مفاهيم أساسية

القطعة المستقيمة :

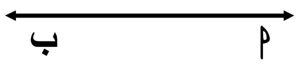
هى مجموعة مكونة من نقطتين مختلفتين وجميع النقط الواقعة بينهما
بحيث تكون على إستقامة واحدة

فى الشكل المقابل : إذا وصلنا النقطتين أ ، ب بالمسطرة نحصل على $\overline{\text{أ ب}}$
أو $\overline{\text{ب أ}}$ حيث : أ ، ب هما طرفا القطعة المستقيمة " نهايتها "

ملاحظات :

** $\overline{\text{أ ب}}$ هى نفسها $\overline{\text{ب أ}}$
** لا يمكن رسم أكثر من قطعة مستقيمة واحدة تصل بين نقطتين مختلفتين
** $\overline{\text{أ ب}}$ لها نهايتان و يتحدد لها طول هو : أ ب

الخط المستقيم :

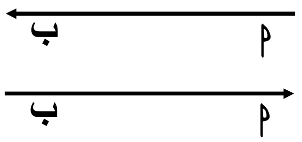


هــو قطعــة مستقيمــة مــدت من جهتيهــا بلا حــدود

ملاحظات :

** $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو نفسه $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$
** لأى نقطتين مختلفتين يوجد خط مستقيم وحيد يمر بهما
** الخط المستقيم ليس له نقطة بداية و ليس له نقطة نهاية و بالتالى لا يتحدد له طول

الشعاع :

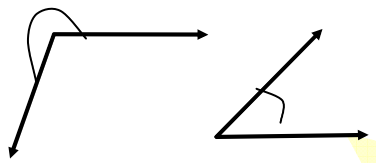


هــو قطعة مستقيمة مدت من أحد طرفيها فقط بلا حــدود

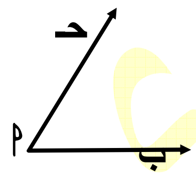
ملاحظات :

** $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ يختلف عن $\overrightarrow{\text{ب أ}}$
** $\overline{\text{أ ب}} \subset \overrightarrow{\text{أ ب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أ ب}}$
** الشعاع له نقطة بداية و ليس له نقطة نهاية و بالتالى لا يتحدد له طول

الزاويــة :



فى حالة دوران شعاع من وضع إلى وضع آخر
حول نقطة بدء الشعاع تنشأ زاوية



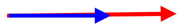
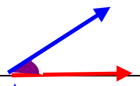
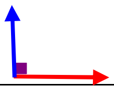
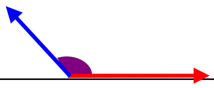
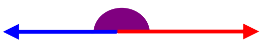
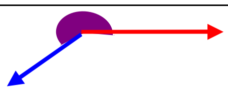
الزاوية : هى إتــحـــاد شعـــاعيـــن لهمـــا نفس نقطـــة البـدايـــة
فى الشكل المقابل : $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ حـ}}$ لهما نفس نقطة البداية أ
تسمى النقطة أ رأس الزاوية
، يسمى $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أ حـ}}$ ضلعى الزاوية
أى أن : $\overrightarrow{\text{أ ب}} \cup \overrightarrow{\text{أ حـ}} = \angle$ حـ أ ب

و تكتب : $\angle$ حـ أ ب ؛ أ $\angle$ ب أ حـ ؛ أ $\angle$ أ

** الزاوية تقسم المستوى الذى تقع فيه إلى ثلاث مجموعات من النقط هى :
الزاوية ، داخل الزاوية ، خارج الزاوية
** تقاس الزاوية بإستخدام المنقلة بوحدة الدرجة و يرمز لها بالرمز " ° "

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

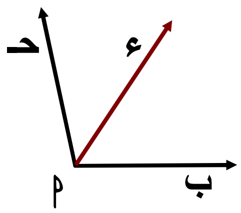
أنواع الزوايا : تصنف الزوايا حسب قياسها إلى :

نوع الزاوية	قياس الزاوية	رسم الزاوية
صفرية	٠° ضلعاها متطابقان	
حـادة	أكبر من ٠° و أقل من ٩٠°	
قائمـة	٩٠° ضلعاها متعامدان	
منفرجة	أكبر من ٩٠° و أقل من ١٨٠°	
مستقيمة	١٨٠° ضلعاها على إستقامة واحدة	
منعكسة	أكبر من ١٨٠° و أقل من ٣٦٠°	

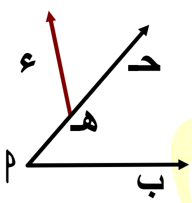
تدريب : أكمل الجدول :

قياس الزاوية	٣٣°	١٣٣°	١٨٠°	٩٠°	٣٣٠°	٨٩ ½°	١٧٩°	صفر°	٣٩٥°
نوع الزاوية									

بعض العلاقات بين الزوايا :



**** الزاويتان المتجاورتان :**
هما زاويتان مشتركتان فى رأس وضلع والضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك
فى الشكل المقابل : ∠ ب أ ء ، ∠ حـ أ ء متجاورتان
أما : ∠ ب أ ء ، ∠ حـ أ ب غير متجاورتان
لأن : الضلعان أ ء ، أ حـ فى جهة واحدة من الضلع المشترك أ ب



، فى الشكل المقابل : ∠ ب أ حـ ، ∠ حـ هـ ء غير متجاورتان
لأنـهما غير مشتركتان فى الرأس

**** الزاويتان المتتامتان :**
هما زاويتان مجموع قياسهما = ٩٠°
فمثلاً : زاويتان قياسهما ١٥° ، ٧٥° هما زاويتان متتامتان لأن : ١٥° + ٧٥° = ٩٠°
، الزاوية التى قياسها ٣٥° تتم زاوية قياسها : ٩٠° ـ ٣٥° = ٥٥°

ملاحظات :
** الزاويتان المتتامتان إما أن تكونان زاويتين حادتين أو إحداهما صفرية والأخرى قائمــة
** الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان متتامتين
** متممات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية فى القياس) تكون متساوية فى القياس

** **الزاويتان المتكاملتان** :

هما زاويتان مجموع قياسهما = ١٨٠ ْ

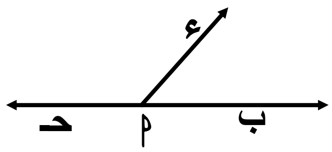
فمثلاً : زاويتان قياسهما ٣٠ ْ ، ١٥٠ ْ هما زاويتان متتامتان لأن : ٣٠ ْ + ١٥٠ ْ = ١٨٠ ْ

، الزاوية التى قياسها ٣٥ ْ تتم زاوية قياسها : ١٨٠ ْ ــ ٣٥ ْ = ١٤٥ ْ

ملاحظات :

** الزاويتان المتكاملتان إما أن تكون إحداهما حادة والأخرى منفرجة أو أن تكون كل منهما قائمة أو أن تكون إحداهما صفرية والأخرى مستقيمة

** الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم و شعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم متكاملتان



فى الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{أء}}$ = { أ }

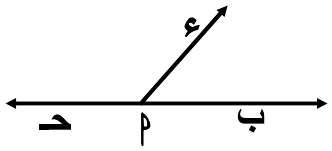
فإن : ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ حـ أ ء) = ١٨٠ ْ

تدريب :

إذا كان : ق (∠ ب أ ء) = ١٠٠ ْ فإن : ق (∠ حـ أ ء) = ٠٠٠٠٠ ْ

، إذا كان : ق (∠ حـ أ ء) = ٥٧ ْ فإن : ق (∠ ب أ ء) = ٠٠٠٠٠ ْ

**إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفان لهما يكونان على إستقامة واحدة



فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ حـ أ ء) = ١٨٠ ْ

فإن : $\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أحـ}}$ على إستقامة واحدة

** إذا كانت الزاويتان المتجاورتان غير متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفان لا يكونان على إستقامة واحدة

تدريب :

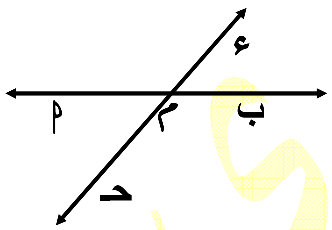
إذا كان : ق (∠ ب أ ء) = ٧٠ ْ ، ق (∠ حـ أ ء) = ١١٠ ْ فإن : ٠٠٠٠٠

، إذا كان : ق (∠ حـ أ ء) = ٨١ ْ ، ق (∠ ب أ ء) = ٩٨ ْ فإن : ٠٠٠٠٠

** مكملات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية فى القياس) تكون متساوية فى القياس

** **الزاويتان المتقابلتان** :

هما زاويتان مشتركتان فى الرأس وكل من ضلعى إحداهما على إستقامة واحدة مع ضلع من ضلعى الزاوية الأخرى

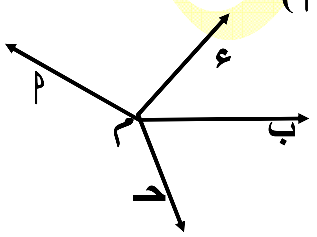


ملاحظة :

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس

فى الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = { م }

فإن : ق (∠ ب م ء) = ق (∠ حـ م أ) ، ق (∠ ب م حـ) = ق (∠ ء م أ)



** **الزوايا المتجمعة حول نقطة** :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ ْ

فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{\text{م أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ب}}$ ؛ $\overleftarrow{\text{م حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ء}}$

أشعة لها نفس نقطة البداية م

لذا فإن : ق (∠ ب م ء) + ق (∠ ء م أ) + ق (∠ أ م حـ) + ق (∠ حـ م ب) = ٣٦٠ ْ

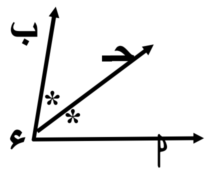
ملاحظة :
قياس أى زاوية + قياس الزاوية المنعكسة التى تشترك معها فى ضلعيها = ٣٦٠ ˚

فمثلاً :
إذا كان : ق (∠ أ) = ١٠٠ ˚ فإن : ق (∠ أ) المنعكسة = ٣٦٠ ˚ ـ ١٠٠ ˚ = ٢٦٠ ˚

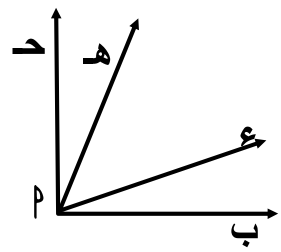
تدريب : أكمل الجدول :

ق (∠ أ)	٦٠ ˚			١٥ ˚			
ق متممة (∠ أ)		٧٣ ˚				٤٠ ˚	
ق مكملة (∠ أ)			١١٤ ˚				١٣٠ ˚
ق (∠ أ) المنعكسة	٣٠٠ ˚				٢١٥ ˚		

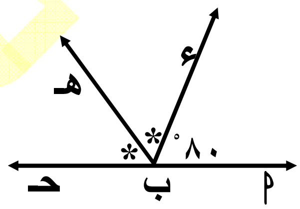
**** منصف الزاوية :**
هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين لهما نفس القياس
فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{ء حـ}$ ينصف ∠ أ ء ب
أى أن : ق (∠ أ ء حـ) = ق (∠ ب ء حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ ء ب)



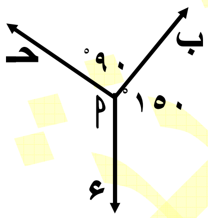
تدريب : فى كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المطلوبة :



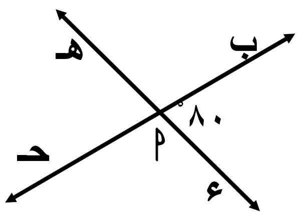
إذا كان : $\overleftarrow{أ ب}$ ⊥ $\overleftarrow{أ حـ}$
ق (∠ ب أ ء) = ١٥ ˚ ،
ق (∠ هـ أ حـ) = ٣٥ ˚
ق (∠ هـ أ ء) =٠٠٠٠



إذا كان : ب ∈ $\overleftrightarrow{أ حـ}$
ق (∠ ء ب هـ) =٠٠٠٠



ق (∠ حـ أ ء) =٠٠٠٠



ق (∠ حـ أ هـ) =٠٠٠٠

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) نوع الزاوية التى قياسها ٥٧° هو ....

(٢) نوع الزاوية التى قياسها ٢١٠° هو ....

(٣) نوع الزاوية التى قياسها ٩٠° هو ....

(٤) نوع الزاوية التى قياسها ١٤٥° هو ....

(٥) قياس الزاوية المستقيمة = ...°

(٦) قياس الزاوية الصفرية = ...°

(٧) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

(٨) الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها .....°

(٩) الزاوية التى قياسها ١٥٠° تكمل زاوية قياسها .....°

(١٠) الزاوية التى قياسها ٦٤° تتمم زاوية قياسها = ...° ، و تكمل زاوية قياسها = ...°

(١١) قياس الزاوية التى تكافئ قائمتين = ...° و تسمى زاوية ....

(١٢) الزاوية الحادة تتممها زاوية .... ، و تكملها زاوية ....

(١٣) الزاوية الصفرية تتممها زاوية .... ، و تكملها زاوية ....

(١٤) إذا كان : ق (∠ أ) = ٧٤° فإن : ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

(١٥) إذا كان : ∠ أ ، ∠ ب متتامتان ، ق (∠ أ) = ق (∠ ب) فإن : ق (∠ أ) = ...°

(١٦) إذا كان : ∠ أ ، ∠ ب متكاملتان ، ق (∠ أ) = ق (∠ ب) فإن : ق (∠ أ) = ...°

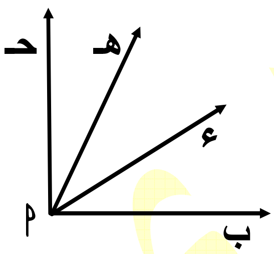
(١٧) إذا كان : $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ينصف ∠ حـ أ ء ، كان : ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

فإن : ق (∠ حـ أ ء) = ...°

(١٨) إذا كان : ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب) ، ق (∠ أ) = ٣٠°

فإن : ∠ أ ، ∠ ب تكونان ....

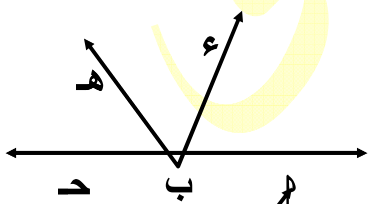
(١٩) المنصفان لزاويتين متجاورتين و متكاملتين يكونان ....



٢ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :

ق (∠ ب أ ء) = ٤٠° ، $\overleftarrow{\text{أ هـ}}$ ينصف ∠ حـ أ ء

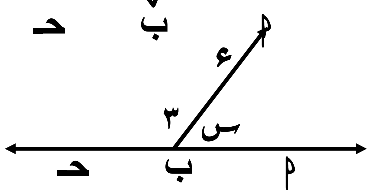
فإن : ق (∠ هـ أ ء) = ...°



٣ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :

ق (∠ ء ب هـ) = ٥٥° ، $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ينصف ∠ حـ ب ء

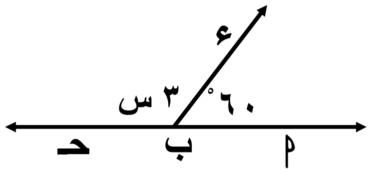
فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...°



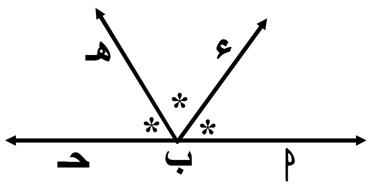
٤ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :

ب ∈ $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ فإن : س = ...°

٥ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :
ب ∈ أحـ فإن : س = ... °

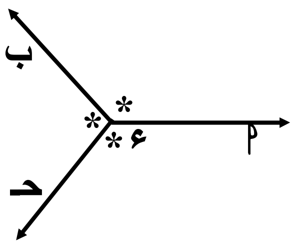


٦ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :
ب ∈ أحـ فإن : ق (∠ أ ب ء) = ... °

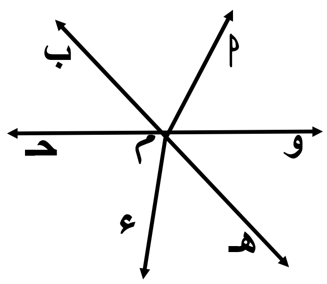


٧ ـ فى الشكل المقابل :

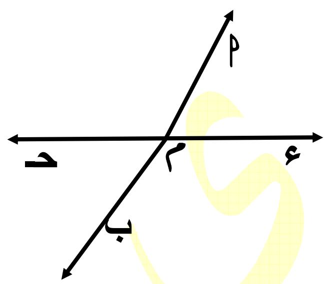
ق (∠ أ ء ب) = ... °



٨ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :
ق (∠ و م أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب م حـ) = ٦٥°
، م حـ ينصف ∠ حـ م أ ، ق (∠ ء م حـ) = ٨٠°
فإن : ق (∠ ء م هـ) = ... °

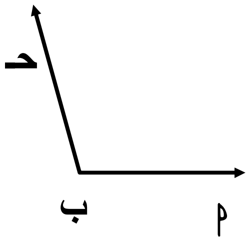


٩ ـ فى الشكل المقابل : إذا كان :
ق (∠ حـ م أ) = ١١٥° ، ق (∠ حـ م ب) = ٤٥°
، ق (∠ ء م ب) = ٥ س° ، ق (∠ ء م أ) = ٣ س°
فإن : س = ... °



إنشاءات هندسية

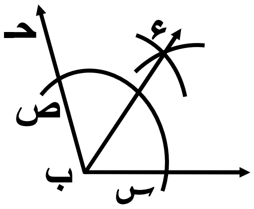
إنشاء منصف لزاوية معلومة :



المعطيات : ٍ ب حـ زاوية معلومة

المطلوب : رسم منصف ∠ ٍ ب حـ بإستخدام الفرجار

خطوات العمل : (١) نركز بسن الفرجار عند الرأس ب و بفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع فى س ، ٍ ب فى ص ٍ حـ

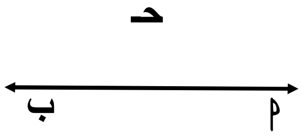


(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من س ، ص و بنفس الفتحة أو فتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان فى ء

(٣) نرسم ب ء فيكون هو منصف ∠ ٍ ب حـ

لاحظ أن : ب ء هو محور تماثل للزاوية ٍ ب حـ

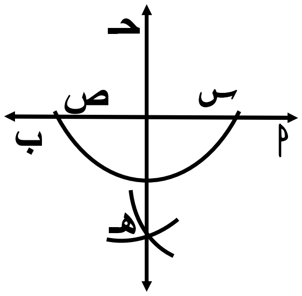
إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة لا تنتمى إلى المستقيم :



المعطيات : ٍ ب مستقيم معلوم ، حـ ∉ ٍ ب

المطلوب : رسم حـ هـ عمودى على ٍ ب

خطوات العمل : (١) نركز بسن الفرجار عند النقطة حـ و بفتحة مناسبة نرسم قوساً من دائرة تقطع ٍ ب فى نقطتى س ، ص

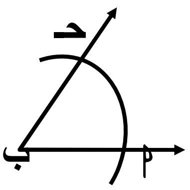


(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من س ، ص و بفتحة أخرى مناسبة أكبر من نصف طول س ص نرسم قوسين يتقاطعان فى هـ

(٣) نرسم حـ هـ فيكون عمودياً على ٍ ب

لاحظ أن : حـ هـ هو محور تماثل س ص

إنشاء زاوية قياسها يساوى قياس زاوية معلومة :

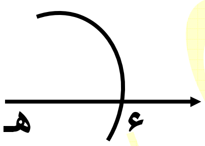


المعطيات : ٍ ب حـ زاوية معلومة

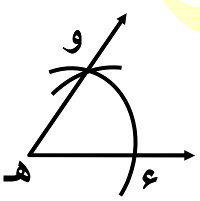
المطلوب : رسم ∠ ء هـ و بحيث :

ق (∠ ء هـ و) = ق (∠ ٍ ب حـ) بدون إستخدام المنقلة

خطوات العمل : (١) نرسم شعاعاً بدايته نقطة هـ ليمثل أحد ضلعى الزاوية المراد رسمها



(٢) نركز بسن الفرجار عند نقطة ب و نرسم قوساً من دائرة يقطع الشعاعين ب ٍ ، ب حـ عند ٍ ، حـ على الترتيب ، بنفس الفتحة نركز سن الفرجار عند هـ و نرسم قوساً من دائرة يقطع الشعاع عن ء



(٣) نركز بسن الفرجار عند ٍ ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى ٍ حـ ثم نركز بسن الفرجار عند ء و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوساً يقطع القوس الأول فى و

(٤) نرسم هـ و فيكون : ق (∠ ء هـ و) = ق (∠ ٍ ب حـ)

تمارين

فى كل التمارين : " لا تمح الأقواس "

" غير مطلوب كتابة خطوات العمل "

١ – بإستخدام الأدوات الهندسية إرسم ∆ ᵽ ب حـ الذى فيه : ب حـ = ٦ سم ، ᵽ ب = ᵽ حـ = ٤ سم
ثم نصف ∠ ب ᵽ حـ بالمنصف ᵽ ء يقطع ب حـ فى ء و من الرسم أوجد طول ᵽ ء

٢ – بإستخدام الأدوات الهندسية إرسم زاوية قياسها ١٣٠ ° ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية فى القياس

٣ – بإستخدام الأدوات الهندسية إرسم مثلثاً ثم أرسم إرتفاعاته إذا كان المثلث :
(١) حاد الزوايا (٢) قائم الزاوية (٣) منفرج الزاوية
ثم أستنتج موقع نقطة تقاطع الإرتفاعات فى كل حالة داخل المثلث أم خارجه أم على أحد أضلاعه

٤ – بإستخدام الأدوات الهندسية إرسم مثلثاً ثم نصف كل زاوية من زواياه إذا كان المثلث :
(١) حاد الزوايا (٢) قائم الزاوية (٣) منفرج الزاوية
ثم أذكر ماذا تلاحظ عن منصفات زوايا المثلث ؟

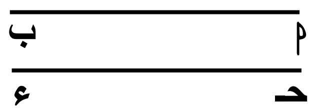
٥ – بإستخدام الأدوات الهندسية إرسم ∆ ᵽ ب حـ الذى فيه : ب حـ = ٦ سم ، ᵽ ب = ٥ سم
ᵽ حـ = ٧ سم خذ ء ∋ حـ ب ثم أرسم ∠ ء ب هـ بحيث :
ق (∠ ء ب هـ) = ق (∠ ᵽ حـ ب)

أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

التطابق

تطابق قطعتين مستقيمتين :

تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتين فى الطول



فمثلاً :

إذا كان : أ ب = حـ ء فإن : $\overline{\text{أ ب}} \equiv \overline{\text{حـ ء}}$

" الرمز ≡ " يعبر عن عملية التطابق

و العكس صحيح :

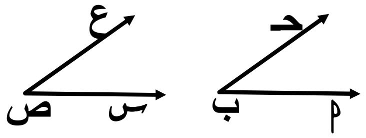
أى أن : كل قطعتين مستقيمتين متطابقتين تكونان متساويتين فى الطول

فمثلاً :

إذا كان : $\overline{\text{أ ب}} \equiv \overline{\text{حـ ء}}$ فإن : أ ب = حـ ء

تطابق زاويتين :

تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتين فى القياس



فمثلاً :

إذا كان : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ س ص ع)

فإن : ∠ أ ب حـ ≡ ∠ س ص ع

و العكس صحيح :

أى أن : كل زاويتين متطابقتين تكونان متساويتين فى القياس

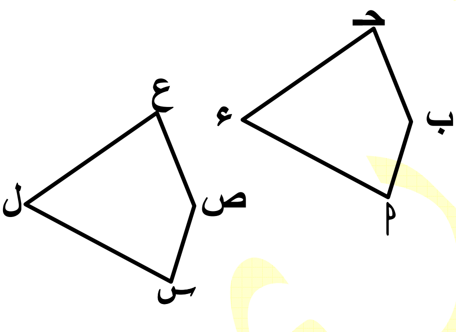
فمثلاً :

إذا كان : ∠ أ ب حـ ≡ ∠ س ص ع فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ س ص ع)

تطابق مضلعين :

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوس المضلعين بحيث يطابق كل ضلع وكل زاوية فى المضلع الأول نظيره فى المضلع الآخر

فمثلاً :



فى الشكل المقابل : إذا كان :

أ ب = س ص ، ب حـ = ص ع ، حـ ء = ع ل ، ء أ = ل س

، ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

فإن : المضلع أ ب حـ ء ≡ المضلع س ص ع ل

و العكس صحيح :

أى أن : إذا تطابق مضلعان فإن كل ضلع و كل زاوية فى أحدهما يطابق نظيره فى المضلع الآخر

فمثلاً : إذا كان : المضلع أ ب حـ ء ≡ المضلع س ص ع ل فإن :

أ ب = س ص ، ب حـ = ص ع ، حـ ء = ع ل ، ء أ = ل س

، ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

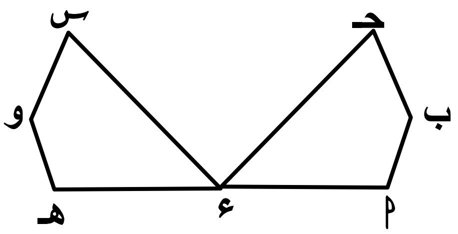
، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

ملاحظة : يجب كتابة المضلعين بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة

الرأس أ يناظر الرأس س ، الرأس ب يناظر الرأس ص

الرأس حـ يناظر الرأس ع ، الرأس ء يناظر الرأس ل

تمارين



١ ـ فى الشكل المقابل :

المضلع ء أ ب حـ ≡ المضلع ء هـ و س ،

ء هـ = ٦ سم ، هـ و = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، حـ ء = ٧ سم ، ق (∠ هـ ء و) = ٣٠ْ

أكمل ما يأتى :

(١) أ ب ≡ ....

(٢) ∠ و ≡ ....

(٣) ء س = ... سم

(٤) أ ب = ... سم

(٥) محيط المضلع ء هـ و س = ... سم

(٦) محيط الشكل أ ب حـ ء س و هـ = ... سم

(٧) ق (∠ أ ء حـ) = ...ْ

(٨) ق (∠ حـ ء س) = ...ْ

٢ ـ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان : س ص = حـ ء فإن : ....

(٢) إذا كانت : أ ب ≡ حـ ء ، كان : حـ ء = ٥ سم فإن : أ ب = ... سم

(٣) إذا كان : ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) فإن : ....

(٤) إذا كان : ∠ حـ ≡ ∠ ء ، كان : ق (∠ حـ) = ٤٥ْ فإن : ق (∠ ء) = ...ْ

(٥) إذا كان : حـ منتصف أ ب فإن : .... ≡ ....

(٦) إذا كان : المضلع س ص ع ل م ≡ المضلع أ ب حـ ء هـ فإن : س ص = ...

(٧) إذا كان : المضلع س ص ع ل م ≡ المضلع أ ب حـ ء هـ فإن : ∠ حـ ≡ ....

(٨) إذا كانت : ∠ حـ تتمم ∠ ء ، كانت : ∠ حـ ≡ ∠ ء فإن : ق (∠ ء) = ...ْ

(٩) إذا كانت : ∠ حـ تكمل ∠ ء ، كانت : ∠ حـ ≡ ∠ ء فإن : ق (∠ ء) = ...ْ

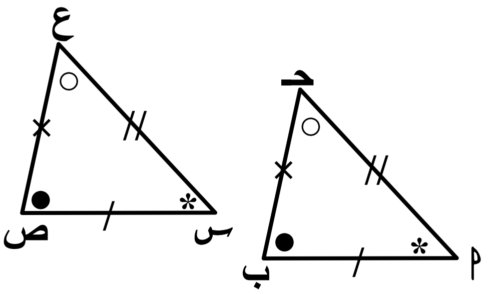
تطابق المثلثات

نعلم أن :

لأى مثلث ثلاثة أضلاع و ثلاث زوايا وهى تعرف بالعناصر الست للمثلث

و لذا :

يتطابق المثلثان إذا وجد تناظر بين رؤوس المثلثين بحيث يطابق كل عنصر من العناصر الست لأحدهما العنصر المناظر من المثلث الآخر



فإذا كان : Δ ا ب حـ ، Δ س ص ع فيهما

ا ب = س ص ، ب حـ = ص ع ، ا حـ = ع س

؛ ق (∠ ا) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

فإن : Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع

ملاحظات :

* **: يجب كتابة المضلعين بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة**

الرأس ا يناظر الرأس س ، الرأس ب يناظر الرأس ص ، الرأس حـ يناظر الرأس ع

* **يمكن كتابة المثلثين المتطابقين بنفس التناظر بست طرق هى :**

Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع ، Δ ا حـ ب ≡ Δ س ع ص

، Δ ب ا حـ ≡ Δ ص س ع ، Δ ب حـ ا ≡ Δ ص ع س

، Δ حـ ا ب ≡ Δ ع س ص ، Δ حـ ب ا ≡ Δ ع ص س

* **إذا تطابق مثلثان فإن كل عنصر من العناصر الستة لأحد المثلثين يطابق العنصر المناظر له من المثلث الآخر**

فإذا كان : Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع فإن :

ا ب = س ص ، ب حـ = ص ع ، ا حـ = ع س

، ق (∠ ا) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

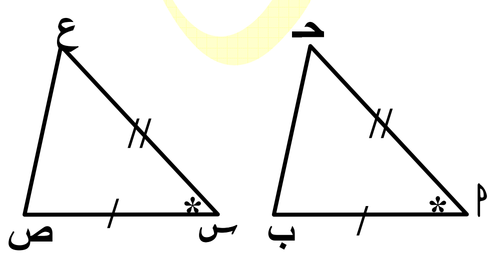
حالات تطابق مثلثين

لإثبات تطابق مثلثين يكفى إثبات تكفى ثلاثة عناصر من فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر إحداها ضلع على الأقل و بالتالى تكون العناصر الثلاثة الأخرى مطابقة لنظائرها فى المثلث الآخر

الحالة الأولى :

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

فمثلاً : فى الشكل المقابل



ا ب = س ص ، ا حـ = ع س ، ق (∠ ا) = ق (∠ س)

فيكون : Δ ا ب حـ ≡ Δ س ص ع

" تطابق ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما "

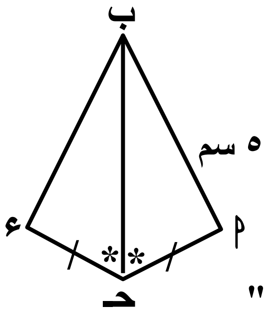
و ينتج من التطابق :

ا حـ = ع س ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

تدريب (١) :

فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق ثم أستنتج طول $\overline{\text{ب ء}}$



الحل

من الشكل : $\overline{\text{م حـ}}$ = ٠٠٠٠

، $\overline{\text{ب حـ}}$ ضلع مشترك

، ق (∠ م حـ ب) = ق (∠ ٠٠٠٠)

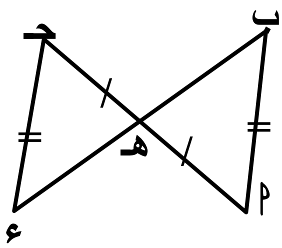
فيكون : Δ م ب حـ ≡ ٠٠٠٠ " تطابق ٠٠٠٠ "

و ينتج من التطابق : ب ء = ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ سم

تدريب (٢) :

فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق



الحل

من الشكل : م ب = ٠٠٠٠ ، م هـ = ٠٠٠٠

، ق (∠ م هـ ب) = ق (∠ ٠٠٠٠) بالتقابل بالـ ٠٠٠٠

Δ م ب هـ لا يطابق Δ ء حـ هـ لأن ٠٠٠٠

الحالة الثانية :

يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان و الضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

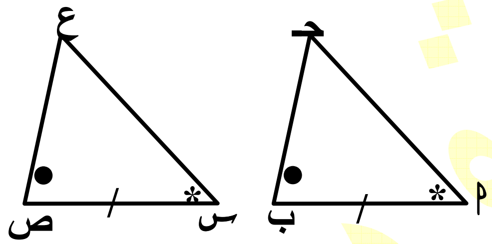
فمثلاً : فى الشكل المقابل

م ب = س ص ، ق (∠ م) = ق (∠ س)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

فيكون : Δ م ب حـ ≡ Δ س ص ع

" تطابق زاويتان وضلع "



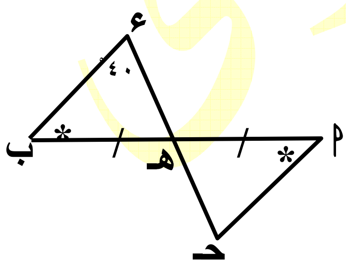
و ينتج من التطابق :

م حـ = ع س ، ب حـ = ص ع ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

تدريب (١) :

فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق ثم أستنتج ق (∠ حـ)



الحل

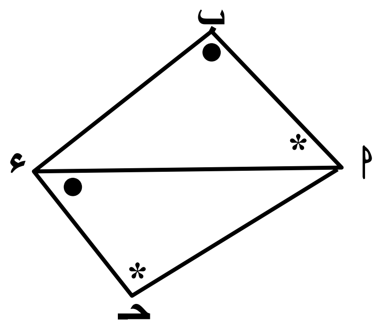
من الشكل : م هـ = ٠٠٠٠

، ق (∠ حـ م هـ) = ق (∠ ٠٠٠٠)

، ق (∠ حـ هـ م) = ق (∠ ٠٠٠٠) بالـ ٠٠٠٠

فيكون : Δ م هـ حـ ≡ ٠٠٠٠ " تطابق ٠٠٠٠ "

و ينتج من التطابق : ق (∠ حـ) = ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ °



تدريب (٢) :

في الشكل المقابل :
أدرس حالة التطابق

الحـــــــل

من الشكل : $\overline{\text{أ ء}}$ ٠٠٠٠

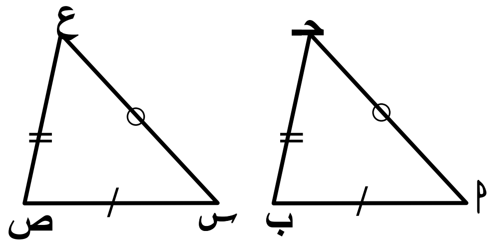
، ق (∠ أ ء حـ) = ق (∠ ٠٠٠٠٠)

، ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ ٠٠٠٠٠)

Δ أ ب ء لا يطابق Δ أ حـ ء لأن ٠٠٠٠٠

الحالة الثالثة :

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظيره فى المثلث الآخر



فمثلاً : فى الشكل المقابل

أ ب = س ص ، أ حـ = ع س ، ب حـ = ص ع

فيكون : Δ أ ب حـ ≡ Δ س ص ع

" تطابق الأضلاع "

و ينتج من التطابق :

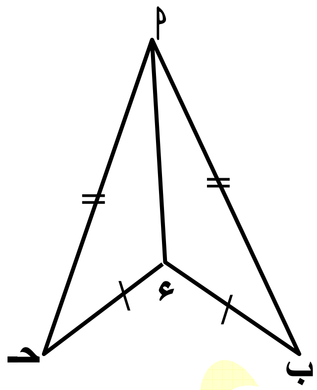
ق (∠ أ) = ق (∠ س)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

تدريب (١) :

في الشكل المقابل :
أدرس حالة التطابق ثم أستنتج $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ينصف ∠ ب أ حـ



الحـــــــل

من الشكل : أ ب = ٠٠٠٠٠

، ب ء = ٠٠٠٠٠

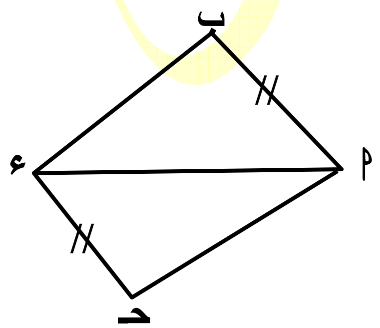
، $\overline{\text{أ ء}}$ ٠٠٠٠٠

فيكون : Δ أ ب ء ≡ ٠٠٠٠٠ " تطابق ٠٠٠٠ "

و ينتج من التطابق : ق (∠ ب أ ء) = ٠٠٠٠٠

أى أن : ٠٠٠٠

تدريب (٢) :



في الشكل المقابل :
أدرس حالة التطابق

الحـــــــل

من الشكل : $\overline{\text{أ ء}}$ ٠٠٠٠

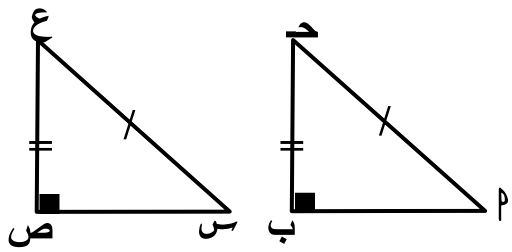
، أ ب = ٠٠٠٠٠

Δ أ ب ء لا يطابق Δ أ حـ ء لأن ٠٠٠٠٠

الحالة الرابعة :

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر و أحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

فمثلاً : فى الشكل المقابل



Δ ٯ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، ٯ حـ = س ع ، ب حـ = ع ص

فيكون : Δ ٯ ب حـ ≡ Δ س ص ع

" تطابق وتر وضلع فى مثلثين قائما الزاوية "

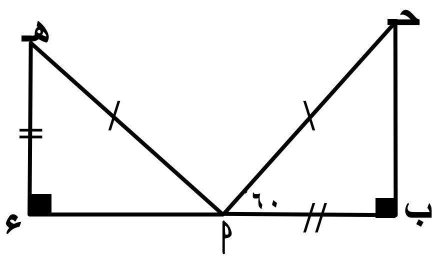
و ينتج من التطابق :

ق (∠ ٯ) = ق (∠ س)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

تدريب (١) :



فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق ثم أستنتج ق (∠ ٯ هـ ء)

الحل

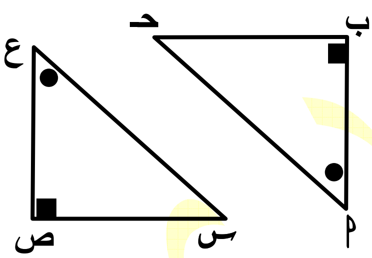
من الشكل : ٯ ب = ٠٠٠٠

، ٯ حـ = ٠٠٠٠

فيكون : Δ ٯ ب ء ≡ ٠٠٠٠ " تطابق ٠٠٠٠ "

و ينتج من التطابق : ق (∠ ٯ هـ ء) = ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠ ْ

تدريب (٢) :



فى الشكل المقابل :

أدرس حالة التطابق

الحل

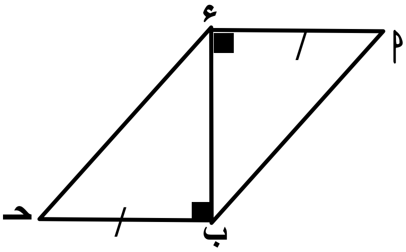
من الشكل : ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠

، ٠٠٠٠ = ٠٠٠٠

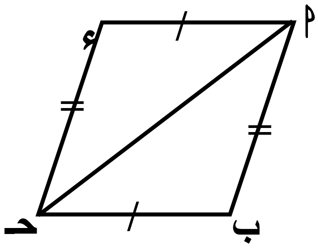
Δ ٯ ب ء لا يطابق Δ ٯ حـ ء لأن ٠٠٠٠

تمارين

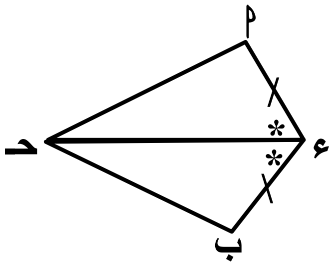
١ ـ فى الشكل المقابل العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات
بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا و
إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق
، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



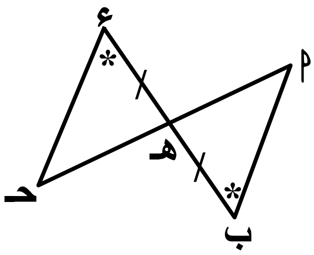
٢ ـ فى الشكل المقابل العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات
بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا و
إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق
، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



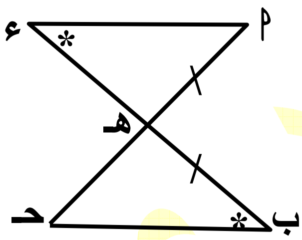
٣ ـ فى الشكل المقابل العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات
بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا و
إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق
، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



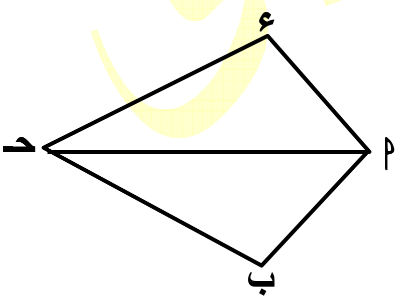
٤ ـ فى الشكل المقابل العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات
بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا و
إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق
، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



٥ ـ فى الشكل المقابل العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات
بين ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا و
إذا كانا متطابقين أذكر حالة التطابق و نتائج التطابق
، إذا كانا غير متطابقين أذكر السبب



٦ ـ فى الشكل المقابل :
$\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ينصف زاويتى ء حـ ب ، ء أ ب
، ق (∠ ء) = ١٠٠° ، ء حـ = ٦ سم
أكمل ما يأتى : Δ أ ء حـ ≡ Δ .....
، ق (∠ ب) = ...°
، ب حـ = ... سم



أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

٧ – فى الشكل المقابل :

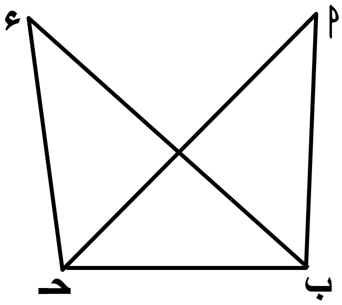
ﺃ ب = ء حـ ، ﺃ حـ = ء ب

، ق (∠ ﺃ) = ٣٠°

أكمل ما يأتى : Δ ﺃ ب حـ ≡ Δ .....

، ق (∠ ء) = ...°

، ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ .....)



٨ – فى الشكل المقابل :

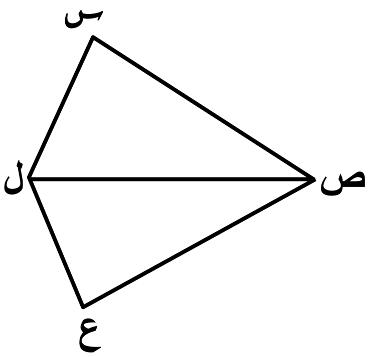
ل ع = ل س ، ق (∠ ع) = ق (∠ س) = ٩٠°

، ق (∠ س ص ع) = ٥٠°

أكمل ما يأتى : Δ س ص ع ≡ Δ .....

، ع ص = ...

، ق (∠ س ل ص) = ...°



٩ – فى الشكل المقابل :

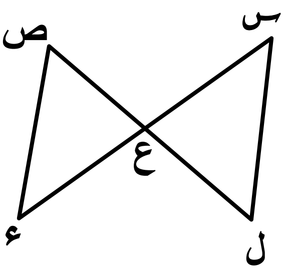
س ع = ع ء ، ص ع = ع ل ، ق (∠ س) = ٤٥°

، س ص = ٥ سم

أكمل ما يأتى : Δ س ص ع ≡ Δ .....

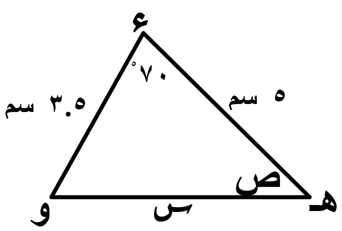
، ل ء = ... سم

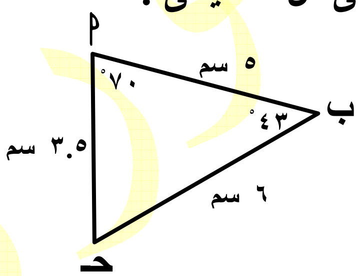
، ق (∠ ء) = ...°



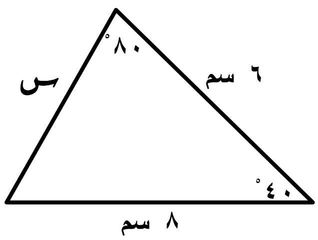
١٠ – أدرس الأشكال الآتية و أوجد قيمة س ، ص فى كل مما يأتى :

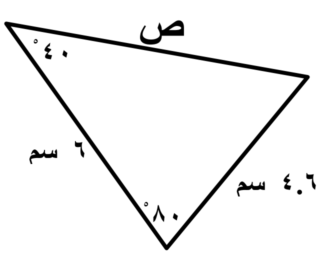
(١)



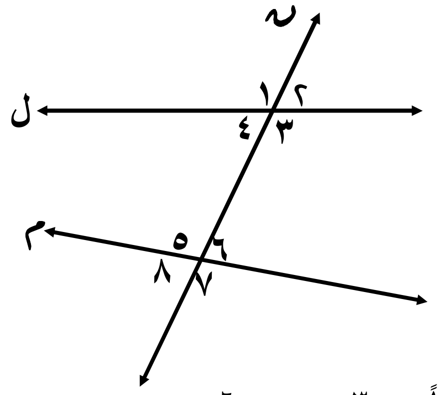


(٢)





أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com



التوازى

إذا رسم مستقيم ن قاطع للمستقيمين ل ، م كما بالشكل :
ينتج ثمانية زوايا تصنف إلى :

زوايا متبادلة مثل : ∠ ٣ ، ∠ ٥
، ∠ ٤ ، ∠ ٦

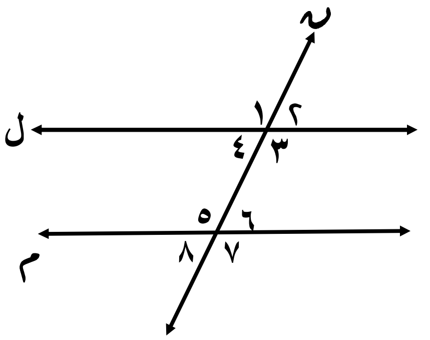
زوايا متناظرة مثل : ∠ ١ ، ∠ ٥ ، أيضاً ∠ ٢ ، ∠ ٦
، أيضاً ∠ ٣ ، ∠ ٧ ، أيضاً ∠ ٤ ، ∠ ٨

زوايا داخلة و فى جهة واحدة من القاطع مثل : ∠ ٤ ، ∠ ٥ ، أيضاً ∠ ٣ ، ∠ ٦

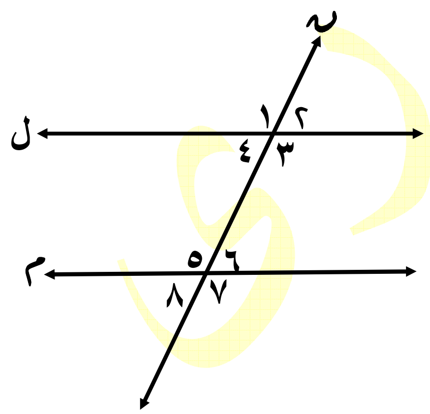
أيضاً : زوايا متجاورة مثل : ∠ ١ ، ∠ ٢ ؛ ∠ ١ ، ∠ ٤ .... أكمل

أيضاً : زوايا متقابلة بالرأس مثل : ∠ ١ ، ∠ ٣ ؛ ∠ ٢ ، ∠ ٤ .... أكمل

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين :



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :
** كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس
** كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس
** كل زاويتين داخلتين و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان
فى الشكل المقابل :
إذا كان : ل // م ، ن قاطع لهما فإن :
** ق(∠ ٣) = ق(∠ ٥) لأنهما ....
، ق(∠ ....) = ق(∠ ٦) لأنهما متبادلتان
** ق(∠ ١) = ق(∠ ٥) لأنهما .... ، ق(∠ ٢) = ق(∠ ٦) لأنهما ....
، ق(∠ ....) = ق(∠ ٧) لأنهما متناظرتان ، ق(∠ ٤) = ق(∠ ....) لأنهما ....
** ق(∠ ٣) + ق(∠ ٦) = ١٨٠° لأنهما ....
، ق(∠ ....) + ق(∠ ٦) = ١٨٠° لأنهما داخلتان و فى ....



تدريب : فى الشكل المقابل : إذا كان : ل // م ، ن قاطع لهما
، ق(∠ ١) = ١٠٠° أكمل ما يأتى :
ق(∠ ٢) = ...° لأن :
ق(∠ ٣) = ...° لأن :
ق(∠ ٤) = ...° لأن :
ق(∠ ٥) = ...° لأن :
ق(∠ ٧) = ...° لأن :

شروط توازى مستقيمين :

يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث و حدثت إحدى الحالات الآتية :
** زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس
** زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس
** زاويتان داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

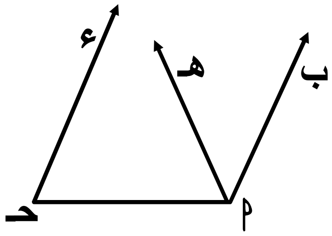
تدريب :

فى الشكل المقابل : إذا كان

أ هـ ينصف ∠ ب أ حـ ، ق (∠ ء حـ أ) = ٦٨°

، ق (∠ هـ أ حـ) = ٥٦°

بين لماذا يكون أ ب // حـ ء ؟



الحل

ق (∠ ب أ هـ) = ... ° لأن .....

أى أن : ق (∠ ب أ حـ) = ...°

فيكون : ق (∠ ب أ هـ) + ق (∠ ء حـ أ) = ...° و هما ....

و بالتالى يكون : .... // ....

نتائج هامة :

** إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر

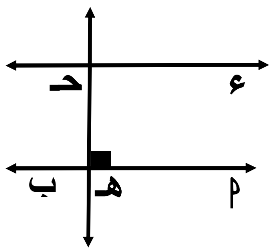
** المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون عمودياً على الآخر

فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب // حـ ء

، حـ هـ ⊥ أ ب

فإن : حـ هـ ⊥ حـ ء



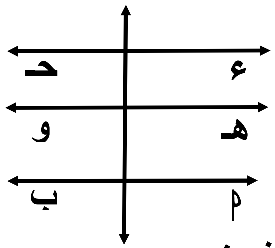
** إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان متوازيين

فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب // حـ ء

، أ ب // هـ و

فإن : حـ ء // هـ و



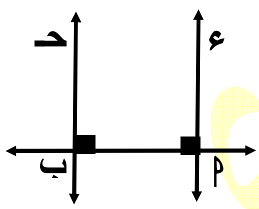
** إذا كان كل من مستقيمين عمودى على ثالثاً فى المستوى كان المستقيمان متوازيين

فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ء ⊥ أ ب

، حـ ب ⊥ أ ب

فإن : أ ء // حـ ب

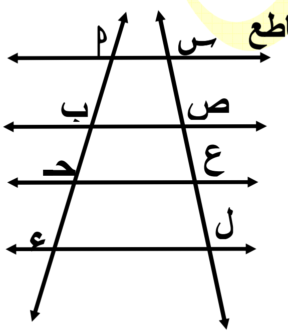


** إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية و كانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية فى الطول فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر تكون متساوية فى الطول

فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ س // ب ص // حـ ع // ء ل

، أ ب = ب حـ = حـ ء فإن : س ص = ص ع = ع ل



تدريب : فى الشكل السابق إذا كان :

أس // ب ص // حـ ع // ء ل ، أ ب = ب حـ = حـ ء ، س ص = ٣ سم

أوجد طول س ل

الحل

أس // ب ص // حـ ع // ء ل ، أ ب = ب حـ = حـ ء

فيكون : س ص = ‥‥ = ‥‥ = ‥‥ سم

أى أن : س ل = ‥‥ × ‥‥ = ‥‥ سم

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن : ‥‥ ، ‥‥ ، ‥‥

(٢) إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه ‥‥

(٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان ‥‥

(٤) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون ‥‥

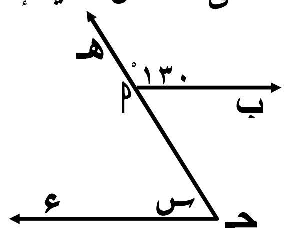
(٥) إذا كان كل من مستقيمين عمودى على ثالثاً كان المستقيمان ‥‥

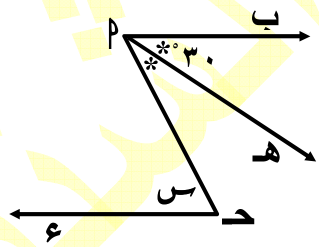
(٦) إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس كان ‥‥

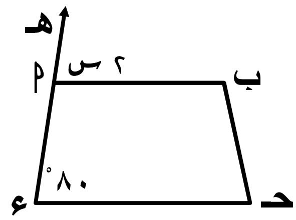
(٧) إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس كان ‥‥

(٨) إذا كانت أ ∉ ل للمستقيم فإن عدد المستقيمات التى تمر بنقطة أ وتوازى المستقيم ل = ‥‥

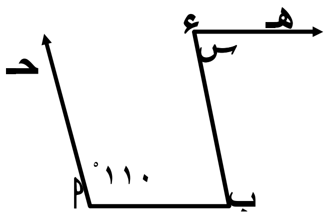
٢ ـ فى الأشكال الآتية إذا كان أ ب // حـ ء أوجد قيمة س :

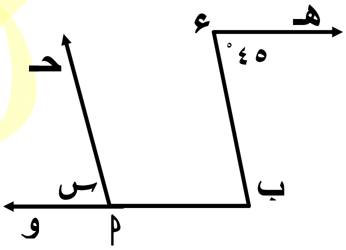


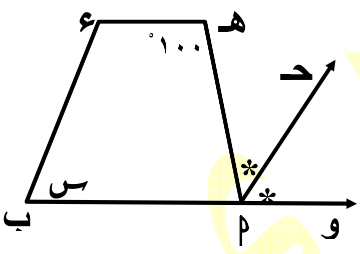




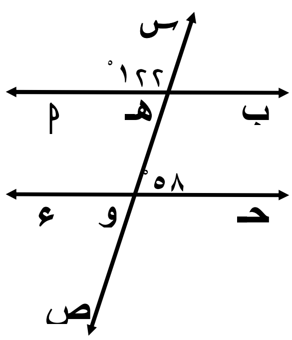
٣ ـ فى الأشكال الآتية : إذا كان أ ب // هـ ء ، أ حـ // ب ء أوجد قيمة س :

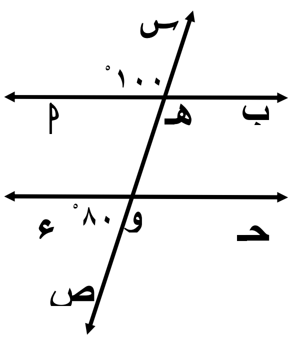


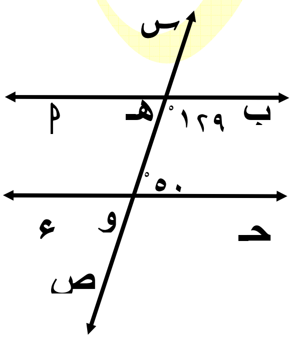




٤ ـ فى الأشكال الآتية بين ما إذا كان أ ب // هـ ء مع ذكر السبب

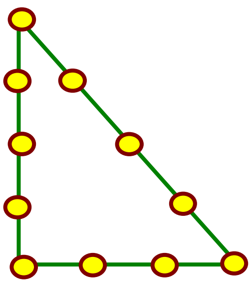






أحمد الشنتوري
a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

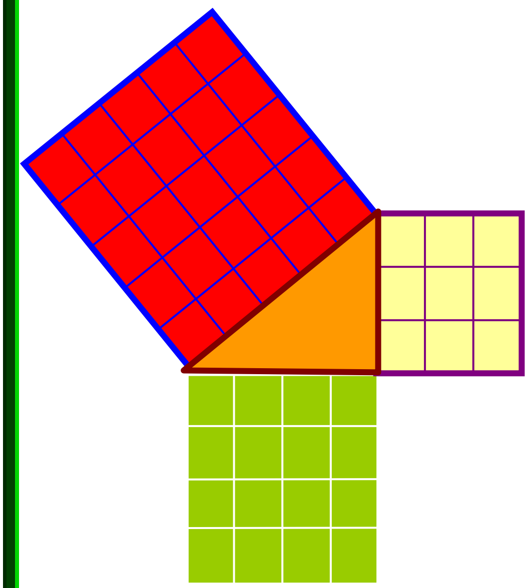
نظرية فيثاغورث



تمهيد :

كيف تنشئ مثلث قائم الزاوية إذا علم أطوال أضلاعه الثلاثة ؟
يتم ذلك بمثلث مصنوع من الحبل أطوال أضلاعه
٣ ، ٤ ، ٥ من وحدات الطول
وأول من إستخدم ذلك قدماء المصريين فى بناء الحوائط الرأسية

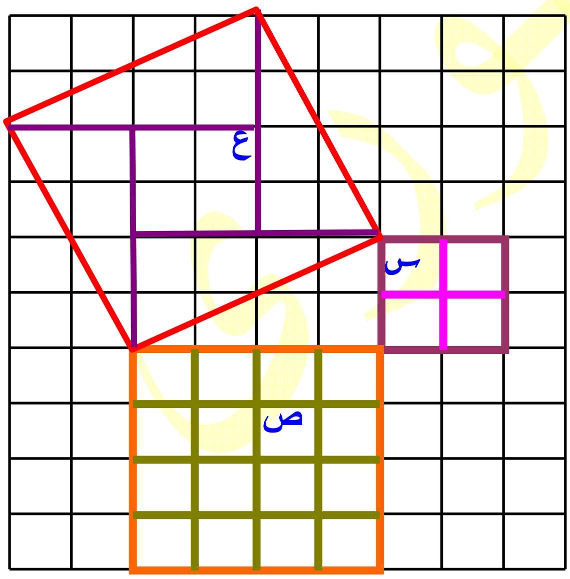
العلاقة بين الوتر و ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية



(١) إرسم مثلث قائم الزاوية فيه طولا ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم
أنشئ مربع على كل ضلع وقسمه إلى مربعات أطوال أضلاعها ١ سم
قس طول الوتر وأنشئ عليه مربع وقسمه إلى مربعات طول ضلع كل منها ١ سم
نستنتج من ذلك :
طولا ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم
بالقياس نجد طول الوتر = ٥ سم فيكون مربع الوتر = ٢٥
، مجموع مربعى ضلعى القائمة = ٩ + ١٦ = ٢٥
أى أن : مساحة المربع المنشأ على وتر المثلث القائم الزاوية
يساوى مجموع مساحتى المربعى المنشأين على ضلعى القائمة

تدريب :

كرر التمرين السابق بجعل طولا ضلعى القائمة :
(١) ٦ سم ، ٨ سم　　　(٢) ٥ سم ، ١٢ سم

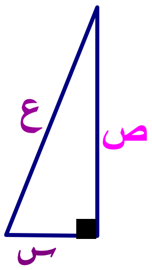


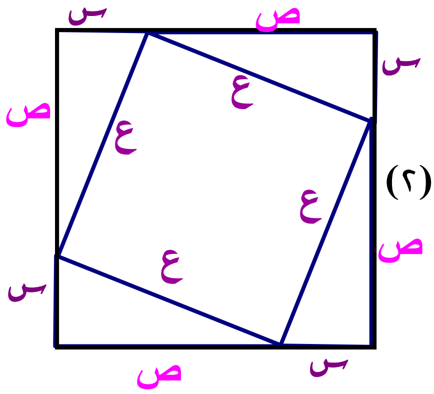
(٢) فى الشكل المقابل :
أوجد مجموع مساحتى المربعين س ، ص
، مساحة المربع ع　　　نجد أن :
مساحة المربع س = ٢ × ٢ = ٤ وحدة مربعة
مساحة المربع ص = ٤ × ٤ = ١٦ وحدة مربعة
مساحة المربع ع = مساحة مربع + مساحة أربعة مربعات
= ٢ × ٢ + ٤ ($\frac{1}{2}$ × ٤ × ٢)
= ٢٠　وحدة مربعة
أى أن : مساحة المربع ع = مساحة المربع س + مساحة المربع ص
أى أن : مساحة المربع المنشأ على وتر المثلث القائم الزاوية
يساوى مجموع مساحتى المربعى المنشأين على ضلعى القائمة

تدريب :

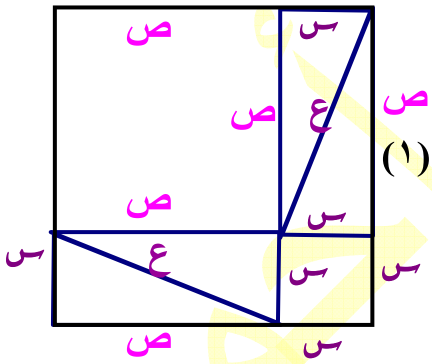
كرر التمرين السابق بتغير مساحتى المربعين س ، ص

(٣) **إرسم مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى قائمته س سم ، ص سم**
وطول وتره ع سم وأنسخ منه ٤ نسخ
إرسم مربع طول ضلعه (س + ص) سم
إلصق المثلثات الأربعة على المربع كما فى شكل (١)
أعد لصق المثلثات الأربعة بطريقة أخرى
على نفس المربع كما فى شكل ٢





شكل (٢)



شكل (١)

نستنتج أن :

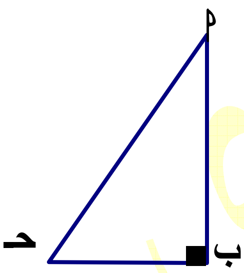
$\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = \text{ع}^{٢}$

أى أن : مساحة المربع المنشأ على وتر المثلث القائم الزاوية
يساوى مجموع مساحتى المربعى المنشأين على ضلعى القائمة

تدريب :
كرر التمرين السابق بأخذ قيم عددية لكل من س ، ص

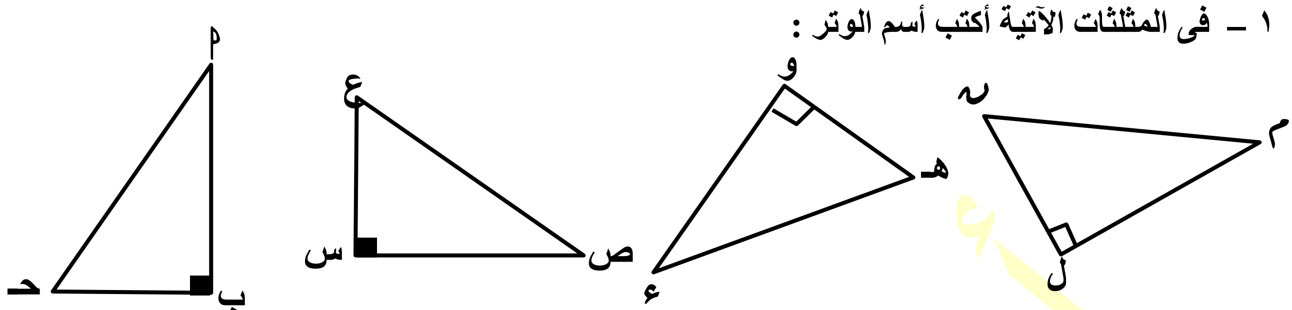
نظرية فيثاغورث :
فى المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوى
مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعى القائمة

فى الشكل المقابل :
فى Δ ٵ ب حـ إذا كان :
ق (∠ ٵ ب حـ) = ٩٠°
فإن :
$(\text{ٵ ب})^{٢} + (\text{ب حـ})^{٢} = (\text{ٵ حـ})^{٢}$

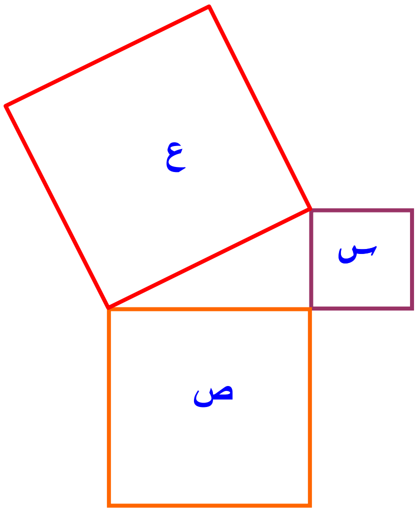


تمارين

١ ـ فى المثلثات الآتية أكتب أسم الوتر :



٢ ـ فى الأشكال الآتية أوجد مساحة المربع المطلوب إذا كان :



(١) مساحة المربع س = ٣٦ وحدة مربعة
، مساحة المربع ص = ٦٤ وحدة مربعة
مساحة المربع ع = ٠٠٠٠ وحدة مربعة

(٢) مساحة المربع ع = ٦٢٥ وحدة مربعة
، مساحة المربع ص = ٤٠٠ وحدة مربعة
مساحة المربع س = ٠٠٠٠ وحدة مربعة

(٣) مساحة المربع ع = ١٦٩ وحدة مربعة
، مساحة المربع س = ٢٥ وحدة مربعة
مساحة المربع ص = ٠٠٠٠ وحدة مربعة

(٤) مساحة المربع س = ٢٥ وحدة مربعة
، مساحة المربع ص = ٥٧٦ وحدة مربعة
مساحة المربع ع = ٠٠٠٠ وحدة مربعة

٣ ـ إرسم مثلثاً قائم الزاوية أطوال أضلاع زاويته القائمة كالآتى :

(١) ٥ سم ، ١٢ سم

(٢) ٨ سم ، ١٥ سم

(٣) ٩ سم ، ١٢ سم

ثم أوجد بالقياس طول الوتر

٤ ـ إذا كان طولا ضلعى القائمة فى مثلث قائم الزاوية هما س ، س + ٣ ، طول الوتر هو ١٥
فأى من العلاقات الآتية يمثل علاقة رياضية صحيحة :

(١) س + ٣ + س = ١٥

(٢) $(س)^{٢}$ + ٣ س = ١٠٨

(٣) $(س - ٣)^{٢}$ = ١٥ - $س^{٢}$

(٤) $س^{٢}$ + ٦ س + ٩ = ٢٢٥