نموذج امتحان تفاضل ومثلثات (2)

أولا : أجب عن السؤال الآتى:

١ [أ] أوجد : $\lim_{س \to 2} \frac{٢س^{٢} + ٣س - ٣٥}{س^{٢} - ٢٥}$ ، $\lim_{س \to \infty} \frac{س(٢س - ١)^{٢} + ٣}{س^{٣} - ٨}$

[ب] أوجد : $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كانت ص = $\frac{٢س + ٣}{٥ - ٢س}$

[جـ] بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : ظا ٧٥° = ٢ + $\sqrt{٣}$

[د] أثبت أن : (جا س + جتا س)^{٢} = ١ + جا ٢س

ثانيًا: أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى:

٢ [أ] أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة : ص = س^{٣} + ٣س^{٢} − ٩س + ٧ وعندها المماس يوازى محور السينات .

[ب] Δ أ ب جـ فيه : أ = ١٢ سم ، ب = ١٣ سم ، جـ = ١٠ سم

أوجد قياس أكبر زاوية وطول نصف قطر الدائرة الخارجة للمثلث .

---

٣ [أ] أوجد : $\lim_{س \to 0} \frac{س \text{ جا } ٣س}{٣س^{٢} + ٢ \text{ ظا } ٥س^{٢}}$

[ب] أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ لكل من :

(١) ص = ٥ جا٢س − جتا ٣س (٢) ص = $\sqrt[٣]{٦س^{٢} + ١}$

[جـ] إذا كان : جا أ = $\frac{٥}{١٣}$ حيث $\frac{ط}{٢}$ < أ < ط

أوجد كل من : جا٢أ ، جتا٢أ ، جا٣أ

---

٤ [أ] أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ عند س = ٢ للدالة : ص = س^{٢}(٥ − ٣س)^{٥}

[ب] إذا كانت : د(س) = س^{٢} + ٥س − ٣ أوجد $\lim_{س \to 0} \frac{د(س + ٢) - د(٢)}{س}$

[جـ] من سطح منزل ارتفاعه ١٥ متر قاس شخص زاويتى ارتفاع وانخفاض قمة وقاعدة برج فكانتا ٦٧° ، ٣٥° على الترتيب . أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر علمًا بأن قاعدتى البرج والمنزل فى مستوى أفقى واحد .

---

٥ [أ] أوجد متوسط التغير للدالة د(س) = $\frac{س + ٣}{٣س + ٢}$ عندما تتغير س من ٣ إلى ٥

[ب] أوجد $\lim_{س \to 2} \frac{س^{٧} + ١٢٨}{س^{٤} - ١٦}$ ، $\frac{ء}{ء س} \left(\frac{٢ \text{ جا } س}{١ - \text{ جتا } س} \right)$

[جـ] أ ب جـ متوازى أضلاع فيه $\overline{أ جـ} \cap \overline{ب ء}$ = { م } ، أ جـ = ١٦ سم ، ب ء = ٢٠ سم ، ق(أ م ب) = ٥٤° .

أوجد طول $\overline{أ ء}$ ومساحة سطح متوازى الأضلاع .

نموذج حلول امتحان تفاضل ومثلثات (2)

(١) (أ) نهـا $\frac{(٢س - ٧)(س + ٥)}{(س - ٥)(س + ٥)}$
$س \leftarrow -٥$

$= نهـا \frac{٢س - ٧}{س + ٥} = \frac{-١٠ - ٧}{-٥ + ٥} = \frac{-١٧}{٠}$
$س \leftarrow -٥$

، نهـا $\frac{\left(٢ - \frac{١}{س}\right)^{٢} + \frac{٣}{س^{٢}}}{١ - \frac{٨}{س^{٣}}}$
$س \leftarrow \infty$

(ب) $\frac{ص}{س} = \frac{-٢(س+٣)\times٢-(٥-٢س)\times٢-}{(٥-٢س)^{٢}}$

$= \frac{٦+٤س-١٠}{(٥-٢س)^{٢}} = \frac{١٦}{(٥-٢س)^{٢}}$

(جـ) ظا ٧٥° = ظا(٤٥° + ٣٠°)

$= \frac{ظا ٤٥° + ظا ٣٠°}{١ - ظا ٤٥° ظا ٣٠°}$

$= \frac{١ + \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - \frac{١}{\sqrt{٣}}} = \frac{١ + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣} - ١} = \frac{١ + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣} - ١} \times \frac{١ + \sqrt{٣}}{١ + \sqrt{٣}}$

$= \frac{٣+١+٢\sqrt{٣}}{٣-١} = \frac{(٢+\sqrt{٣})٢}{٢}$

$= ٢ + \sqrt{٣}$

(د) المقدار :

$= حا^{٢}س + حتا^{٢}س + ٢حا س حتا س$

$= ١ + حا ٢س$ = الأيسر

(٢) (أ) $\frac{ص}{س} = ٣س^{٢} + ٦س - ٩$

∵ المماس // محور السينات

∴ $س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠$

$(س + ٣)(س - ١) = ٠$

$س = -٣$ أ، $س = ١$

د(١) = ٢ ⇐ (١ ، ٢)

د(-٣) = ٣٤ ⇐ (-٣ ، ٣٤)

(ب) حتا ب = $\frac{أ^{٢} + حـ^{٢} - ب^{٢}}{٢أ حـ}$

$= \frac{(١٢)^{٢} + (١٠)^{٢} - (١٣)^{٢}}{٢ \times ١٢ \times ١٠}$

= ٠,٣١٢٥

ق(ﮐ) = ٧١° ٤٧´

∵ ق = $\frac{ب}{٢ حا ب}$

$= \frac{١٣}{٢حا ٧١° ٤٧´} = ٦,٨$ سم

(٣) (أ) نهـا $\frac{س حا ٣س}{٣س^{٢} + ٢ظا ٥س^{٢}}$
$س \leftarrow ٠$

بالقسمة على $س^{٢}$

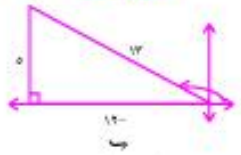
نهـا $\frac{\frac{٣س}{س}}{٣ + \frac{٢ ٥س^{٢}}{س^{٢}}} = \frac{٣}{١٠ + ٣} = \frac{٣}{١٣}$

(ب) (١) $\frac{ص}{س} = ١٠$ حتا٢س + ٣ حا٣س

(٢) $\frac{ص}{س} = \frac{١}{٣}(٦س^{٢} + ١)^{\frac{-٢}{٣}} \times ١٢س$

$= ٤س(٦س^{٢} + ١)^{\frac{-٢}{٣}}$

(جـ)



حا ٢أ = ٢ حا أ حتا أ

$= ٢ \times \frac{٥}{١٣} \times \frac{-١٢}{١٣} = \frac{-١٢٠}{١٦٩}$

حتا ٢ أ = $حتا^{٢}$ أ − $حا^{٢}$ أ

$= \frac{١٤٤}{١٦٩} - \frac{٢٥}{١٦٩} = \frac{١١٩}{١٦٩}$

حا ٣ أ = حا(٢أ + أ)

= حا ٢أ حتا أ + حتا ٢أ حا أ

$= \frac{-١٢٠}{١٦٩} \times \frac{١٢-}{١٣} + \frac{١١٩}{١٦٩} \times \frac{٥}{١٣}$

$= \frac{٢٠٣٥}{٢١٩٧}$

(٤) (أ) $\frac{ص}{س} = ١٥س^{٢}(٥ - ٣س)^{٤}$

$+ ٣س^{٢}(٥ - ٢س)^{٥}$

$\left(\frac{ص}{س}\right)_{س=-٢} = -١٢٠ - ١٢ = -١٤٤$

(ب) $د(س+٢) = (س+٢)^{٢} + ٥(س+٢) - ٣$

$= س^{٢} + ٤س + ٤ + ٥س + ١٠ - ٣$

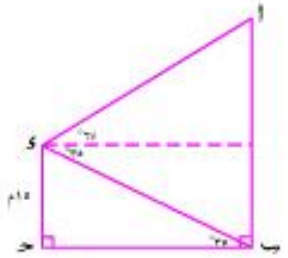
$= س^{٢} + ٩س + ١١$

$د(٢) = ١١$

$\therefore د(س + ٢) - د(٢) = س^{٢} + ٩س$

$\therefore \frac{د(س + ٢) - د(٢)}{س} = ٩$

(جـ)



فى Δ ء ب جـ : $\frac{ء ب}{ء جـ}$ = قتا ٣٥°

$\therefore ء ب = ١٥$ قتا ٣٥°

$\therefore ء ب = ٢٦,١٥$

فى Δ أ ب ء : ق(أ) = ٢٣°

$\therefore \frac{ب ء}{حا ٢٣°} = \frac{أ ب}{حا ١٠٢°}$

$أ ب = \frac{٢٦,١٥ \times حا ١٠٢°}{حا ٢٣°} = ٦٥,٤٦$

∴ ارتفاع المنزل = ٦٥ مترًا

(٥) (أ) $د(٥) = \frac{٨}{١٧}$ ، $د(٣) = \frac{٦}{١١}$

متوسط التغير = $\frac{د(٥) - د(٣)}{٥ - ٣}$

$= \frac{\frac{٦}{١١} - \frac{٨}{١٧}}{٢} = \frac{-٧}{١٨٧}$

(ب) نهـــا $\frac{س^{٧} - (-٢)^{٧}}{س^{٤} - (-٢)^{٤}}$ ، $س \leftarrow -٢$

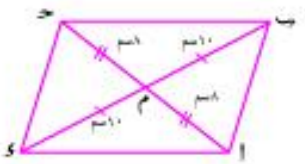
$= \frac{٧}{٤}(-٢)^{٣} = -١٤$

$\frac{ص}{س} = \frac{(١-حتاس) \times ٢حتاس - ٢حاس حاس}{(١ - حتا س)^{٢}}$

$= \frac{٢حتا س - ٢ حتا^{٢} س - ٢ حا^{٢} س}{(١ - حتا س)^{٢}}$

$= \frac{٢حتا س - ٢}{(١ - حتا س)^{٢}} = \frac{-٢}{١ - حتا س}$

(جـ)



فى Δ أ م ء :

$(أ ء)^{٢} = (أ م)^{٢} + (م ء)^{٢}$

$- ٢أم \times م ء$ حتا $أ\hat{م} ء$

$= ٦٤ + ١٠٠ - ٢ \times ٨ \times ١٠$ حتا ١٢٦

$أ ء = ٨,٣٦$ سم

مساحة المتوازى = ٤ مساحة Δ أ م ب

$= ٤ \times \frac{١}{٢} \times ٨ \times ١٠$ حا ٥٤°

$= ١٢٩,٤٤$ سم^{٢}