UNIVERSITE DE TUNIS
Faculté des sciences économiques et de gestion de Tunis

MODELE

DE PROJECTION ET DE SIMULATION DES REGIMES DE SECURITE SOCIALE

Ezzeddine MBAREK

2010

INTRODUCTION

Le modèle que je propose prétend de trouver une solution adéquate et satisfaisante aux différentes questions posées par les chercheurs et surtout les professionnels quant à l'étude des projections et des simulations des recettes, des dépenses et de l'équilibre des régimes de la sécurité sociale en tenant compte de l'évolution des variables démographiques, économiques et autres.

Ce modèle très flexible permet en outre de déterminer selon des schémas établis et en tenant compte des différents scénarios le taux de cotisations d'équilibre et de prévoir les déficits à tout instant.

De même, ce modèle s'adapte aux simulations par ses équations linéaires en offrant des opportunités à des applications informatiques les plus redoutables et à la programmation.

C'est un outil facile à manipuler pour mesurer l'impact et les effets des changements qui intrviennent au niveau de la politique sociale pour mieux prévoir l'avenir dans un environnement de plus en plus incertain.

SECTION 1 : LES COTISATIONS

Les cotisations au profit de la sécurité sociale sont assises pour tous les régimes sur les salaires ou le gain compte tenu d'un taux de cotisation fixé par la législation en vigueur .

En général , il y a deux taux de cotisation , l'un pour l'employeur et l'autre pour l'assuré . La masse totale des cotisations est proportionnelle au nombre des cotisants.

Pour un individu i , la somme qui revient à la sécurité sociale à l'instant t est :

$$Cit = h \, . \, Sit \qquad (1)$$

$$h = he + ha \qquad (2)$$

Avec Cit : cotisations se rapportant à l'individu i au temps t .

Sit : salaire brut de l'individu i au temps t .

he : taux de cotisation employeur

ha : taux de cotisation assuré

h : taux de cotisation global

La cotisation totale est :

$$C_t = \sum_{I=1}^{N_t} C_{it} \qquad i = 1, \ldots, t \qquad (3)$$

Avec Nt : la population cotisante à l'instant t .

Remplaçons maintenant Cit par sa valeur dans (3), on aura :

$$C_t = \frac{h}{N_t} \cdot \sum_{I=1}^{N_t} S_{it} \qquad i = 1, \ldots, t \qquad (4)$$

On pose $S_t = \sum_{I=1}^{N_t} S_{it}$ **qui constitue la masse salariale, d'où**

(4) devient :

Ct = h . St (5)

On peut transformer l'équation (5) pour obtenir Ct en fonction

de h , du salaire moyen SMt et du nombre de cotisants Nt comme

suit :

Ct = h . St . Nt / Nt

= h . (St / Nt) . Nt

St / Nt constitue le salaire moyen SMt au temps t .

D'où Ct = h . SMt . Nt (6)

A partir de ce modèle , on peut en déduire facilement les

projections des cotisations.

Supposons maintenant que le nombre de cotisants et le salaire moyen évoluent respectivement avec un taux d'accroissement annuel moyen de a1 et de b1 .

On utilise le schéma suivant pour décrire cette évolution :

t

Nt = No . (1 + a1) (7)

t

$SMt = SMo \,.\, (1 + b1)$ (8)

De ce fait l'équation (6) devient :

$$Ct = h \,.\, No \,.\, SMo \,.\, (1 + a1)^{t} \,.\, (1 + b1)^{t}$$

$$Ct = h \,.\, No \,.\, SMo \,.\, [\,(1 + a1)\,.\,(1 + b1)\,]^{t} \qquad (9)$$

On peut simplifier cette relation à partir des transformations logarithmiques et exponentielles comme suit :

$$\text{Log } Ct = \text{Log } h + \text{Log } No + \text{Log } SMo + t\,.\text{Log } [(1 + a1)\,.\,(1+ b1)] \qquad (10)$$

Si h, No, SMo, $a1$ et $b1$ sont des constantes, on peut considérer

que : $x1 = \text{Log } h + \text{Log } No + \text{Log } SMo$ **et**

$$y1 = \text{Log } [\,(1 + a1)(1 + b1)\,] = \text{Log } (1 + a1) + \text{Log } (1 + b1)$$

sont aussi des constantes.

Alors (10) devient :

$$\text{Log } Ct = x1 + t \,.\, y1 \qquad (11)$$

Une transformation exponentielle adéquate de (11) nous montrera Ct en fonction du temps :

$$\text{Exp } (\text{Log } Ct) = \text{Exp } (x1 + t\,.\,y1)$$

$$Ct = \text{Exp } (x1 + t\,.\,y1) \qquad (12)$$

Donc si on connaît $x1$ et $y1$, on peut déterminer Ct facilement .

SECTION 2 : LES PRESTATIONS

Pour les prestations, il faut distinguer les variables explicatives de chaque régime à part.

En effet chaque régime diffère des autres compte tenu de ses caractéristiques propres au niveau des dépenses.

En Tunisie, on peut distinguer quatre régimes à savoir :

1. régime de vieillesse
2. régime décès
3. régime de maladie
4. régime des allocations familiales

D'une manière générale, les dépenses d'un régime donné en cas

d'un modèle simplifié sont le produit d'une valeur moyenne de la prestation par le nombre de bénéficiaires de cette prestation .

a. Régime de retraite

La valeur de la pension totale PRt à l'instant t est donnée par la formule suivante :

$$PRt = PRMt \,.\, NRt \qquad (13)$$

Avec PRMt : la pension moyenne au temps t

NRt : effectif des retraités au temps t

La pension moyenne PRMt est une fonction du salaire moyen SMt

et du taux moyen de rendement des annuités liquidables z , soit :

$$PRM_t = z \cdot SM_t \qquad (14)$$

d'ou $$PR_t = z \cdot SM_t \cdot NR_t \qquad (15)$$

Si a2 et b2 les taux d'accroissement annuels moyens respectivement de NRt et SMt ; et si le schéma d'évolution du salaire moyen et du nombre des retraités est comme suit :

$$NR_t = NR_o \cdot (1 + a_2)^t \qquad (16)$$

$$SM_t = SM_o \cdot (1 + b_2)^t \qquad (17)$$

On aura :

$$PR_t = z \cdot NR_o \cdot (1 + a_2)^t \cdot SM_o \cdot (1 + b_2)^t$$

$$PR_t = z \cdot NR_o \cdot SM_o \cdot [(1 + a_2)(1 + b_2)]^t \qquad (18)$$

Si on considère que z , NRo , SMo , a2 , et b2 sont des constantes et que :

$$x2 = \text{Log}\,(z \,.\, NRo \,.\, SMo) = \text{Log}\,z + \text{Log}\,NRo + \text{Log}\,SMo$$

$$y2 = \text{Log}\,[\,(1 + a2)\,.\,(1 + b2)\,] = \text{Log}\,(1 + a2) + \text{Log}\,(1 + b2)$$

On obtient après des transformations logarithmiques et exponentielles :

$$\text{Log}\,PRt = \text{Log}\,(z \,.\, NRo \,.\, SMo) + t \,.\, \text{Log}\,[\,(1 + a2)\,.\,(1+ b2)\,]$$

$$\text{Log}\,PRt = x2 + t \,.\, y2 \qquad (19)$$

$$\text{Exp Log}\,PRt = \text{Exp}\,(x2 + t \,.\, y2)$$

$$PRt = \text{Exp}\,(x2 + t \,.\, y2) \qquad (20)$$

b. Régime de décès

Le capital décès total PDt est le produit du capital moyen PDMt par le nombre de décès NDt , soit :

$$PDt = PDMt \,.\, NDt \qquad (21)$$

Le montant du capital décès moyen PDMt dépend de plusieurs

facteurs dont notamment :

- durée des services rendus ;

- nombre d'enfants à charge ;
- décès en activité ou en retraite ;
- décès naturel ou par accident ;
- gain de l'intéressé au moment du décès : salaire ou pension.

Le facteur gain moyen GMt est la base du calcul du capital décès, par contre, les autres facteurs constituent un coefficient de pondération qu'on note w , d'ou :

$$PDMt = w \; . \; GMt \qquad (22)$$

Le nombre de décès NDt est le produit du taux de mortalité tm

par l'effectif des actifs et des retraités NARt , soit :

$$NDt = tm \; . \; NARt \qquad (23)$$

Ainsi (21) devient comte tenu de (22) et de (23) :

$$PDt = w \; . \; GMt \; . \; tm \; . \; NARt$$

$$PDt = w \; . \; tm \; . \; GMt \; . \; NARt \qquad (24)$$

Si a3 et b3 sont les taux d'accroissement annuels moyens

respectivement de NARt et de GMt ; et si on applique le schéma d'évolution suivant :

t

NARt = NARo . (1 + a3) **(25)**

t

GMt = GMt . (1 + b3) **(26)**

La relation (24) devient :

t

PDt = w . tm . NARo . GMo . [(1 + a3) . (1 + b3)] (27)

On pose : x3 = Log (w . NARo . GMo . tm)

= Log w + Log NARo + Log GMo + Log tm

y3 = Log [(1 + a3).(1 + b3)] = Log (1 + a3) + Log (1 + b3)

Après des transformations logarithmiques et exponentielles de (27) , on aura :

Log PDt =Log(w.tm .NARo . GMo)+ t . Log [(1+ a3) . (1+b3)]

Log PDt = x3 + t . y3 **(28)**

Exp Log PDt = Exp (x3 + t . y3)

$$PDt = Exp (x3 + t . y3) \quad (29)$$

c. Régime d'assurance maladie

Les prestations d'assurance maladie dépendent dans une large mesure de la consommation de soins de santé.

La plus grande partie de la consommation médicale est liée à l'évolution des revenus , du nombre des personnes bénéficiaires et de la structure de la population couverte.

Le prix joue aussi un rôle important et il pourra être intégré dans la relation des prestations maladie d'une manière séparée ou au niveau du coût moyen des prestations.

D'une manière simplifiée, les prestations maladie résultent du produit du coût moyen PMMt par le nombre de bénéficiaires NMt , soit :

$$PMt = PMMt . NMt \quad (30)$$

PMMt est une fonction de plusieurs facteurs dont notamment :

- revenu des ménages
- volume de la consommation des ménages
- niveau général des prix
- progrès technique
- offre de soins
- structure des assurés : nombre d'enfants, situation familiale
- état de santé de la population couverte

Si on considère que le coût moyen PMMt est proportionnel au

revenu des ménages, on aura :

$$PMMt = v \, . \, RMt \qquad (31)$$

Avec v : coefficient de pondération

RMt : revenu moyen

De ce fait :

$$PMt = v \, . \, RMt \, . \, NMt \qquad (32)$$

Si a4 et b4 sont les taux d'accroissement annuels moyens respectivement de NMt et de RMt on aura :

$$NMt = NMo \, . \, (1 + a4)^t$$

$$RMt = RMo \, . \, (1 + b4)^t$$

Ainsi (32) devient :

$$PMt = v \, . \, RMo \, . \, NMo \, [(1 + a4) \, . \, (1 + b4)]^t \qquad (33)$$

Après les transformations logarithmiques et exponentielles on obtiendra :

$$\text{Log } PMt = \text{Log}(v \, . \, RMo \, . \, NMo) + t \, . \, \text{Log}[(1 + a4) \, . \, (1 + b4)]$$

Si on pose :

$$x4 = \text{Log}\,(v \,.\, RMo \,.\, NMo) = \text{Log}\,v + \text{Log}\,RMo + \text{Log}\,NMo$$

$$y4 = \text{Log}\,[\,(1+a4).\,(1+b4)\,] = \text{Log}\,(1 + a4) + \text{Log}\,(1 + b4)$$

On aura :

$$\text{Log}\,PMt = x4 + t \,.\, y4 \qquad (34)$$

$$\text{Exp}\,\text{Log}\,PMt = \text{Exp}\,(x4 + t \,.\, y4)$$

$$PMt = \text{Exp}\,(x4 + t \,.\, y4) \qquad (35)$$

d. Les prestations familiales

Les prestations familiales résultent du produit de la valeur moyenne de la prestation par le nombre de bénéficiaires, soit :

$$PFt = PFMt \,.\, NFt \qquad (36)$$

Avec :

PFMt : prestation familiale moyenne

NFt : nombre de bénéficiaires

La prestation familiale moyenne dépend essentiellement du nombre d'enfants à charge NEt , d'ou on peut écrire l'équation (36) comme suit :

$$PFt = PMEt \; . \; NEt \qquad (37)$$

Avec :

PMEt : prestation moyenne par enfant à charge

Le nombre d'enfants à charge NEt dépend du taux de natalité tn de la population cotisante à la sécurité sociale , d'où :

$$NEt = tn \; . \; NARt \qquad (38)$$

De ce fait :

$$PFt = PMEt \; . \; tn \; . \; NARt \qquad (39)$$

Si on suit le schéma d'évolution suivant :

t

$$NARt = NARo \; . \; (1 + a5) \qquad (40)$$

t

$$PMEt = PMEo \; . \; (1 + b5) \qquad (41)$$

Avec :

a5 et b5 les taux d'accroissement annuels moyens respectivement

de NARt et de PMEt .

L'équation (39) sera alors :

t

$$PFt = tn \; . \; NARo \; . \; PMEo \; . [(1 + a5) . (1 + b5)] \qquad (42)$$

$$Log\, PFt = Log (tn \; . NARo \; . PMEo) + t \; . \; Log [(1+a5) . (1 + b5)]$$

Si on pose :

$x5 = \text{Log}(tn \cdot NARo \cdot PMEo) = \text{Log}\, tn + \text{Log}\, NARo + \text{Log}\, PMEo$

$y5 = \text{Log}[(1 + a5) \cdot (1 + b5)] = \text{Log}(1 + a5) + \text{Log}(1 + b5)$

Après des transformations logarithmiques et exponentielles on aura :

$$\text{Log}\, PFt = x5 + t \cdot y5 \qquad (43)$$

$$\text{Exp Log}\, PFt = \text{Exp}(x5 + t \cdot y5)$$

$$PFt = \text{Exp}(x5 + t \cdot y5) \qquad (44)$$

SECTION 3 : UTILITE DU MODELE

Le modèle ainsi construit pourra être utilisé pour faire certaines

applications :

- projection des recettes et des dépenses des différents

régimes de la sécurité sociale compte tenu des hypothèses sur l'accroissement dont dépendent les cotisations et les prestations comme les salaires , le taux de natalité , le taux de mortalité , le nombre de cotisants , le nombre de bénéficiaires des prestations , le niveau général des prix , …….etc.

- détermination du taux de cotisation d'équilibre pour chaque

régime à part ou taux d'équilibre global.

- étude de simulation : c'est le cas de tester l'effet du

changement au niveau de la législation , de mesurer l'impact d'une politique économique donnée ou encore d'apprécier l'effet de la variation des paramètres démographiques.

Le modèle s'adapte facilement à la programmation informatique

par ses relations linéaires.

SECTION 4 : EXEMPLES D'APPLICATIONS

1. Recherche du taux d'équilibre de cotisation

On considère le régime de retraite dont les recettes et les dépenses sont décrites par les équations (6) et (15) comme suit :

$$Ct = h \;.\; SMt \;.\; Nt \qquad (6)$$

$$PRt = z \;.\; SMt \;.\; NRt \qquad (15)$$

A l'équilibre , on a Recettes = Dépenses , ce qui donne :

$$h \;.\; SMt \;.\; NRt = z \;.\; SMt \;.\; NRt$$

D'où $h = z \,.\, NRt \;/\; Nt$: taux de cotisation d'équilibre au temps t

du régime de retraite.

Avec :

NRt : nombre des retraités ou des pensionnés

Nt : nombre des cotisants au régime de retraite

z : taux moyen de rendement des annuités liquidables

On peut déterminer le taux de cotisation h en fonction du temps

en utilisant les relations (9) et (18) :

$$Ct = h \,.\, No \,.\, SMo \,.\, (1 + a1)^t \,.\, (1 + b1)^t \qquad (9)$$

$$PRt = z \,.\, NRo \,.\, SMo \,.\, (1 + a2)^t \,.\, (1 + b1)^t \qquad (18)$$

Le salaire dans les deux relations évolue suivant le même taux b1 .

A L'équilibre : Ct = PRt , on aura :

$$h = [\ z \cdot NRo \cdot (1 + a2)^t\ ] \ / \ [\ No \cdot (1 + a1)^t\ ]$$

Donc , pour un temps t donné , on détermine aisément le taux de cotisation d'équilibre h puisque tous les autres paramètres (z , NRo , No , a1 et a2) sont connus .

2- Etudes de simulation

a. cas d'une augmentation du salaire moyen (le double)

$$SMt^* = 2 \cdot SMt$$

Dans ce cas les recettes et les dépenses seront :

$$Ct^* = h \cdot SMt^* \cdot Nt \qquad (6)$$

$$PRt^* = z \cdot SMt^* \cdot NRt \qquad (15)$$

D'ou :

$$Ct^* = 2 \cdot h \cdot SMt \cdot Nt$$

$$PRt^* = 2 \cdot z \cdot SMt \cdot NRt$$

A L'équilibre $h = z \cdot NRt \ / \ Nt$

Les recettes et les dépenses sont proportionnelles au même variable

Salaire. Donc le taux de cotisation d'équilibre ne sera pas affecté à la suite de ce changement .

b. cas d'une augmentation du taux de rendement des annuités

liquidables soit z' > z ;

Les dépenses seront PR't = z' . SMt . NRt .

Les recettes ne seront pas affectées car elles sont indépendantes de z .

A l'équilibre on a :

h' = z' . NRt / Nt

Puisque NRt et Nt sont restées inchangées alors que seulement le

paramètre z a connu une hausse. On a alors h' > h .

Donc , un taux de rendement supérieur nécessite , si toutes choses

égales par ailleurs , une augmentation du taux de cotisation sinon le

régime sera sans doute déficitaire.

SECTION 5 : CONCLUSION

Le modèle construit constitue un moyen efficace pour pouvoir faire des prévisions, des projections et des études de simulations en matière de sécurité sociale.

La souplesse de ce modèle et sa flexibilité les rend adaptable aux différentes situations qu'exigent les démarches à entreprendre et les investigations à réaliser pour des raisons affirmées par les décideurs.

On peut aussi l'intégrer sans aucun problème comme un bloc à part dans un modèle plus large comme par exemple le modèle d'équilibre général calculable touchant toute l'économie nationale.

Aussi, il peut être transformé en un modèle économétrique avec des relations linéaires et d'estimer les paramètres.

Il est très efficace surtout pour les régimes de retraite dont les paramètres démographiques sont assez stables car ils varient lentement en fonction du temps comme les taux de natalité et de mortalité.

Alors qu'en cas des régimes de maladie où les paramètres dont incertains et très variables à long terme la tache sera ardue et difficile. En effet, les prévisions concernant les variables économiques sont faiblement acceptables et crédibles à long terme.

Il faut en conséquence prendre beaucoup de précautions en manipulant ce genre d'exercices vu le caractère instable de ces variables et qui sont corrélées avec l'activité économique et le comportement des individus.