الامتحان الأول ١ **تفاضل وحساب مثلثات**

[١] *أجب عن السؤال الآتى* :

أ) أوجد : نهـــا $\frac{س^{٥} - ١}{س^{٣} - ١}$ ، نهـــا $\frac{٧ س + ٣}{\sqrt{س^{٢} - ٢ س + ٥}}$

ب) إذا كان : ص = ٢ جا ٣ س + ٣ جتا ٢ س فأوجد $\frac{د ص}{د س}$

جـ) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

ظا ٧٠° − ظا ٢٥° − ظا ٧٠° ظا ٢٥° = ١

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى : :

[٢] أ) أوجد ميل المماس للمنحنى : ص = $\sqrt{٢}$ جا $\frac{١}{٢}$ س عند س = $\frac{ط}{٢}$.

ب) حـــل المثلـــث أ ب جـــ الـــذى فيـــه أ ب = ٨ ســـم ، ب جـــ = ٧ ســـم ، أ جـ = ٣ سم

---

[٣] أ) إذا كان: ص = $\frac{٧}{ع^{٤}}$ ، ع = **س**^{٢} + ٣ س + ١ فأوجد $\frac{د ص}{د س}$

ب) أ ب جـ مثلث فيه ق ($\hat{أ}$) = ٨٠° ، طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث يساوى ٨ سم ، جـ$'$ = ٥ سم أوجد أ$'$ مقرباً الناتج لأقرب ملليمتر ثم أوجد ق ($\hat{ب}$) .

[٤] أ) أوجد دالة متوسط التغير للدالة د حيث د(س) = $\frac{س + ١}{س}$ حيث س ≠ ٠

ثم أوجدهذا المتوسط عندما س = ٤ ، هـ = ٠,٥

ب) إذا كـــــان جـــــا أ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتـــــا ب = $\frac{-٨}{١٧}$ وكـــــان :

$\frac{ط}{٢}$ < أ < ط < ب < $\frac{٣ط}{٢}$ فأوجد : ظا ٢ أ ، جتا (أ٢ - ب)

---

[٥] أ) (i) أوجد : نهـــا $\frac{جا ٣س . ظا ٤س}{٥ س^{٢}}$ ، س ← ٠

(ii) إذا كانت : ص = $\frac{س}{س^{٢} - ٦}$ فأوجد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٣ ، ١) .

ب) $\overline{أب}$ فنار ارتفاعه ٥٣ متر عن سطح البحر رُصد قياسى زاويتى انخفاض سفينتين حـ ، ء من قمة الفنار أ فكانتا ٣٧° ، ١٨° فإذا كان قاعدة الفنار والسفينتين على استقامة واحدة وكان ب ∉ $\overline{حء}$. أوجد البعد بين السفينتين لأقرب متر .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان الثانى ٢ تفاضل وحساب مثلثات

[١] ***أجب عن السؤال الآتى :***

أ) **أوجد : نهـــا** $\frac{س^{٢} + ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩}$ ، **نهـــا** $\frac{٢س^{٣} + س^{٢} - ١}{٣ + ٢س - ٤س^{٣}}$

ب) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة : د (س) = س^{٢} جتا س + جا^{٢} س
عندما س = $\frac{ط}{٢}$

جـ) إذا كان جتا أ = $\frac{٣}{٥}$ حيث أ ∈] ٠ ، $\frac{ط}{٢}$ [، ظا ب = $\frac{-٥}{١٢}$

حيث $\frac{٣ط}{٢}$ < ب < ٢ ط . فأوجد قيمة كل من :

جا ٢ أ ، جتا (أ + ب) .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) أوجـــد المـــشتقة الأولـــى للدالـــة د (س) = $\sqrt{(س^{٢} + ٣س + ١)^{٢}}$
عند النقطة (١،٠)

ب) Δ أ ب حـ فيـه ق (أ) = ٢٥°، ق (ب) = ٨٠° ، حـ$'$ = ١٠ سـم
أوجد : أ$'$ ، ب$'$ وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث .

---

[٣] أ) أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة د(س) = س^{٣} - ٤ س + ٣ والتى يكون المماس عندها مائلاً بزاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ب) س ص ع مثلث فيه ص/ = ٣٦ سم ، ع/ = ١٦,٨سم ،
ق (س̂) = ٦٠° أوجد طول س/ ، ومساحة سطح المثلث .

---

[٤] أ) إذا كان ص = $\sqrt{ع + ٦}$ ، ع = س^{٢} + س فأوجد $\frac{ء ص}{ء س}$
عندما س = ١ .

ب) بدون استخدام حاسبة أثبت أن : $\frac{جا(أ + ب) + جا(أ - ب)}{جتا(أ + ب) + جتا(أ - ب)} = ظا أ$
ومن ذلك وبدون استخدام الحاسبة أثبت أن :
$$\frac{جا ٨٠° + جا ٤٠°}{جتا ٨٠° + جتا ٤٠°} = \sqrt{٣}$$

---

[٥] أ) أوجد : $\lim_{س \to ٠} \frac{(٣ + س)^{٤} - ٨١}{٥ س}$ ، $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س - ٥ س}{٥ س}$

ب) من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة برج هى ٦٢°
وبعد أن سار الرجل مسافة ٢٠ متر مبتعدا عن قاعدة البرج وجد أن قياس
زاوية أرتفاع قمة البرج أصبحت ٣٥° فأوجد أرتفاع البرج لأقرب متر .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان الثالث ٣ تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٥س + ٦}{س^{٢} - ٩}$ ، $\lim_{س \to \infty} \frac{١ - س^{٢}}{١ + ٢س^{٢}}$

ب) أوجد : $\frac{ء ص}{ء س}$ حيث : ص = $\frac{س^{٢}}{س + ١}$

جـ) بدون استخدام حاسبة الجيب أثبت أن : جا ٨٠° = جا ٤٠° + جا ٢٠°

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) إذا كانت س = ع - ١ ، ص = $\frac{١}{٢}$ ع^{٣} . أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ ، ثم أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (١ ، ٤) .

ب) حل المثلث أ ب جـ الذى فيه : أ$^{/}$ = ٢٠,٨ سم ، ب$^{/}$ = ٣٢,٦ سم ، $\hat{ن}$ (حـ) = ٢٨$^{/}$ ٤٠° مقرباً حـ$^{/}$ الى أقرب ملليمتر .

---

[٣] أ) (i) أوجد $\lim_{س \to ٠} \frac{جا^{٢} ٣س}{٢ س^{٢}}$

(ii) إذا كان : ص = س^{٣} ظا س فأوجد $\frac{ء ص}{ء س}$

ب) ﻫ ب جـ د متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى هـ ، فإذا كان :
ق (أ ب هـ) = ٥٦° ، ق (أ هـ ب) = ٩٦° ، ﻫ جـ = ١٨ سم ، أوجد طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{بء}$ مقربا الناتج لرقمين عشريين ، ثم أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع مقربا المساحة لأقرب رقم عشرى واحد .

---

[٤] أ) أوجد دالة متوسط التغير للدالة د حيث : د (س) = $\sqrt{س - ١}$ ثم أحسب معدل تغير الدالة عند س = ١٠ .

ب) اثبت أن : ظا $\frac{أ}{٢}$ = $\frac{جا\ أ}{١ + جتا\ أ}$ ومن ذلك أستنتج بدون استخدام الحاسبة ظا ٧٥° .

---

[٥] أ) إذا كان : ص = $\frac{جتا\ س}{١ - جا\ س}$ فأثبت أن : (١ - جا س) $\frac{ء ص}{ء س}$ = ١

ب) من نافذة مبنى ترتفع ٦ متر عن سطح الأرض كان قياس زاوية ارتفاع قمة برج ٣٠° ، قياس زاوية انخفاض قاعدته ١٥° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر

انتهت الأسئـــلة

الامتحان الرابع	٤	تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد قيمة كل مما يأتى : (i) $\lim_{س \to ١} \frac{٣ س - س^{٢} - ٢}{١ - س^{٢}}$

(ii) $\lim_{س \to \infty} \frac{(٥ - \sqrt{س})(٢ + \sqrt{س})}{٣ س - ٢}$

ب) أوجد المشتقة الأولى للدالة : ص = (١ - س) $^{\circ}$ (١ + س) $^{\circ}$
عند النقطة (٠ ، ١) .

جـ) بدون استخدام حاسبة الجيب أثبت أن :
جا ١٦$^{/}$ ٥٤$^{\circ}$ جتا ٤٤$^{/}$ ٣٥$^{\circ}$ + جتا ١٦$^{/}$ ٥٤$^{\circ}$ جا ٤٤$^{/}$ ٣٥$^{\circ}$ = ١

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) (i) إذا كان ص = ٢ جتا س جتا $\frac{س}{٢}$ جا $\frac{س}{٢}$ فأوجد $\frac{و ص}{و س}$

(ii) إذا كان ص = أ س^{٢} + ب س ، وكان ميل المماس للمنحنى عند النقطة (- ١ ، ١) الواقعة عليه يساوى - ٤ فأوجد قيمة كل من أ ، ب

ب) Δ أ ب حـ فيه أ$^{/}$ = ٧ سم ، ب$^{/}$ = ٩ سم ، حـ$^{/}$ = ١٢ سم أوجد

(i) قياس أكبر زاوية فى المثلث

(ii) طول نصف قطر الدائرة المرة برؤوسه

(iii) مساحة سطح المثلث .

[٣] أ) إذا كـــــان ص = $\frac{١}{٦}$ ع$^{\circ}$ + ٣ ، ع = ٢ س^{٣} + ١ فأوجـــــد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = - ١ .

ب) حل المعادلة : ٥ جتا ٢θ - جا θ - ٣ = صفر حيث θ ∈] ط ، ٢ط [

---

[٤] أ) أوجد قيمة كل مما يأتى :

(i) نهـــا$_{س \leftarrow ٠}$ $\frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ١}{س}$ (ii) نهـــا$_{س \leftarrow ٠}$ $\frac{ظا^{٢} ٢س}{س^{٢}}$

ب) Δ أ ب حـ الحاد الزوايا إذا كان : جا أ = $\frac{٤}{٥}$ ، جا ب = $\frac{\sqrt{٧}}{١٠}$

فأثبت بدون استخدام الحاسبة أن : ق$\hat{}$ (حـ) = ٤٥$^{\circ}$.

---

[٥] أ) إذا كان نمو أحد المجتمعات يتبع العلاقة :

د (ν) = ٥٠ $\nu^{٢}$ + ٣٠٠٠ حيث ν مقيسا بالأيام . فأوجد :

(i) متوسط التغير عندما تتغير ν من ١ الى ١,٥ .

(ii) معدل النمو عندما ν = ١ .

ب) من سطح منزل ارتفاعه ١٥ متراً عن سطح الأرض ، رصد رجل زاويتى ارتفاع وانخفاض قمة وقاعدة برج ، فوجداهما ٢٤$'$ ١٥$^{\circ}$ ، ٣٠$'$ ٨$^{\circ}$.

أوجد ارتفاع البرج ، والبعد الأفقى بين البرج والمنزل لأقرب متر .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان الخامس	٥	تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{س^{٦} - ٦٤}{س^{٤} - ١٦}$ ، $\text{نهـــا}_{س \leftarrow \infty} \frac{٥ س^{٣} + ٦ س + ١}{س (س + ٦)^{٢}}$

ب) أوجد المشتقة الأولى للدالة : ص = ٣ س ($س^{٢}$ - ١) ($س^{٣}$ + ٢)

جـ) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

(i) جتا ٥٠° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (جتا ٥° - جا ٥°)

(ii) جتا $\frac{ط}{٤}$ جتا $\frac{ط}{١٢}$ − جا $\frac{ط}{٤}$ جا $\frac{ط}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) أوجد ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{\text{جا س}}{١ + \text{جتا س}}$ عندما س = $\frac{ط}{٣}$

ب) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ١٥ سم . أوجد طول قطره $\overline{ب ء}$.

---

[٣] أ) إذا كانت ص = $س^{٣}$ + $س^{٢}$ + ٧ س ، ع = س (س - ١) (س - ٢)

فأثبت أن (i) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٠} \frac{ص}{ع} = \frac{٧}{٢}$ (ii) $\frac{ء ص}{ء س} - \frac{ء ع}{ء س} = ٨ س + ٥$

ب) ﻡ ﺏ ﺟـ حـ مثلث فيه ﻡ/ = ٩.٤سم ، ق (ﺏ^) = ٤٧° ، ق (حـ^) = ٥٣°

فاحسب محيط المثلث وكذا طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه .

---

[٤] أ) صفيحة دائرية مربعة الشكل تتمدد بالتسخين . أوجد متوسط التغير فى مساحة سطحها عندما يتغير طول ضلعها من ٣ الى ٣,١ من السنتيمترات ، ثم أوجد معدل التغير فى مساحة سطحها عندما يكون طول ضلعها يساوى ٥ سم

ب) إذا كان : جا ﻡ = $\frac{٣}{٥}$ حيث ﻡ ∈ [٠ ، $\frac{ط}{٢}$] ، جتا ﺏ = $\frac{-١٢}{١٣}$ ،

ﺏ ∈ [$\frac{ط}{٢}$ ، ط] فأوجد بدون استخدام حاسبة الجيب .

ظا ٢ ﻡ ، جتا (ﻡ - ﺏ) .

---

[٥] أ) إذا كانت ص = ع^{٢} + ٣ ع + ٥ ، ع = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٢

فأثبت أن : $\frac{د ص}{د س}$ − ٧ $\frac{د ع}{د س}$ − س^{٣} = صفر .

ب) من قمة برج ارتفاعه ٧٥ متراً ، قيست زاويتى انخفاض قمة منزل وقاعدته فكانتا ٢٤° ، ٣٥° على الترتيب . أوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر ، علماً بأن قاعدتى البرج والمنزل فى مستوى أفقى واحد .

انتهت الأسئلة

الامتحان السادس	٦	تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : نهـــا $\frac{٢ س^{٢} - ٨}{س^{٣} + ٨}$ ، نهـــا $\frac{(س + ١)^{٥} - ١}{س}$

ب) إذا كانت ص = $س \sqrt{٢ س^{٢} + ١}$ فأوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ عند س = ٠

جـ) فى المثلث م ب حـ إذا علم أن $ا^{/} = ٧$ سم ، $ب^{/} = ٢\sqrt{٧}$ سم ،

$حـ^{/} = ٣\sqrt{٧}$ أوجد $ق(\hat{ا})$.

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) أوجد : (i) نهـــا $\frac{جا^{٢} ٣ س}{ظا^{٢} ٢ س}$

(ii) المشتقة الأولى للدالة ص = $٣ س^{٢}$ ظا س

ب) أثبت أن : قتا ٢ س + طتا ٢ س = ظتا س

ومن ذلك أثبت أن : ظتا $١٥^{\circ} = \sqrt{٣} + ٢$

---

[٣] أ) أوجد معادلة العمودى للمماس لمنحنى الدالة :

د (س) = $\frac{س^{٢} + ٥}{س^{٢} + ٢}$ عند النقطة (١ ، ٢) .

ب) إذا كانت : جا 135° جتا أ - جتا 135° جا أ = ١ فأوجد قيمة أ

إذا كانت أ ∈ [صفر ، 90° [.

---

[٤] أ) إذا كانت ص = $\frac{س + ١}{س - ١}$ ، ع = $\frac{س - ١}{س + ١}$ فأوجد $\frac{ء ص}{ء ع}$

ب) إذا كانت د (س) = $\frac{س}{س + ١}$ فأوجد متوسط التغير للدالة

عندما تتغير س من ١ الى ١,٢ .

---

[٥] أ) أوجد : (i) $\lim_{س \to \infty} \frac{\sqrt[٤]{٨١ س^{٤} + س - ٥}}{٥ - ٤ س}$

(ii) $\frac{ء}{ء س}$ (٢ $س^{٢}$ جا س جتا س) .

ب) رصد رجل من قمة برج زاويتى انخفاض نقطتين على خط مستقيم أفقى يمر بقاعدة البرج وفى جهة واحدة منه فوجدهما 47° ، 63° . فإذا كانت المسافة بين النقطتين ١٠٠٠ متر فأوجد ارتفاع البرج .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان السابع	٧	تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : (i) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س^{٢} - ١}$

(ii) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{١}{س - ٣} - \frac{٢٧}{س^{٣} - ٢٧} \right)$

ب) إذا كانت : د (س) = أ $س^{٢}$ + ب س فأوجد قيمتى كل من أ ، ب إذا علم أن النقطة (١ ، ٤) تحقق معادلة المنحنى ، $د'(٠) = ٢$.

جـ) أ ب حـ مثلث فيه أ ب = ٤٠ سم ، أ حـ = ٦٠ سم ، جتا أ = $-\frac{١١}{٢٤}$

أوجد طول $\overline{ب حـ}$ ، ق $\left(\hat{ب} \right)$.

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) إذا كانت د(س) = $\frac{٥س - جا٢س}{٤س}$ فأوجد :

(i) $\lim_{س \to ٠}$ د(س) (ii) $د'(س)$ عند س = $\frac{ط}{٤}$

ب) أثبت أن : ٢ جتا^{٢} $\left(\frac{ط}{٤} - \frac{٣س}{٢} \right)$ = ١ + جا ٣ س .

[٣] أ) إذا كان ص = (جا ٢ س + جتا ٢س)^{٢} فاثبت $\frac{د ص}{د س}$ = ٤ جتا ٤س .

ب) أوجد قياس أكبر زاوية فى المثلث أ ب جـ إذا علم أن :
أ/ : ب/ : جـ/ = ١ : $\sqrt{٣}$: ١ .

---

[٤] أ) أوجد النقط الواقعة على المنحنى د حيث : د(س) = $\frac{س^{٢}+٢}{٢س-١}$ والتى يكون المماس عندها يوازى محور السينات .

ب) أثبت أن : ظا^{٢} $\left(\frac{س}{٢}+٤٥^{\circ}\right)$ = $\frac{١+جاس}{١-جاس}$

---

[٥] أ) أوجد : نهـــا $\frac{جا٣س^{٢}\ جتاس^{٢}}{س^{٢}}$ ، نهـــا $\frac{س^{٢}(٢س+٣)}{س(س^{٢}+٥س-٣)}$

س ← ٠ ، س ← ∞

ب) من قمة منزل قيست زاوية ارتفاع قمة برج فكان قياسها ١٧° ، وقيست زاوية انخفاض قاعدة البرج فكانت ٣٥ ° . فإذا كان ارتفاع البرج يساوى ٤٠ متر ، فأوجد ارتفاع المنزل وبعده عن البرج لأقرب متر ، علما بأن قاعدتى المنزل والبرج واقعتان في مستوى أفقى واحد .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان الثامن ٨ **تفاضل وحساب مثلثات**

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : نهـــا $\frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + س - ٦}$ ، $س \leftarrow ٢$ نهـــا $\frac{\sqrt[٣]{٢٧ س^{٣} + ٥}}{\sqrt[٥]{٣٢ س^{٥} - ٦}}$ ، $س \leftarrow \infty$

ب) إذا كـــان ص = ٥ + جتـــا ع ، ع = ٦ س فأوجـــد $\frac{د ص}{د س}$ عنـــدما

س = $\frac{ط}{١٢}$.

جـ) إذا كان جا^{٢} أ = $\frac{٩}{٢٥}$ ، $\frac{ط}{٢}$ < أ < ط فأوجد جتا (أ + $\frac{ط}{٣}$)

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة ص = س^{٣} - ٧ س + ١ والتى يكون المماس عندها عموديا على المستقيم س + ٥ ص + ٤ = ٠

ب) أوجد محيط المثلث أ ب حـ الذى فيه أ$'$ = ٥ سم ، ق(∠ب) = ١٢٠$^{\circ}$ ، مساحة سطحه ١٠$\sqrt{٣}$ سم^{٢} .

---

[٣] أ) أوجد نهـــا $\frac{\frac{١}{٣} س^{٤} - ٢٧}{س - ٣}$ ، $س \leftarrow ٣$ نهـــا $\frac{٣ س \ جتا س}{جا ٢ س}$ $س \leftarrow ٠$

ب) حل المثلث ﻡ ب حـ الذى فيه ﻡ ب = ٨٠ سم ، ﻡ حـ = ٥٠ سم ،
ق ($\hat{أ}$) = ٦٢° .

---

[٤] أ) أوجد دالة متوسط التغير للدالة د حيث د (س) = $\sqrt{س - ٣}$ ومن ثم أحسب معدل التغير لهذه الدالة عند س = ١٢ .

ب) ﻡ ب جـ مثلث حاد الزوايا فيه ظا ﻡ = ٣ ، جا ب = $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ ، بدون استخدام الحاسبة أوجد جتا (ﻡ + ب) ، وبين أن ق ($\hat{جـ}$) = ٤٥°

---

[٥] أ) إذا كانت ص = $\sqrt{س}$ + $\frac{١}{\sqrt{س}}$ فأثبت أن :

$$٤ س^{٣} \left(\frac{ء ص}{ء س}\right)^{٢} = (س - ١)^{٢}$$

ب) من نقطة على سفح تل رصد شخص زاوية ارتفاع قمة منزل مقام فوق التل فوجدها ٣٦° ولما صعد التل مسافة ٥٠ متر على طريق يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وجد أن زاوية أرتفاع قمة المنزل ٦٥° . أوجد ارتفاع المنزل عن سطح التل .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان التاسع	٩	تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : $\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٢} \frac{س^{٣} + ٨}{٢س^{٢} - ٨}$ ، $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٠} \frac{\text{ظا}^{٢} ٢س + س^{٢} \text{ جتا} ٣س}{\text{جا} ٣س^{٢}}$

ب) أوجد قياس الزاوية التى يصنعها المماس لمنحنى الدالة ص = جا ٢ س جتا س مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، وذلك عند س = $\frac{ط}{٣}$

جـ) أثبت بدون استخدام الحاسبة أن : جتا ٧٠° + جا ٤٠° = جا ٨٠°

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) إذا كان ص = $س^{٢}$ - ١ ، س = $ع^{٣}$ - ٢ أوجد : $\frac{د ص}{د ع}$ ثم

أثبت أن : $\frac{د ص}{د ع} + ٤ \frac{د س}{د ع} = ٦ع^{٥}$.

ب) △ أ ب حـ فيه ق (أ) = ٧٥° ، ق (ب) = ٥٥° وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه ٣٠ سم . أحسب مساحة المثلث .

---

[٣] أ) إذا كانت ص = أ جتا س جا س + ب هى معادلة منحنى يمر بالنقطة (ط ، ١) ، معادلة المماس له عند هذه النقطة هى : س - ٢ ص - ٥ = ٠ أوجد قيمتى أ ، ب .

ب) إذا كانت : ق ∈] $\frac{3\pi}{2}$ ، 2π [، جتا $\text{ق} = \frac{3}{5}$ أوجد :

ظا 2ق ، ظا $\frac{\text{ق}}{2}$.

---

[٤] أ) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بالتسخين ، أوجد متوسط التغير فى مساحة سطحها عندما يتغير طول ضلعها من ٥ الى ٥,١ ثم أحسب معدل التغير فى مساحة سطحها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم .

ب) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، فيه أ ب = ٤,٨ سم ، ب حـ = ٢ سم ، ء تنتمى الى $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث ب ء = ١,٥ سم . أوجد جتا (أ حـ ء) .

---

[٥] أ) أوجد : نهـــا $\lim_{س \to \frac{1}{3}}$ $\frac{٢٤٣ س^{٥} - ١}{٣ س - ١}$

، نهـــا $\lim_{س \to \infty}$ ($\sqrt{س^{٢} + ٣ س}$ - س)

ب) من قمة تل وجد راصد أن قياسى زاويتى انخفاض قمة برج وقاعدته هما ١٨′ ١٥° ، ٤٢′ ٢٦° على الترتيب ، فإذا كان ارتفاع البرج ٢٠ متراً فاحسب ارتفاع التل .

انتهت الأسئـــلة

الامتحان العاشر ٠ ١ تفاضل وحساب مثلثات

أجب عن السؤال الآتى :

[١] أ) أوجد : $\text{نهـا}_{س \leftarrow -٢} \frac{س^{٦} - ٦٤}{س^{٥} + ٣٢}$ ، $\text{نهـا}_{س \leftarrow \infty} \frac{(٢س - ١)^{٢}(٣س + ٥)}{(٣س - ٧)(س^{٢} + ١)}$

ب) إذا كانت ص = $\left(\frac{٣س - ١}{٢س + ١}\right)^{٥}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٠

جـ) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن : ظتا ١٥° − ظا ١٥° = ٢ $\sqrt{٣}$

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

[٢] أ) أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس لمنحنى الدالة ص = $\sqrt{٢س^{٢} + ١}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س = ٢ ، وأوجد معادلة المماس عندها .

ب) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، طول أحد قطريه ٦ سم . أوجد : ق(ب̂) ، ثم أحسب مساحة سطح متوازى الأضلاع لأقرب سنتيمتر مربع .

---

[٣] أ) إذا كانت : د (س) = أ س^{٢} + ب س + ٤ فأوجد دالة التغير ت (هـ) ، ثم أوجد قيمتى أ ، ب إذا كانت : ت $(\frac{١}{٢}) = \frac{٧}{٤}$ عندما د (٣) = ٤

ب) إذا كان : جا س جتا س = $\frac{٢}{٥}$ ، حيث س ∈] $\frac{ط}{٤}$ ، $\frac{ط}{٢}$ [فأوجد قيمة :
جا ٣س × جتا س + جتا ٣ س × جا س .

---

[٤] أ) إذا كانت : ص = ع^{٢} + ع + ١ ، ع = س - $\frac{٣}{س}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$
عند س = ٢ .

ب) ∆ ب حـ مثلث فيه ب حـ = ١٠ سم ، ق ($\hat{ب}$) = ٤٠°، ق (ا$\hat{ب}$) = ١٢٠°
حيث و منتصف $\overline{ب حـ}$ أوجد محيط المثلث ∆ ب حـ لأقرب سنتيمتر .

---

[٥] أ) أوجد : نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{س + جا٢س}{ظا٣س}$ ، نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{\sqrt{س + \sqrt[٣]{س}} - ٢}{س - ١}$

ب) بالونان ارتفاعهما ٢٠٠ متر عن سطح الأرض، شاهدا راكبان فيهما جسما على الأرض يقع فى المستوى الرأسي المار بالبالونين وكان الجسم يقع بين مسقطى البالونين على الأرض فحدد كل منهما قياس زاوية انحفاض الجسم فكانت ٣٦° ، ٥٤° . أوجد المسافة بين البالونين .

انتهت الأسئـــلة