٢\frac{١}{٢} + ١٥\frac{٣}{٨}$

(٣) $-٢.٥\٪ + (-\frac{١}{٨})$

(٤) $|-٥\frac{١}{٢}| + \frac{١}{٤}$

(٥) $-٣.٧٥ + ٩.٦٧$

(٦) $(-\frac{٣}{٧} + \frac{٣}{٧}) + \frac{٥}{٦}$

(٧) $[(-\frac{٤}{٩}) + \frac{٢}{٩}] + (-\frac{٣}{٩})$

(٨) $٢\frac{٣}{٧} - ٣\frac{٥}{٧}$

(٩) $٥\frac{١}{٦} - ٦\frac{٢}{٣}$

(١٠) $(-\frac{٧}{٤} + \frac{٥}{٨}) - (\frac{١١}{٨} - \frac{١٣}{١٤})$

(١١) $[(\frac{٢}{٥} - ١٥\٪) + ٠.٧$

(١٢) $-\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

(١٣) $\frac{٢}{٦} \times (-\frac{٣}{٤})$

(١٤) $٠.٥ \times \frac{٥}{٩}$

(١٥) $٢\frac{١}{٢} \times ٠.٨$

(١٦) $(\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٥}) \times (\frac{٣}{٨} + \frac{٤}{٥})$

(١٧) $(\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٧}) \times [\frac{٢}{٦} + (-\frac{٤}{٥})]$

(١٨) $(\frac{٧}{٥} - \frac{٣}{٤}) \times (\frac{٨}{٣} - \frac{٣}{٨}) \times (\frac{١}{٢} - \frac{١٧}{٢٢})$

(١٩) $٥\frac{١}{٢} \div ٠.٥$

(١٩) $(\frac{٣}{٨} + \frac{٥}{٨}) \div \frac{٥}{٨}$

(٢٠) $\frac{٤}{٩} \div (\frac{٥}{٣} - \frac{١}{٣})$

(٢١) $(-\frac{١٨}{٥} \div \frac{٩}{٣٥}) \times (-\frac{٣}{٧})$

(٢٢) $-\frac{٥}{٢} \div (\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣})$

٢ ـ بإستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٥}{١٢} \times ٣ + \frac{٥}{١٢} \times ٩$

(٢) $\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٦$

(٣) $\frac{٢٧}{١١} \times \frac{٩}{٤} + \frac{٢٧}{١١} \times ٩ - \frac{٢٧}{١١} \times \frac{١}{٤}$

(٤) $\frac{٢٢}{٢٥} \times \frac{٧}{١١} + \frac{٢٢}{٢٥} \times \frac{٥}{١١} - \frac{٢٢}{٢٥}$

(٥) $\frac{١٢}{١٧} \times \frac{١٣}{١١} + \frac{١٢}{١٧} \times (-\frac{٢}{١١}) + \frac{١٢}{١٧}$

(٦) $\frac{٢٧}{٨} \times ٤\frac{٣}{٥} + \frac{٢٧}{٨} \times ٣\frac{٤}{٥} \times \frac{٢٧}{٨}$

٣ ـ أكتب المعكوس الجمعى و الضربى للأعداد الآتية :

(١) $\frac{٥}{١٢}$

(٢) $\frac{٤}{٩}$

(٣) $-\frac{٢٧}{١١}$ (٤) -١

(٥) $\frac{٣}{س - ٣}$ (٦) $|-\frac{١}{٢}٥|$

(٧) ١ (٨) صفر

٤ ـ إذا كان : $س + \frac{١}{٤}$ معكوساً جمعياً للعدد $\frac{٣}{٤}$ فأوجد قيمة $س$

٥ ـ إذا كان : $س = \frac{٢}{٥}$ ، $ص = -\frac{١}{٣}$ ، $ع = \frac{٧}{٩}$ أوجد قيمة كل من :

(١) $س - ص$ (٢) $ص - ع$

(٣) $ص - (س - ع)$ (٤) $(س \div ص) - ع$

(٥) $س ص ع$ (٦) $س ص + س ع$

٦ ـ إذا كان : $س + ص = -\frac{٢}{٥}$ ، $ص + ع = ٠.٣$

أوجد قيمة : $س + ٢ ص + ع$

٧ ـ أكمل بنفس التسلسل :

(١) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{١٥}{١٦}$ ، ٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠

(٢) ٦ ، $٥\frac{١}{٤}$ ، $٤\frac{١}{٢}$ ، ٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠ ، $\frac{٣}{٤}$

٨ ـ إذا كان : $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = -١\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة : $(س - ص)^{٣}$

٩ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

$(١\frac{١}{٢} - ٥١\frac{١}{٢}) + (٢\frac{١}{٢} - ٥٢\frac{١}{٢}) + ٠٠٠٠ + (٤٩\frac{١}{٢} - ٩٩\frac{١}{٢}) + (٥٠\frac{١}{٢} - ١٠٠\frac{١}{٢})$

١٠ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

$\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥} \times ٠٠٠٠ \times \frac{٩٩}{١٠٠}$

ما ناتج حاصل الضرب إذا كان آخر عدد نسبى هو $\frac{ن - ١}{ن}$ ؟

أحمد الشنتورى
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

الحساب العقلى :

** إستخدام الحقائق الآتية يجعل العمليات الحسابية أسهل :

$\frac{١}{٢} = ٠.٥ = ٥٠\٪$	$\frac{١}{٥} = ٠.٢ = ٢٠\٪$	$\frac{١٠}{٢} = ٥$	$\frac{١٠}{٥} = ٢$
$\frac{١}{٤} = ٠.٢٥ = ٢٥\٪$	$\frac{١}{٢٥} = ٠.٠٤ = ٤\٪$	$\frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$	$\frac{١٠٠}{٢٥} = ٤$
$\frac{١}{٨} = ٠.١٢٥ = ١٢.٥\٪$	$\frac{١}{١٠} = ٠.١ = ١٠\٪$	$\frac{١}{٥٠} = ٠.٠٢ = ٢\٪$	$\frac{٣}{٤} = ٠.٧٥ = ٧٥\٪$
$\frac{١٠٠٠}{٨} = ١٢٥$	$\frac{١}{٣} = ٠.٣ = ٠.٣٣$	$\frac{٢}{٣} = ٠.٦٧ = ٠.٦٧$	٠٠٠٠

فمثلاً :

(١) $٠.٤٩٦ \times ١٢٥ = \frac{٤٩٦}{١٠٠٠} \times \frac{١٠٠٠}{١٢٥} = ٦٢$

(٢) $٠.١٢٥ \times ٣٢٠ = \frac{١}{٨} \times ٣٢٠ = ٤٠$

(٣) $٣١٢ \div ٥ = \frac{١٠}{٢} \div ٣١٢ = \frac{٦٢٤}{١٠} = ٦٢.٤$

(٤) $٠.٣٣ \div ٠.٦٧ = \frac{٢}{٣} \div \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٢}$

(٥) $٢٤ \times ١٢١ = ١٢٠ \times ٢٥ = ٣٠ \times ٤ \times ٢٥ = ٣٠ \times ١٠٠ = ٣٠٠٠$

** إذا كان س ، ص عددين نسبيين ، س < ص ، و المطلوب تحديد قيمة العدد النسبى ل الذى يقع فى مسافة ما من س إلى ص نتبع الجدول الآتى :

إذا كان ل يقع فى	القانون المتبع
نصف المسافة بين س ، ص	ل = $\frac{١}{٢}$ (س + ص)
ربع المسافة من س إلى ص	ل = س + $\frac{١}{٤}$ (ص – س)
ثلث المسافة من س إلى ص	ل = س + $\frac{١}{٣}$ (ص – س)
خمس المسافة من س إلى ص	ل = س + $\frac{١}{٥}$ (ص – س)
و هكـــــــــــذا	

فمثلاً : لإيجاد العدد النسبى الذى يقع فى ثلث المسافة من العدد النسبى – $\frac{١}{٥}$ إلى العدد النسبى – $\frac{١}{٤}$

العدد الأصغر = – $\frac{١}{٤}$ لماذا ؟؟

العدد المطلوب = – $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٣}$ [(– $\frac{١}{٥}$) – (– $\frac{١}{٤}$)] = – $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٣}$ × $\frac{١}{٢٠}$ = – $\frac{١٤}{٦٠}$

تمارين

١ – أستخدم الحساب العقلى فى إيجاد قيمة كل مما يأتى :

(١) ٠.٥٥ × ٤٤ (٢) ٠.١٤٥ × ٦٤

(٣) ٠.٠٠٩ × ٢٥٦ (٤) ٤٩٢٠ × ١٢٥

(٥) ٥٢٥ ÷ ٢٥ (٦) ٣١٢٨ × ٥

(٧) ٧٣٢٥ ÷ ٥ (٨) ١١٢ ÷ ١٢٥

(٩) ١ $\frac{١}{٥}$ ÷ ٠.٣ (١٠) ٢ $\frac{٥}{٦}$ ÷ ٤

(١١) ٧ × ٩٩ (١٢) ٢٤ × ١٠٣

(١٣) ١٢٦ × ٧.٩ (١٤) ٠.٤٩ ÷ ٠.٧٦

(١٥) ٠.٣٣ × ٣.٠٣ (١٦) ٠.٢٥١ × ٢٠١

٢ – أكمل مستخدماً الحساب العقلى :

(١) ١٥ $\frac{١}{٢}$ + (– ١٣ $\frac{٣}{٤}$) = ٠٠٠٠ + [١٣ $\frac{٣}{٤}$ + (– ١٣ $\frac{٣}{٤}$)]

(٢) ١٤ $\frac{١}{٢}$ + (– ١١ $\frac{١}{٢}$) = ٠٠٠٠ + [١١ $\frac{١}{٢}$ + (– ١١ $\frac{١}{٢}$)]

(٣) $\frac{٣}{٣٣}$ + (– $\frac{١٧}{٣٣}$) = [$\frac{٣}{٣٣}$ + (– $\frac{٣}{٣٣}$)] + ٠٠٠٠

(٤) (– ١٠ $\frac{١}{٥}$) + ٧ $\frac{٣}{٥}$ = ٠٠٠٠ + [(– ٧ $\frac{٣}{٥}$) + ٧ $\frac{٣}{٥}$]

٣ – أوجد عدداً نسبياً يقع :

(١) فى متصف المسافة بين $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$

(٢) فى ربع المسافة من – $\frac{٣}{٧}$ إلى $\frac{٥}{٧}$

(٣) فى ثلث المسافة من – $\frac{٤}{٥}$ إلى – $\frac{٣}{٥}$

(٤) فى خمس المسافة من – $\frac{٢}{٣}$ إلى – $\frac{٣}{٥}$

(٥) فى ثمن المسافة من – ١ $\frac{١}{٢}$ إلى صفر

(٦) فى عشر المسافة من $\frac{٢}{٣}$ إلى $\frac{٥}{٦}$

الحدود والمقادير الجبرية

الحد الجبرى :

الحد الجبر هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

فمثلاً :

** الحد الجبرى : ٣ س = ٣ × س

مكون من : ٣ عامل عددى " معامل " ، س عامل جبرى " رمز "

** الحد الجبرى : ـ س ص = ـ ١ × س × ص

مكون من : ـ ١ عامل عددى ، عاملين جبريين هما س ، ص

** الحد الجبرى : ٧ س^{٢} = ٧ × س × س

مكون من : ٧ عامل عددى ، عاملين جبريين هما س ، س

درجة الحد الجبرى :

هى مجموع أسس العوامل الجبرية " الرمزية " الداخلة فى تكوين هذا الحد

فمثلاً :

** الحد الجبرى : ٣ س من الدرجة الأولى لأن أس الرمز س يساوى ١

** الحد الجبرى : ـ س ص من الدرجة الثانية لأن مجموع أسى الرمزين س ، ص يساوى ٢

ملاحظة :

أى عدد يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر و يتكون من عامل عددى واحد فقط هو نفس العدد

فمثلاً :

** العدد ٩ يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر و يتكون من عامل عددى واحد فقط هو ٩

تدريب :

أكمل الجدول الآتى :

الحد الجبرى	معامل الحد الجبرى	درجة الحد الجبرى	عوامل الحد الجبرى	عدد عوامل الحد الجبرى
ـ ٤ س^{٢} ص	ـ ٤	٣	ـ ٤ ، س ، س، ص	٤
٥ س				
س ص				
٧				
ـ س				
ـ ٥				
٣ س^{٢} ص^{٣}				

المقدار الجبرى :

هو ما تكون من حد جبرى أو أكثر

فمثلاً :

** ٦ س + ٤ ص مقدار جبرى يتكون من حدين " ذو حدين "

هما : ٦ س ، ٤ ص

** ٣ س^{٣} ـ ٥ ص + ١ مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود " مقدار ثلاثى "

هم : ٣ س^{٣} ، ـ ٥ ص ، ١

ملاحظة :

الحد الجبرى الذى لا يحتوى على أى رمز " عامل جبرى " يسمى الحد المطلق

فمثلاً :

فى المقدار الجبرى : س^{٢} ـ ١ الحد : ـ ١ يسمى حد مطلق

درجة المقدار الجبرى :

هى أعلى درجة للحدود الجبرية المكونة له

فمثلاً :

** المقدار الجبرى : ٥ س – ٣ من الدرجة الأولى

لأن : ٥ س هو الحد الأعلى درجة و درجته تساوى ١

** المقدار الجبرى : ٣ $س^{٢}$ – ٤ س + ١ من الدرجة الثانية

لأن : ٣ $س^{٢}$ هو الحد الأعلى درجة و درجته تساوى ٢

تدريب :

أكمل الجدول الآتى :

المقدار الجبرى	عدد حدود المقدار الجبرى	إسم المقدار الجبرى	درجة المقدار الجبرى
– ٤ $س^{٢}$ ص	١	مقدار ذو حد واحد	٣
٥ $س^{٢}$ + ص			
$س^{٣}$ – س + ٣			
٧ $أ^{٢}$ ب + ٣ أ ب – ٥ $أ^{٢}$ $ب^{٢}$			
$س^{٢}$ $ص^{٣}$ – ٣ س ص ^{٤}			
$ص^{٤}$ – ٥ س ص ^{٣} – ٤ $س^{٢}$ ص + ٣			

الحدود الجبرية المتشابهة :

تتشابه الحدود الجبرية إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لعواملها وتساوت فيها أسس هذه الرموز

فمثلاً :

** الحدود الجبرية : ٧ س ، – ٣ س ، ٤ س هى حدود جبرية متشابهة من الدرجة الأولى

** الحدود الجبرية : ٢ س $ص^{٢}$ ، – ٤ س $ص^{٢}$ ، س $ص^{٢}$ هى حدود جبرية متشابهة من الدرجة الثالثة

** الحدود الجبرية : ٣ س ، – ٤ $س^{٢}$ ، $س^{٣}$ هى حدود جبرية غير متشابهة لإختلاف الأسس

** الحدود الجبرية : ٣ س ، – ٤ $س^{٢}$ ص ، $ع^{٣}$ هى حدود جبرية غير متشابهة لإختلاف الرموز

العمليات على الحدود الجبرية

جمع و طرح الحدود الجبرية المتشابهة :

عند جمع و طرح الحدود الجبرية المتشابهة نجمع أو نطرح معاملات الحدود الجبرية أما العوامل الجبرية " الرموز " فتظل كما هى

فمثلاً :

** ٥ س + ٣ س = (٥ + ٣) س = ٨ س

** س – ٤ $س^{٢}$ = (١ – ٤) $س^{٢}$ = – ٣ $س^{٢}$

ملاحظة : عند طرح الحدود الجبرية توضع عملية الطرح كالآتى :

باقى الطرح = المطروح منه – المطروح " إذا كان س ، ص حدان جبريان " فإن :

التعبيرات اللفظية التالية تدل على التعبير الرياضى " س – ص "

** إطرح : ص من س

** ما زيادة : س عن ص " س يزيد عن ص "

** ما نقص : ص عن س " ص ينقص عن س "

** ما الحد الذى يجب إضافته إلى ص ليكون الناتج س

فمثلاً :

٤ س تنقص عن ٧ س تعنى : ٧ س ـ ٤ س = ٣ س

تدريب (١) : أوجد ناتج :

١) ٥ س + ٤ س

٢) ٨ س ـ ٣ س

٣) ـ ٦ س ص + ٥ س ص

٤) ـ ٦ م^{٢} ـ ٧ م^{٢}

تدريب (٢) :

١) إطرح ٣ م من ٧ م

٢) ما زيادة ٣ س عن ٩ س

٣) ما نقص ـ ٦ م^{٢} عن صفر

٤) ما الحد الذى يجب إضافته إلى الحد ٤ س ص ليكون الناتج ٨ س ص

إختصار المقدار الجبرى :

إختصار المقدار الجبرى يعنى وضعه فى أبسط صورة أى أن تكون جميع الحدود الجبرية المكونة له غير متشابهة و يتم ذلك بجمع الحدود الجبرية المتشابهة

فمثلاً :

أختصر لأبسط صورة : ٦ س + ٨ ص ـ ٤ س + ص

المقدار = (٦ س ـ ٤ س) + (٨ ص + ص) = ٢ س + ٩ ص

تدريب : أختصر لأبسط صورة :

١) ٣ م + ٤ ب ـ ٧ م ـ ٥ ب

٢) ٥ س ـ س^{٢} + ٤ س + ٣ س^{٢} ـ ٧ س

٣) ٤ س^{٢} ص + ٨ س ص^{٢} ـ ٧ س^{٢} ص + س ص^{٢}

** تستخدم الأشكال الهندسية للتعبير عن المقادير الجبرية

فمثلاً :

المقدار الجبرى الذى يعبر عن مجموع مساحات المستطيلات بالشكل المقابل = ٣ س^{٢} + ٩ س + ٢ س + ٦

= ٣ س^{٢} + ١١ س + ٦

٣ س^{٢}	٢ س
٩ س	٦

تدريب :

أكتب كلاً من المقادير الجبرية التى تعبر عن مجموع المساحات لكل شكل :

٤ س^{٢}	س
٧ س	٥

٣ س^{٢}	٤ س
٥ س^{٢}	٣

٥ س^{٢}	٢ س
١٤ س	٧

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) درجة الحد الجبرى : ٣ س^{٢} ص هى ٠٠٠٠ و معامله هو ٠٠٠٠٠

(٢) درجة الحد الجبرى : ـ ٧ أ ب حـ هى ٠٠٠٠ و معامله هو ٠٠٠٠٠

(٣) عدد عوامل الحد الجبرى : ٥ س^{٣} ص ع يساوى ٠٠٠٠

(٤) درجة المقدار الجبرى : ٤ س + ٣ س^{٣} هى ٠٠٠٠

(٥) درجة المقدار الجبرى : س^{٢} ص^{٢} ـ ٩ س^{٣} هى ٠٠٠٠

(٦) إذا كانت درجة الحد الجبرى : س^{٢} هى درجة الحد الجبرى ٣ س^{٢} ص^{٤} فإن م = ٠٠٠٠

(٧) إذا كانت درجة الحد الجبرى : ٤ س^{ن} ص^{٢} هى الدرجة الخامسة فإن : ن = ٠٠٠٠

(٨) إذا كان المقدار الجبرى : س^{٤} + ٣ س$^{ن+١}$ ـ س^{٢} + ٥ س ـ ١ مرتباً حسب أسس " قوى " التنازلية حيث ن ∈ ص فإن : ن = ٠٠٠٠

(٩) إذا كان الحدان الجبريان : ٤ س^{ن} ص$^{م+٢}$ ، ٦ س ص^{٣} متشابهين فإن :

ن = ٠٠٠٠ ، م = ٠٠٠٠

٢ ـ رتب المقادير الآتية مرة تصاعدياً و أخرى تنازلياً حسب أسس " قوى " س :

(١) ٣ س ـ ٥ س^{٢} + ١

(٢) ٢ س^{٢} ص^{٣} + ٣ ص^{٢} ـ ٦ س ص ـ س^{٣}

٣ ـ أختصر لأبسط صورة :

(١) ٥ س ـ ٣ س^{٢} + ٤ ـ ٧ س^{٢} ـ ٦ س ـ ١

(٢) ٢ أ ب ـ ٣ أ^{٢} + ٤ ب^{٢} ـ أ^{٢} ـ ٢ ب^{٢} ـ ٥ أ ب ـ ٦

٤ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

(١) طرح ٥ س من ٣ س

(٢) زيادة ـ ٤ ص عن ص

(٣) نقص ٣ أ^{٢} عن ـ أ^{٢}

٥ ـ أكتب كلاً من المقادير الجبرية التى تعبر عن مجموع المساحات لكل شكل :

٢ س^{٢}	س ص
٦ س	٩ س^{٢}

٥ س^{٢}	٢ س
١٥ س	٦

٥ س^{٢}	س
٤ س	٨

ضرب الحدود الجبرية :

نعلم أن : س × س = س^{٢} ، س × س × س = س^{٢} × س = س^{٣}

" عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس "

** عند ضرب الحدود الجبرية :

نضرب المعاملات مع ملاحظة قاعدة ضرب الإشارات

ثم نضرب الرموز مع ملاحظة جمع أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة

فمثلاً :

٥ س × ٣ ص = (٥ × ٣) × (س × ص) = ١٥ س ص

، ٤ س × ـ ٢ س = (٤ × ـ ٢) × (س × س) = ـ ٨ س^{٢}

، ٣ س^{٢} × س × ٦ س = ١٨ س^{٤} " مباشرة دون الإستعانة بالأقواس "

تدريب : أوجد ناتج ما يأتى :

(١) ٧ س × ـ ٤ س^{٢}

(٢) $\frac{٣}{٤}$ س ص × ـ ٨ س^{٥} ص^{٣}

قسمة الحدود الجبرية :

نعلم أن : س^{٥} ÷ س^{٢} = س^{٣} " عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس "

** عند قسمة الحدود الجبرية :

نقسم المعاملات مع ملاحظة قاعدة قسمة الإشارات

ثم نقسم الرموز مع ملاحظة طرح أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة

" أس المقسوم عليه من أس المقسوم "

فمثلاً :

١٢ م^{٧} ÷ ٤ م^{٤} = ٤ س^{٣} ، $\frac{-١٥ س}{٣ س}$ = ـ ٥ س^{٣}

تدريب : أوجد ناتج ما يأتى :

(١) ٢١ س^{٦} ص^{٤} ÷ ـ ٣ س^{٢} ص

(٢) ٣٦ س^{٥} ÷ ٩ س^{٥}

ملاحظات :

** خارج قسمة عاملين متساويين فى الأساس و الأس يساوى ١

فمثلاً : ٥ س ÷ ٥ س = ١

، ٥ س ص ÷ ٥ س = ص

** قسمة أى حد جبرى على الصفر ليس لها معنى

لذا نعتبر العوامل الرمزية فى جميع المسائل لا تساوى الصفر

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) ٢ س × ٥ س = ٠٠٠٠

(٢) ٣ م^{٤} ب × ٥ م^{٣} ب^{٢} × ٢ م^{٢} = ٠٠٠٠

(٣) (٣ س × س) + ٤ س^{٢} = ٠٠٠٠

(٤) ـ ٦ س^{٣} ص ÷ ـ ٢ س ص = ٠٠٠٠

(٥) (س^{٥} ÷ س^{٢}) ـ ٣ س^{٣} = ٠٠٠٠

(٦) ٨١ ص^{٤} ÷ ٠٠٠٠ = ٢٧ ص

(٧) ٠٠٠٠ × ٤ ص^{٣} ل = ٣٦ ص^{٦} ل^{٣}

٢ ـ أوجد ناتج ما يأتى :

(١) ـ ٥ س^{٢} × ١

(٢) ٢ س^{٢} ص^{٣} × ٣ ص^{٢} × ـ ٦ س ص

(٣) ٣ س × س × ٤ س^{٢}

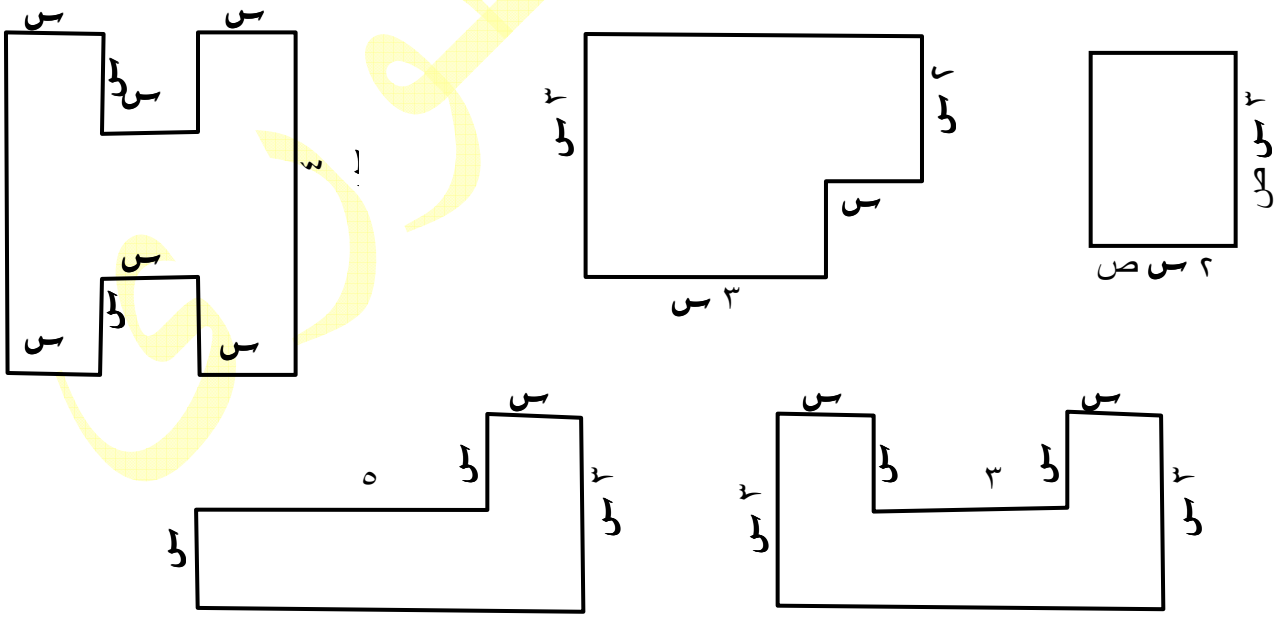
(٤) ٢ م ب × ـ ٣ م^{٢} × ٤ ب^{٢}

(٥) (ـ ٥٢ س^{٣}) ÷ (ـ ١٣ س^{٢})

(٦) ٨١ ص^{٤} س^{٣} ÷ ٢٧ ص س^{٣}

(٧) $\frac{٤}{٧}$ س^{٧} ص^{٤} ÷ $\frac{٢١}{٢}$ س^{٤} ص^{٣}

٣ ـ أحسب محيط ومساحات كل شكل من الأشكال الآتية :



العمليات على المقادير الجبرية

جمع و طرح المقادير الجبرية المتشابهة :

جمع و طرح المقادير الجبرية مثل جمع و طرح الحدود الجبرية يتم بجمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فى المقادير الجبرية كل على حدة

** توجد طريقتين لجمع أو طرح المقادير الجبرية كما يتضح من الأمثلة الآتية :

(١) الطريقة الأفقية :

فى الجمع :

ناتج الجمع = المقدار الأول + المقدار الثانى " وتمم كما فى إختصار المقدار الجبرى"

فمثلاً : أجمع المقادير الآتية :

٣ س ـ ٥ ص + ١ ، ٧ ص ـ س ـ ٤

الحل

ناتج الجمع = ٣ س ـ ٥ ص + ١ + ٧ ص ـ س ـ ٤

= (٣ س ـ س) + (ـ ٥ ص + ٧ ص) + (١ ـ ٤) = ٢ س + ٢ ص ـ ٣

المعكوس الجمعى للمقدار الجبرى :

هو مقدار جبرى آخر حدوده هى المعكوسات الجمعية لحدود المقدار الجبرى الأصلى و يكون مجموع المقدار الجبرى الأصلى و معكوسه الجمعى يساوى صفر

فمثلاً :

المقدار الجبرى : ٣ س ـ ٥ ص + ١ معكوسه الجمعى هو : ـ ٣ س + ٥ ص ـ ١

، ناتج الجمع = (٣ س ـ ٥ ص + ١) + (ـ ٣ س + ٥ ص ـ ١) = صفر

فى الطرح : نجمع المطروح منه مع المعكوس الجمعى للمطروح و يكون :

باقى الطرح = (المطروح منه) ـ (المطروح)

يجب كتابة المقدارين بين قوسين و بعد فك الأقواس نختصر الحدود المتشابهة

فمثلاً : إطرح :

٣ س ـ ٥ ص + ١ من ٧ ص ـ س ـ ٤

الحل

ناتج الطرح = (٧ ص ـ س ـ ٤) ـ (٣ س ـ ٥ ص + ١)

= ٧ ص ـ س ـ ٤ ـ ٣ س + ٥ ص ـ ١ = ١٢ ص ـ ٤ س ـ ٥

(١) الطريقة الأفقية :

فى الجمع : نرتب المقدارين رأسياً بحيث تقع الحدود المتشابهة تحت بعضها

فمثلاً : أجمع المقادير الآتية :

٣ س ـ ٥ ص + ١ ، ٧ ص ـ س ـ ٤

الحل

المقدار الأول : ٣ س ـ ٥ ص + ١

المقدار الثانى : ـ س + ٧ ص ـ ٤

ناتج الجمع = ٢ س + ٢ ص ـ ٣

فى الطرح :

نرتب حدود المطروح أسفل حدود المطروح منه

ثم نجمع المطروح منه مع المعكوس الجمعى للمطروح

فمثلاً : إطرح :

٣ س – ٥ ص + ١ من ٧ ص – س – ٤

الحل

المطروح منه : ٧ ص – س – ٤

المطروح : – ٥ ص + ٣ س + ١

باقى الطرح = ١٢ ص – ٤ س – ٥

ملاحظة :

يمكن بإستخدام إحدى الطريقتين ما لم يطلب فى المسألة طريقة بعينها

تدريبات :

(١) أجمع المقادير الآتية :

٣ س^{٣} – ٤ س^{٢} + ٦ س – ١ ، ٥ س^{٢} – ٢ س^{٣} + ٣ ، ٢ – ٣ س + س^{٢}

الحل

٣ س^{٣} – ٤ س^{٢} + ٦ س – ١

– ٢ س^{٣} + ٥ س^{٢} + ٣

+ س^{٢} – ٣ س + ٢

س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٣ س + ٤

(٢) ما المقدار الذى يجب إضافته إلى ٨ – ٣ م^{٢} + ٢م^{٣} ليكون الناتج ٥ + ٤ م^{٣} – ٧ س

الحل

ناتج الطرح = (٤ م^{٣} – ٧ س + ٥) – (٢م^{٣} – ٣ م^{٢} + ٨)

= ٤ م^{٣} – ٧ م + ٥ – ٢م^{٣} + ٣ س^{٢} – ٨

= ٢م^{٣} + ٣ م^{٢} – ٧ م – ٣

تمارين

١ ـ أوجد مجموع كل من :

(١) ٣ س + ٣ ص ـ ع ، ٣ س + ٣ ع ـ ٢ ص ، س + ٢ ص + ع

(٢) ٣ س ـ ٤ س^{٢} + ٢ ، س^{٢} + س ـ ٥ ، ٣ + ٣ س^{٢} ـ ٤ س

(٣) ٢ س^{٢} ـ ٣ س ص + ص^{٢} ، س ص ـ ٢ ص^{٢} + س^{٢} ، ٣ س ص ـ ٢ س^{٢}

(٤)
٣ س ـ ٤ ص + ٢
ـ ٣ س + ٧ ص + ٣

(٥)
٣ أ ـ ٤ ب + ٦ حـ
ـ ٥ أ + ٦ ب + ٢ حـ

٢ ـ إطرح :

(١) س ـ ٣ من ٢ س ـ ٣

(٢) ٢ س + ٧ ص ـ ٦ من ٢ س ـ ٥ ص + ٢

(٣) ٣ أ ب^{٢} ـ ٤ أ^{٢} ب ـ ب^{٢} من أ^{٢} ـ ٢ أ^{٢} ب + ٢ ب^{٢}

٣ ـ ما زيادة :

(١) ٣ أ + ٧ ب عن ٣ أ ـ ٢ ب

(٢) ٩ س^{٢} + ٦ س + ٨ عن ٨ س^{٢} + ٣ س ـ ٧

(٣) ٥ س^{٢} ـ ٣ س ص + ص^{٢} عن ٣ س^{٢} ـ س ص ـ ٢ ص^{٢}

٤ ـ ما المقدار الذى يجب إضافته إلى : ٢ س ـ ٣ س^{٢} + ٥ ليكون الناتج : ٦ + س^{٢} ـ س

٥ ـ ما المقدار اللازم طرحه من : ٣ س ـ ٤ ص + ع من ع ـ ٤ س + ص

٦ ـ ما المقدار اللازم إضافته إلى : ٣ أ^{٢} ـ ٥ س ب ـ ب^{٢} ليكون الناتج صفراً

٧ ـ ما نقص : ٥ س+ ٥ ص ـ ع عن مجموع : ٧ س ـ ٦ ص ـ ع ، ص ـ ٣ س ـ ٥ ع

٨ ـ أطرح : ٢ ب + ٥أ من ٦ أ + ٧ ب ـ ٢ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما :

أ = ٢ ، ب = ١

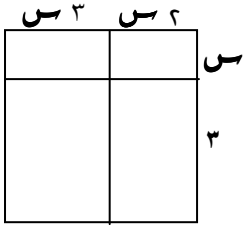
٩ ـ أجمع : ٢ ل ـ ٢ م + ٧ ﻫ ، ٥ م ـ ٤ ل ـ ٢ ﻫ ، ٢ ل ـ ٣ ﻫ ـ م

ثم أطرح الناتج من : ٢ ل ـ ٤ م + ٥ ﻫ

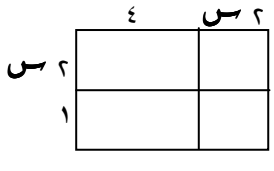
١٠ ـ أضف : ٣ س^{٢} + ٢ س ص ـ ٥ إلى ـ ٢ س^{٢} ـ ٣ س ص + س

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = ـ ١ ، ص = ٢

١١ ـ أحسب المجموع و الفرق بين مساحتى الشكل الأول و الثانى :



الشكل الأول



الشكل الثانى

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى :

عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى كل حد من حدود المقدار الجبرى " بإستخدام خاصية التوزيع "

فمثلاً :

$$٣ س (٤ س + ٥ ص) = (٣ س \times ٤ س) + (٣ س \times ٥ ص)$$
$$= ١٢ س^{٢} + ١٥ س ص$$

حل آخر : بالطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} ٤ س + ٥ ص \\ \times \quad ٣ س \\ \hline \end{array}$$

حاصل الضرب $= ١٢ س^{٢} + ١٥ س ص$

تدريب : أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

(١) $ب (- ٢ أ^{٢} + أ ب)$

(٢)
$$\begin{array}{r} ٢ س - ٣ س^{٢} \\ \times \quad ٣ س \\ \hline \end{array}$$

ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار آخر :

(١) مربع مقدار ذى حدين :

أولاً : إيجاد مربع مقدار مكون من مجموع حدين :

مربع مقدار مكون من مجموع حدين = مربع الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

فمثلاً :

$$(٣ س + ٥)^{٢} = (٣ س)^{٢} + ٢ \times ٣ س \times ٥ + (٥)^{٢} = ٩ س^{٢} + ٣٠ س + ٢٥$$

ثانياً : إيجاد مربع مقدار مكون من فرق بين حدين :

مربع مقدار مكون من فرق بين حدين = مربع الأول – ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

فمثلاً :

$$(٣ س - ٥)^{٢} = (٣ س)^{٢} - ٢ \times ٣ س \times ٥ + (٥)^{٢} = ٩ س^{٢} - ٣٠ س + ٢٥$$

تدريب : أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) $(س + ٤)^{٢} = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠$

(٢) $(س - ٠٠٠٠)^{٢} = ٠٠٠٠ - ٠٠٠٠ + ٣٦$

(٣) $(٢ م + ٧ ن)^{٢} = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠$

(٤) $(٠٠٠٠ - ٢ ص)^{٢} = ٩ س^{٢} - ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠$

(٢) ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما :

مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الحد الأول – مربع الحد الثانى

فمثلاً :

(س + ٣) (س – ٣) = س^{٢} – ٩

تدريب : أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) (س + ٤) (س – ٤) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٢) (٥ س – ٠٠٠٠) (٥ س + ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠ – ٦٤ ص^{٢}

(٣) (٠٠٠٠ + ٠٠٠٠) (٠٠٠٠ – ٠٠٠٠) = ٤٩ – ص^{٢}

(٣) ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكون من حدين :

١ – إذا كان حدى المقدار الأول يختلفان عن حدى المقدار الثانى :

نضرب كل من حدى المقدار الأول فى المقدار الثانى ليكون الناتج مقدار مكون من أربعة حدود

فمثلاً :

أولاً : الطريقة الأفقية :

(س + ص) (أ – ب) = س (أ – ب) + ص (أ – ب)

= س أ – س ب + ص أ – ص ب

ثانياً : الطريقة الرأسية :

	أ – ب
	س + ص
نضرب فى س فى (أ – ب) فينتج :	س أ – س ب
نضرب فى ص فى (أ – ب) فينتج :	+ ص أ – ص ب
بالجمع ينتج حاصل الضرب	س أ – س ب + ص أ – ص ب

ملاحظة : يمكن بإستخدام إحدى الطريقتين ما لم يطلب فى المسألة طريقة بعينها

٢ – إذا كان حدى المقدار الأول يشابهان حدى المقدار الثانى :

نضرب كل من حدى المقدار الأول فى المقدار الثانى ثم نجمع الحدود المتشابهة ليكون الناتج مكون من ثلاثة حدود

(١) إذا كان معامل الحد الأول فى كل من المقدارين = ١

فمثلاً :

أولاً : الطريقة الأفقية :

(س + ٣) (س – ٢) = س (س – ٢) + ٣ (س – ٢)

= س^{٢} – ٢ س + ٣ س – ٦ = س^{٢} + س – ٦

حدان متشابهان

ثانياً : الطريقة الرأسية :

	س – ٢
	س + ٣
نضرب فى س فى (س – ٢) فينتج :	س^{٢} – ٢ س
نضرب فى س فى (س – ٢) فينتج :	+ ٣ س – ٦
بالجمع ينتج حاصل الضرب	س^{٢} + س – ٦

لاحظ : نضع + ٣ س أسفل – ٢ س لأنهما حدان متشابهان

ملاحظة : يمكن إستخدام إحدى الطريقتين ما لم يطلب فى المسألة طريقة بعينها

(٢) إذا كان معامل الحد الأول فى أحد المقدارين أو كلاهما ≠ ١

فمثلاً : أولاً : الطريقة الأفقية :

(٢ س + ٣) (٥ س – ١) = ٢ س (٥ س – ١) + ٣ (٥ س – ١)

= ١٠س^{٢} – ٢ س + ١٥ س – ١ = ١٠س^{٢} + ١٣ س – ١

حدان متشابهان

ثانياً : الطريقة الرأسية :

٥ س – ١

٢ س + ٣

نضرب فى س فى (٥ س – ١) فينتج : ١٠س^{٢} – ٢ س

نضرب فى ٣ فى (٥ س – ١) فينتج : + ١٥ س – ١

بالجمع ينتج حاصل الضرب ١٠س^{٢} + ١٣س – ١

لاحظ : نضع + ١٥ س أسفل – ٢ س لأنهما حدان متشابهان

ملاحظة : يمكن بإستخدام إحدى الطريقتين ما لم يطلب فى المسألة طريقة بعينها

تدريب : أكمل الحد الناقص فى ما يأتى :

(١) (س + ٤) (س – ١) = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٢) (٩ – ٢ ب) (٥ ٩ + ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ – ٦ ب^{٢}

(٣) (٤ س + ١) (٠٠٠٠ + ٣) = ٤ س^{٢} + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

(٤) (س – ٦) (س – ٢) = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٥) (٣ س – ٢ ص) (٧ س + ٠٠٠٠) = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ – ١٠ ص^{٢}

(٦) (٢س – ٥) (٠٠٠٠ – ١) = ٨ س^{٢} – ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

(٤) الضرب بمجرد النظر :

يمكن إيجاد عمليات ضرب مقدار ذى حدين فى آخر ذى حدين متشابهين بمجرد النظر

** مربع مقدار مكون من مجموع حدين

مربع مقدار مكون من مجموع حدين = مربع الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

** مربع مقدار مكون من فرق بين حدين

مربع مقدار مكون من فرق بين حدين = مربع الأول – ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

** ضرب مقدار مكون من حدين فى آخر مكون من حدين و معامل الحد الأول فى كل منهما = ١

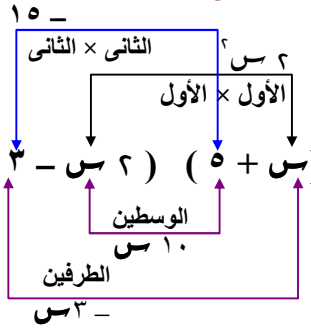
أو ضرب مقدار مكون من حدين فى آخر مكون من حدين و معامل الحد الأول فى أحدهما أو كلاهما ≠ ١

يكون حاصل الضرب = الحد الأول من المقدار الأول × الحد الأول من المقدار الثانى

+ (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين)

+ الحد الثانى من المقدار الأول × الحد الثانى من المقدار الثانى

لاحظ الشكل التالى :



لإيجاد : (س + ٥) (٢ س – ٣) = ٢ س^{٢} + ٧ س – ١٥

تدريب : أوجد بمجرد النظر :

(١) (٢ أ + ١) (٥ أ + ٣) = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

(٢) (٣ س + ٤) (٢ س – ١) = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٣) (٢ ص – ٥) (٣ ص + ٤) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠

(٥) ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى آخر مكون من أكثر من حدين :

نضرب كل من حدى المدار المكون من حدين فى كل حد من حدود المقدار الآخر
ثم نجمع الحدود المتشابهة " بالطريقة الأفقية أو الطريقة الرأسية " و يفضل الرأسية

فمثلاً :

أولاً : الطريقة الأفقية :

$(س - ٣)(س^{٢} + ٤ س - ٧) = س(س^{٢} + ٤ س - ٧) - ٣(س^{٢} + ٤ س - ٧)$

$= س^{٣} + ٤ س^{٢} - ٧ س - ٣ س^{٢} - ١٢ س + ٢١$

$= س^{٣} + س^{٢} - ١٩ س + ٢١$

ثانياً : الطريقة الرأسية :

$س^{٢} + ٤ س - ٧$

$س - ٣$

$س^{٣} + ٤ س^{٢} - ٧ س$

$- ٣ س^{٢} - ١٢ س + ٢١$

$س^{٣} + س^{٢} - ١٩ س + ٢١$

تدريب (١) :

أوجد ناتج : (س + ٣) (س^{٢} – ٥ س + ٢)

الحل

$س^{٢} - ٥ س + ٢$

$س + ٣$

تدريب (٢) :

أوجد المقدار الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى الشكل المقابل :

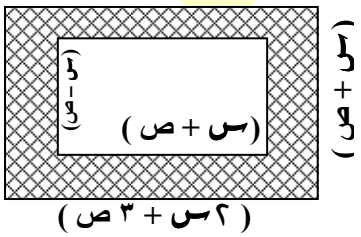
الحل

مساحة الجزء المظلل = (٢ س + ٣ ص)(س + ص)

– (س + ص) (س – ص)

=

=



تدريب (٣) :

أستخدم الحساب العقلى فى إيجاد قيمة :

١ – $(٥٣)^{٢}$ ، ٢ – ١٠٣ × ٩٧

الحل

١ – $(٥٣)^{٢} = (٣ + ٥٠)^{٢}$

= + + =

٢ – ١٠٣ × ٩٧ = (+ ٣)(١٠٠ –) (

= – =

تمارين

١ – أكمل ما يأتى :

(١) الحد الأوسط فى مفكوك $(٣ س – ١)^{٢}$ هو ٠٠٠٠

(٢) إذا كان : $(٢ س + ص)^{٢} = ٤ س^{٢} +$ ل س ص + $ص^{٢}$ فإن : ل = ٠٠٠٠

(٣) إذا كان : (٢ س + ص)(س – ص) = ٢ $س^{٢}$ + ل س ص – $ص^{٢}$ فإن : ل = ٠٠٠٠

(٤) إذا كان : (س – ٣)(س + ٣) = $س^{٢}$ + ل فإن : ل = ٠٠٠٠

(٥) $(٢ س – ٠٠٠٠)^{٢}$ = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ + ١

(٦) $(٠٠٠٠ + ٤)^{٢}$ = $ص^{٢}$ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

(٧) $(٠٠٠٠ – ٣ ب)^{٢}$ = ٠٠٠٠ – ٢٤ أ ب + ٠٠٠٠

(٨) (٠٠٠٠ – ٥)(٠٠٠٠ + ٥) = $س^{٢}$ – ٠٠٠٠

(٩) (٠٠٠٠ + ٤)(س + ٠٠٠٠) = $س^{٢}$ + ٧ س + ٠٠٠٠

(١٠) (٣ س + ٠٠٠٠)(٠٠٠٠ – ٥) = ٦ $س^{٢}$ – ٠٠٠٠ – ٥

(١١) $(٣١)^{٢} = ($ ٠٠٠٠ $)^{٢}$ = ٩٠٠ + ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠

(١٢) (٢٠ + ١)(٢٠ – ١) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠

(١٣) ١٠١ × ٩٩ = (١٠٠ + ١)(٠٠٠٠) = ٠٠٠٠ – ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠

٢ – أوجد بمجرد النظر كل مما يأتى :

(١) $(٤ أ – ب)^{٢}$ (٢) $(٢ س + ٥ ص)^{٢}$

(٣) $(\frac{٢}{٥} س – \frac{٣}{٢} ص)^{٢}$ (٤) (أ + ٧) (أ + ٣)

(٥) (٣ س – ٥ ص) (٣ س + ٥ ص) (٦) (٤ أ + ٧) (٤ أ – ٧)

(٧) ($\frac{١}{٢}$ س – ١) (٢ س – ٣) (٨) ($س^{٢}$ – ٢ $ص^{٢}$) (٣ $س^{٢}$ – ٤ $ص^{٢}$)

(٩) ٢أ (٥أ + ٤ ب) (٥ أ – ٤ ب) (١٠) (س– ٢ص)(س + ٢ص)(س ^{٢} + ٤ $ص^{٢}$)

٣ ـ أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :

(١) (س + ٣)(س^{٢} + س + ١)　　(٢) (٣ س – ص)(س^{٢} + ٢ س ص – ص^{٢})

(٣) (٣ س + ٢ ص)^{٢}　　(٤) (س^{٢} – ص^{٢})(س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤})

(٥) (س + ٤)^{٢} (٣ س + ٢)　　(٦) (٤ أ + ٧) (٢أ^{٢} – ٣ أ + ١)

٤ ـ أستخدم الضرب بمجرد النظر و الحساب العقلى لتسهيل إيجاد ناتج :

(١) (١٠١)^{٢}　　(٢) (١٠ ½)^{٢}　　(٣) ٩٨ × ١٠٢

(٤) ١٩ × ٢١　　(٥) ٣٣ × ٢٧　　(٦) (٩٩.١)^{٢}

٥ ـ أختصر لأبسط صورة :

(١) (س + ٤)^{٢} – ٨ س

(٢) (س – ٣)^{٢} – (س^{٢} – ٩)

(٣) (س – ٥)^{٢} – (س – ٥)(س + ٥)

(٤) (٢ أ + ٣ ب)(٣ أ – ب) – ٢ (أ – ب)^{٢}

(٥) (٥ س – ٣ ص)^{٢} – (٥ س + ٣ ص)^{٢}

(٦) ٢ س^{٢} – (س + ٤) (٣ س – ٧) + ٢ (س – ٤)(س – ١) – ٣٦

٥ ـ أوجد حاصل ضرب : (٤ س + ص) (٣ س + ص) – (٢ س + ص)^{٢}

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = – ٢

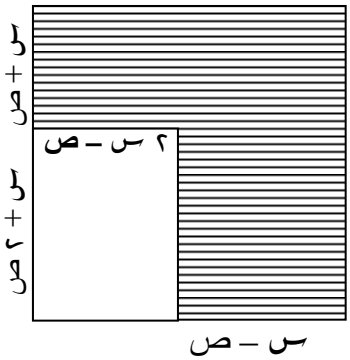
٦ ـ أوجد حاصل ضرب : ٤ س^{٢} – ٦ س ص + ٩ ص^{٢} فى ٢ س + ٣ ص

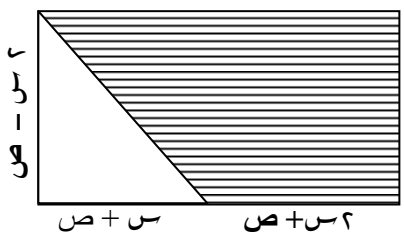
ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = – ١ ، ص = ١

٧ ـ إذا كان : (٢ – ص)^{٣} = ٨ – ١٢ ص + ٦ ص^{٢} – ص^{٣}

أوجد قيمة : (٢ – ص)^{٤}

٨ ـ أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط ومساحة كل جزء مظلل فى الأشكال الآتية :





قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

** عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد

فمثلاً :

خارج قسمة : $\frac{١٨ س^{٤} + ٩ س^{٢} - ٦ س}{٣ س} = \frac{١٨ س^{٤}}{٣ س} + \frac{٩ س^{٢}}{٣ س} - \frac{٦ س}{٣ س}$

$= ٦ س^{٣} + ٣ س - ٦$

تدريب (١) : أوجد خارج قسمة : $\frac{١٦ س^{٣} ص + ٨ س^{٢} ص^{٢} - ١٢ س ص^{٣}}{- ٤ س ص}$

الحل

خارج القسمة $= \frac{١٦ س^{٣} ص}{- ٤ س ص} + \frac{٨ س^{٢} ص^{٢}}{- ٤ س ص} - \frac{- ١٢ س}{- ٤ س ص}$

=

تدريب (٢) : فى الشكل المقابل :

ب	م	حـ

مستطيل مكون من ٣ مستطيلات هى : م مساحته = ١٥ س^٢

، ب مساحته = ١٢ س ص ، حـ مساحته = ٣ س ع

فإذا كان : عرضه = ٣ س أوجد : طوله

الحل

مساحة المستطيل = ١٥ س^٢ + ١٢ س ص + ٣ س ع

طول المستطيل = مساحة المستطيل ÷ =

=

تمارين

١ ـ أوجد خارج قسمة كل من :

(١) ٩ س + ١٥ ص على ـ ٣

(٢) ٣٠ س^٥ ص^٢ ـ ٦ س^٢ على ٣ س^٢ ص

(٣) س^٣ + ٣ س^٢ ـ ٢ س على ـ س

(٤) ٣ م^٢ ب ـ ٦ م ب^٢ + ١٢ م ب على ـ ٣ م ب

٢ ـ أقسم : ١٢ س^٣ ص^٢ ـ ٤ س^٢ ص^٣ على ٤ س^٢ ص^٢ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما :

س = ١ ، ص = ـ ١

٣ ـ أستخدم الحساب العقلى لإيجاد ناتج : ** (٩٧ × ١٢ ـ ٩٧ × ٨) ÷ (٩٧ × ٤)

** [(١٩)^٢ ـ ٢ × ١٩ + ١٩] ÷ ١٩

٤ ـ مثلث مساحته (١٢ س^٢ + ٩ س) ، طول قاعدته ٣ س أوجد إرتفاع المثلث المقابل لهذه القاعدة

٥ ـ مستطيل مساحته (٢٤ س^٣ + ١٩ س^٢ + ٤٢ س) ، و عرضه ٦ س أوجد طوله

التحليل بإخراج العامل المشترك

نعلم أن :

٧ × (٥ + ٤) = ٧ × ٥ + ٧ × ٤ " خاصية التوزيع "

كذلك العملية العكسية لخاصية التوزيع ممكنة أيضاً أى أن :

٧ × ٥ + ٧ × ٤ = ٧ × (٥ + ٤)

و تسمى : التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى " ع . م . أ "

لتحليل المقدار : ٥ س^{٢} ـ ١٥ س

نوجد العامل المشترك الأعلى " ع . م . أ " بين معاملات الحدود وهو : ٥

، العامل المشترك الأعلى " ع . م . أ " بين الرمز و نأخذه بأصغر أس لكل رمز وهو : س

فيكون : " ع . م . أ " للمقدار هو : ٥ س

ثم نضع " ع . م . أ " خارج قوسين ثم نقسم كل حد من حدود المقدار على " ع . م . أ "

و نكتب ناتج القسمة بين قوسين

∴ ٥ س^{٢} ـ ١٥ س = ٥ س (س ـ ٣)

تدريب :

حلل المقادير الآتية بإخراج ع . م . أ :

(١) ٨ س^{٢} + ٤ س

(٢) ١٤ س^{٢} ـ ٧ س^{٣}

تمارين

١ ـ حلل المقادير الآتية بإخراج ع . م . أ :

(١) ١٢ س^{٢} ص + ٨ س ص^{٢}

(٢) ٣٠ س^{٢} ـ ١٥ س + ٥

(٣) ١٨ س^{٤} ـ ١٢ س^{٣} + ٦ س^{٢} ـ ٨ س

(٤) س (أ ـ ب) + ص (أ ـ ب)

٢ ـ إستخدم التحليل لتسهيل إيجاد ناتج :

(١) ٤٨ × ٤٥ + ٤٨ × ٥٥ (٢) ٤٨ × ٦٥ ـ ٦٥ × ٣٤

(٣) ٣٥ × ١٤ + ٣٥ ـ ٥ × ٣٥ (٤) (٤٩)^{٢} + ٤٩ × ٥٠ + (٥٠)^{٢}

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) ٥ س + ١٠ ص = ٥ (..... + ...)

(٢) س^{٢} ص ـ س ص^{٢} = ... (س ـ ص)

(٣) ٣ س^{٢} + ١٥ س ص = ... (٣ س + ...)

(٤) إذا كان : س + ص = ٥ فإن : س (س + ص) + ص (س + ص) = ...

(٥) إذا كان : ٧ س ـ ٧ ص = ٣٥ فإن : س ـ ص = ...

الإحصـــــــاء
قراءة البيانات و تفسيرها

تعرض البيانات الإحصائية عن طريق :

١ – العرض الجدولى : وهو تصنيف البيانات فى صورة جداول تسهل إستخراج المعلومات و تحليلها

٢ – العرض البيانى : و هو تمثيل للعرض الجدولى حيث تستخدم الرسومات و الأشكال فى إظهار البيانات فى صورة توضح البيانات و تبرز توزيعها و تعطى فكرة عامة سريعة عن الظاهرة المراد دراستها

من طرق العرض البيانى :

أولاً : الأعمدة البيانية :

مثال : الجدول الآتى يوضح درجات الحرارة العظمى والصغرى فى بعض محافظات مصر فى أحد الأيام مثل هذه البيانـــــات بالأعمـــــــــــدة البيـــــانيـــــــــــة

المحافظة	القاهرة	الإسكندرية	بورسعيد	أسيوط	أسوان
درجة الحرارة العظمى	٣٥	٣٠	٣٢	٣٦	٤٠
درجة الحرارة الصغرى	٢٥	٢٠	٢٥	٢٥	٢٧

ثم أكمل : (١) أكبر درجة حرارة عظمى هى .... فى محافظة ....

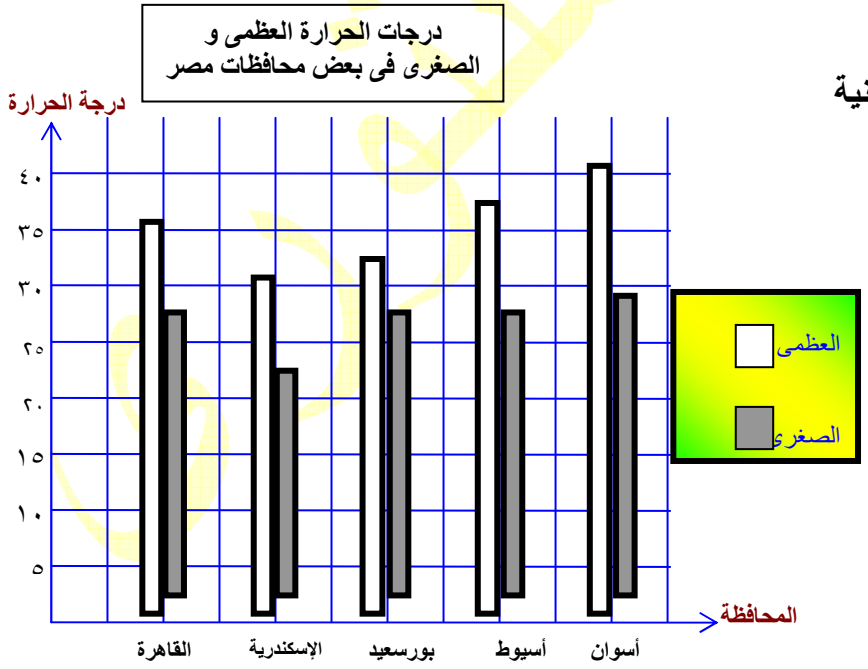
(٢) الفرق بين درجة الحرارة العظمى فى القاهرة و الإسكندرية ....

(٣) الفرق بين درجة الحرارة العظمى والصغرى فى محافظة أسوان ....

(٤) درجة الحرارة الصغرى متساوية فى كل من ....

الحلـــــــــ

لتمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية نرسم محورين متعامدين : الأفقى يمثل المحافظات ، الرأسى يمثل درجات الحرارة ، الشكل المقابل : يوضح ذلك



**** ضع عنوان مناسب :**
" درجات الحرارة العظمى و الصغرى لبعض محافظات مصر "

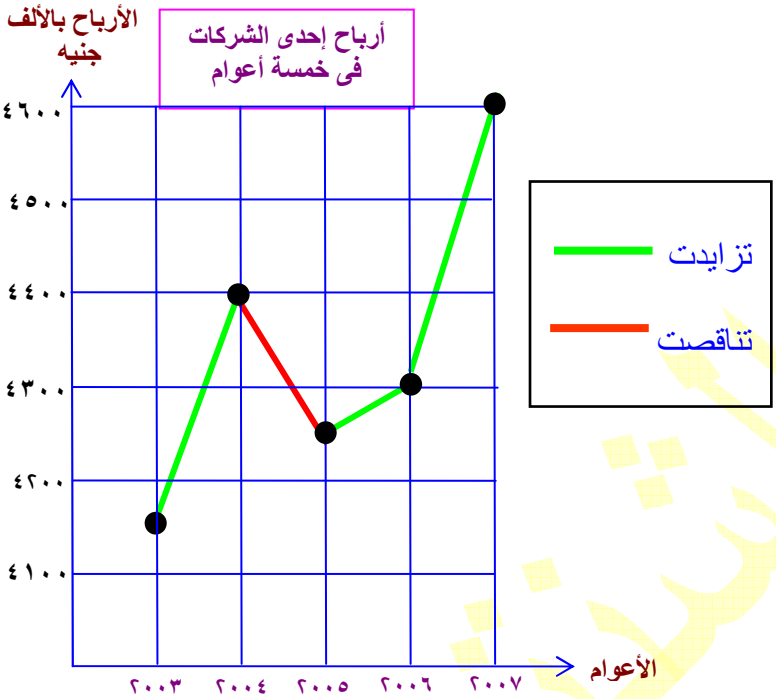
ثانياً : الخط البيانى المنكسر :

مثال : الجدول الآتى يمثل أرباح إحدى الشركات بالألف فى خمسة أعوام من ٢٠٠٣ حتى ٢٠٠٧ مثل هذه البيانات بإستخدام الخط البيانى المنكسر
موضحا هل الأرباح تزايدت أم تناقصت

العـــــام	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
الأرباح بالألف جنيه	٤١٥٠	٤٤٠٠	٤٢٥٠	٤٣٠٠	٤٦٠٠

الحلـــــــــــ

الشكل المقابل يوضح التمثيل البيانى بالخط المنكسر حيث:
المحور الأفقى يمثل الأعوام ،
المحور الرأسى يمثل الأرباح بالألف جنيه



ملاحظات :
** ليس من الضرورى أن يبدأ مقياس أى من المحورين من الصفر بل بمقياس رسم مناسب يمكن إستنتاجه بمعرفة أقل و أكبر قيمة للبيانات فى الجدول
** لمعرفة تزايد وتناقص الأرباح يلاحظ : الخط الذى يمثل زيادة فى الأرباح يميل لأعلى من اليسار لليمين ، و الذى يمثل نقصاً فى الأرباح يميل لأسفل من اليسار لليمين

** ضع عنوان مناسب " أرباح إحدى الشركات فى خمسة أعوام "

ثالثاً : القطاعات الدائرية :

** القطاعات الدائرية إحدى وسائل تمثيل البيانات و مقارنتها خاصة عندما تعطى البيانات فى صورة نسبة مئوية
** مقارنة النسب المئوية أسهل من مقارنة الأعداد المكونة من أربعة أرقام
** مقارنة الرسم بيانى أفضل من مقارنة البيانات

تعريف : القطاع الدائرى هو جزء من سطح دائرة محصور بين نصفى قطرين وقوس فيها
مثال : الجدول الآتى يمثل أنواع البرامج التليفزيونية المحببة إلى تلاميذ أحد الفصول
مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائريـة

نوع البرنامج	ثقافى	رياضى	موسيقى	إخبارى
عدد التلاميذ	٢٧	١٥	١١٢	٦

الحلـــــــــــ

أولاً : عدد تلاميذ الفصل = ٦٠ تلميذ

ثانياً : نحسب النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يفضلون كل نوع من أنواع البرامج كالآتى :

$$\text{النسبة المئوية للتلاميذ الذين يفضلون أحد البرامج} = \frac{\text{عدد التلاميذ الذين يفضلون هذا النوع}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} \times ١٠٠ \%$$

النسبة المئوية للتلاميذ الذين يفضلون البرامج الثقافى = $\frac{٢٧}{٦٠} \times ١٠٠ \% = ٤٥ \%$

النسبة المئوية للتلاميذ الذين يفضلون البرامج الرياضى = $\frac{١٥}{٦٠} \times ١٠٠ \% = ٢٥ \%$

النسبة المئوية للتلاميذ الذين يفضلون البرامج الموسيقى = $\frac{١٢}{٦٠} \times ١٠٠ \% = ٢٠ \%$

النسبة المئوية للتلاميذ الذين يفضلون البرامج الإخبارى = $\frac{٦}{٦٠} \times ١٠٠ \% = ١٠ \%$

لاحظ : مجموع النسب المئوية = ١٠٠ ٪

ثالثاً : نحول كل نسبة مئوية إلى قياس زاوية مركزية لقطاع دائرى بضرب هذه النسبة × ٣٦٠°

فيكون : قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الثقافى = $\frac{٤٥}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = ١٦٢^\circ$

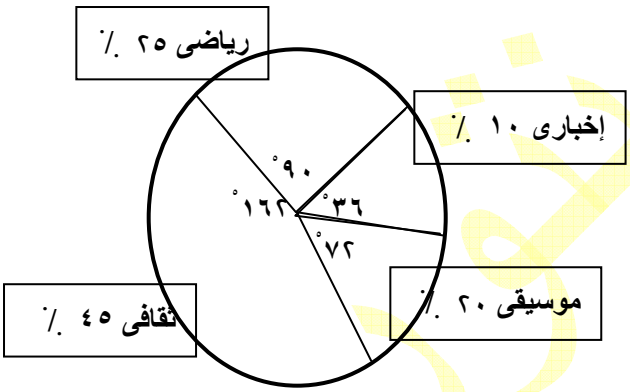
قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الرياضى = $\frac{٢٥}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = ٩٠^\circ$

قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الموسيقى = $\frac{٢٠}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = ٧٢^\circ$

قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى الإخبارى = $\frac{١٠}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = ٣٦^\circ$

لاحظ : مجموع قياسات الزوايا = ٣٦٠°

رابعاً : نرسم دائرة مركزها م بطول نصف قطر مناسب
ثم نرسم نصف قطر فى الدائرة ثم نرسم الزوايا المركزية التى حصلنا عليها
ثم نضع البيانات على الرسم مع عنوان مناسب " البرامج التليفزيونية المحببة لدى تلاميذ أحد الفصول "



تمارين

١ ـ البيانات الموضحة فى الجدول التالى توضح أعداد منتجات إحدى الشركات من عام ٢٠٠٤ إلى عام ٢٠٠٧

	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
مروحة	٢٠٠٠	٢٥٠٠	٢٧٥٠	٣٠٠٠
غسالة	١٠٠٠	١٢٥٠	١٥٠٠	٢٠٠٠
مكيف	١٥٠٠	١٥٠٠	١٥٠٠	١٥٠٠
ثلاجة	١٠٠٠	٧٥٠	٥٠٠	٢٥٠

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية ثم أوجد : (١) المنتج الذى أعداده ثابتة خلال السنوات الأربعة
(٢) المنتج الذى تزداد أعداده كل سنة عن سابقتها (٣) المنتج الذى تتناقص أعداده كل سنة عن سابقتها

٢ ـ الجدول التالى يبين درجات طالب فى إمتحان الرياضيات فى خمسة شهور :

الشهر	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير
الدرجة	٣٠	٤٠	٣٥	٤٣	٥٠

مثل هذه البيانات بالخط البيانى المنكسر ثم أكمل : (١) أقل درجات الطالب كانت فى شهر ٠٠٠٠
(٢) أعلى درجات الطالب كانت فى شهر ٠٠٠٠ (٣) الفرق بين درجة شهر ديسمبر و درجة شهر أكتوبر = ٠٠٠٠

٣ ـ الجدول الآتى يوضح عدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لطالب فى المواد المختلفة :

المادة	لغة عربية	لغة إنجليزية	رياضيات	علوم	دراسات إجتماعية
عدد ساعات المذاكرة	٩	٨	١٠	٧	٦

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

٤ ـ الجدول الآتى يبين جملة التبرعات " بالألف جنيه" لبناء إحدى المستشفيات خلال خمس سنوات :

السنة	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
جملة التبرعات بالألف جنيه	١٢٠	١٤٠	١٨٠	٢٢٥	٢٣٥

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

٥ ـ الجدول الآتى يوضح المبالغ التى إدخرها أحمد ، سامى ، سمير ، هانى خلال أربعة شهور بالجنيه :

	يناير	فبراير	مارس	أبريل
أحمد	٤٠	٦٠	٣٥	٨٠
سامى	٣٠	٦٨	٥٧	٥٥
سمير	٧٣	٥٥	٥٠	٤٠
هانى	٦٠	٥٠	٧٠	٧٥

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية

٦ ـ الجدول الآتى يوضح النسبة المئوية للأنشطة الرياضية المفضلة لتلاميذ إحدى المدارس :

النشاط	كرة قدم	كرة يد	كرة سلة	سباحة
النسبة المئوية	٤٠ ٪	٢٠ ٪	١٠ ٪	٠٠٠٠

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

تمثيل البيانات

أولاً : المنوال

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً " تكراراً " فى هذه القيم
" المنوال هو أحد أنواع القياسات التى تسمى قياسات النزعة المركزية "

فمثلاً :

أوجد المنوال لمجموعة القيم : ٥ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٥

الحل

القيمة الأكثر شيوعاً " تكراراً " هى : ٥ أى أن : المنوال = ٥

ثانياً : الوسيط

الوسيط هو القيمة التى تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها

لإيجاد الوسيط نتبع الآتى :

نرتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً ثم :

(١) إذا كان : عدد القيم فردياً فإن : الوسيط هو القيمة التى تقع فى الوسط تماماً

(٢) إذا كان : عدد القيم زوجياً فإن : الوسيط هو : $\frac{\text{مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط}}{٢}$

فمثلاً :

(١) أوجد الوسيط لمجموعة القيم : ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤ ، ١٠

(٢) أوجد الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠

الحل

(١) الترتيب التصاعدى : ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١١ ، ١٤ الوسيط = ١٠

(٢) الترتيب التنازلى : ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٣ ، ١

$$\text{الوسيط} = \frac{٦ + ٤}{٢} = ٥$$

ثانياً : الوسط الحسابى

الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

فمثلاً :

أوجد الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٣ ، ٨ ، ١١ ، ٤ ، ٩

الحل

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{٣ + ٨ + ١١ + ٤ + ٩}{٥} = \frac{٣٥}{٥} = ٥$$

تمارين

١ ــ أكمل ما يأتى :

(١) المنوال للقيم : ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٦ هو ٠٠٠٠

(٢) المنوال للقيم : ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٩ هو ٠٠٠٠

(٣) المنوال للقيم : ٢١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٩ ، ١٩ هو ٠٠٠٠

(٤) إذا كان : المنوال للقيم : ٤ ، س ، ٥ ، ٣ هو ٣ فإن : س = ٠٠٠٠

(٥) إذا كان : المنوال للقيم : ٦ ، س + ١ ، ٧ ، ٦ ، ٧ هو ٧ فإن : س = ٠٠٠٠

(٦) الوسيط للقيم : ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ٠٠٠٠

(٧) الوسيط للقيم : ٢ ، ٣ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ٥ ، ١١ هو ٠٠٠٠

(٨) ترتيب الوسيط للقيم : ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ١ هو ٠٠٠٠

(٩) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الثالث فإن عدد هذه القيم هو ٠٠٠٠

(١٠) الوسط الحسابى للقيم : ٧ ، ٣ ، ٩ ، ١ ، ٤ ، ٦ هو ٠٠٠٠

(١١) الوسط الحسابى للقيم : ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٤ ، ٢٨ هو ٠٠٠٠

(١٢) الوسط الحسابى للقيم : ٢ ــ س ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣ + س هو ٠٠٠٠

(١٣) إذا كان : الوسط الحسابى للقيم : ٩ ، ٤ ، ٥ ، س هو ٥ فإن : س = ٠٠٠٠

(١٣) إذا كان : الوسط الحسابى لدرجات خمسة طلاب هو ٣٥ فإن : مجموع درجاتهم = ٠٠٠٠

٢ ــ الجدول الآتى يبين درجات ٤٠ تلميذ فى أحد الإختبارات :

الدرجة	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
التكرار	٤	٥	٨	١٢	٧	٤

أوجد المنوال للدرجات

٣ ــ يوضح الجدول درجات ٤ طلاب فى مواد الرياضيات و الكيمياء و الفيزياء و التاريخ و الأحياء :

	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	الأحياء	التاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
هناء	٨	٧	٥	٩	١٣
محمود	١٢	١٣	٩	١٠	٧
ثريا	١٠	٨	٩	١٢	١٤

(١) اوجد الوسيط لدرجات كل طالب

(٢) أوجد الوسيط لدرجات الرياضيات

(٣) أوجد الوسط الحسابى لدرجات كل طالب

(٤) أوجد الوسط الحسابى لدرجات التاريخ

٤ ــ إذا كان الوسط الحسابى لعدد ٥٠ قيمة هو ٤٠ ، وكان الوسط الحسابى لعدد ٤٨ قيمة الأولى من نفس القيم هو ٣٥ أوجد مجموع آخر قيمتين من هذه القيم

٥ ــ إذا كان الوسيط للقيم : س + ٥ ، س + ٣ ، س + ٨ حيث س عدد صحيح موجب هو ٨ أوجد قيمة س

٦ ــ سجل أشرف عدد الدقائق التى إستغرقتها حافلة فى الذهاب إلى المدرسة لمدة ٣ أسابيع فكانت :

١٥ ، ١٧ ، ١٦ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٥ ، ١٣ ، ١٤ ، ٢١ ، ٢٥ ، ١٧ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٥ ، ١٩

أوجد كل من : المنوال ، و الوسيط ، و الوسط الحسابى لعدد الدقائق